12. Засоби і методи вимірювань неелектричних величин : підручник / Є. С. Поліщук, М. М. Дороховець, Б. И. Стадник та ін. ; за ред. Є. С. Поліщука. – Львів : Бескид Біт, 2008. – 618 с.
13. Пат. 71412 А Україна, МПК7 G 01 B 7/00. Спосіб контролю зовнішнього вигляду поверхні виробів з лицювального каменю / Купкін Є. С., Подчашинський Ю. О. ; заявник і власник патенту Житомирський державний технологічний університет. – № 20031212802 ; заявл. 28.12.03 ; опубл. 15.11.04. Бюл. № 11. – 3 с.
14. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свешников. – 2-е изд. – М. : Наука, 1968. – 463 с.
15. Бакка, М. Т. Добыча природного камня. Ч.1. Геолого-промышленная и технологическая оценка месторождений природного камня : учебное пособие / М. Т. Бакка, А. Х. Кузьменко, Л. С. Сачков. – К. : УМК ВО, 1993. – 368 с.
16. Бакка, Н. Т. Облицовочный камень. Геолого-промышленная и технологическая оценка месторождений : справочник / Н. Т. Бакка, И. В. Ильченко. – М. : Недра, 1992. – 303 с.
17. Карасев, Ю. Г. Природный камень. Добыча блочного и стенового камня : учебное пособие / Ю. Г. Карасев, Н. Т. Бакка. – СПб. : Санкт-Петербургский горный институт, 1997. – 428 с.

УДК 625, 512, 338

НАДЁЖНОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТ ТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ИЗДЕЛИЯ

Н.Ю. Ламнауэр
Кандидат технических наук, старший преподаватель
Кафедра экономики промышленного предприятия и маркетинга
Украинская инженерно-педагогическая академия
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина, 61003
Контактный тел.: (0572) 62-22-50, 067-305-94-39
E-mail: lamnaouernatali@mail.ru

Запропонована модель надійності технологічної системи з залежністю відмови від точності виготовлення виробу та знайдені її параметри
Ключові слова: якість, технологічна система, надійність, точність

Предложена модель надежности технологической системы с зависимостью отказа от точности изготовления изделия и найдены ее параметры
Ключевые слова: качество, технологическая система, надежность, точность

The model of reliability of the technological system is offered with dependence of refuse on exactness of making of good and its parameters are found
Keywords: quality, technological system, reliability, exactness

1. Введение

Технологии изготовления изделий, сборки и разборки соединений и узлов должны реализовываться высоконадежными технологическими системами (ТС), поскольку иногда отказ по одному из показателей качества может привести к браку или даже к авариям. Выбор структуры и алгоритма управления качеством таких ТС не может быть осуществлен без предварительного моделирования. Полное математическое описание достаточно сложных ТС, как известно, является очень сложной задачей, и поэтому математическую модель разрабатывают для ключевых процессов системы на детерминированных или стохастических принципах, в зависимости от природы и степени изученности процессов.

Надежность является важнейшим показателем ТС. Под надежностью понимается свойство ТС находиться в работоспособном состоянии при установленной наработке (времени, циклов работы, объема продукции) в соответствии с требованиями нормативно-технической документации и регламентированными условиями производства. Очевидно, что снижение надежности ТС по параметрам качества происходит под действием внутренних факторов, действующих в системе: старение, износ, температурные деформации, дефект в обрабатываемом изделии и др. При этом отказы могут быть внезапными – обусловленными отдельными нарушениями, момент наступления которых трудно прогнозировать, и постепенными – вызванными непрерывным или дискретным характером изменений в ТС. Появление отказов ТС, и тем более постепенных, неизбежно. Возможность их недопущения в течение достаточно большой наработки определяется техническими решениями, принятыми при создании ТС в целом, и при разработке подсистемы контроля и управления качеством, входящей в нее.

2. Результаты исследования

Исследования показали, что измеряемые параметры качества ТС имеют различную размерность. Применяемые модели для показателей качества двухпараметрические не имеющие параметров формы. Массовые эксперименты по показателям качества ТС показывают, что со временем t работы ТС меняется не только среднее и дисперсия показателей качества, но и форма кривой плотности распределения показателя, это говорит о том, что распределение показателей качества должно иметь параметр формы. В работе [1] для нахождения комплексного показателя качества предлагается некоторый общий безразмерный показатель качества, изменяющийся в одинаковых пределах. А также общую физически адекватную приближённую модель распределения безразмерного показателя качества. Данный безразмерный параметр качества при любых допусках на измеряемый параметр качества в любой момент времени t определяется по формуле

$$r_j(t) = \frac{x_i - x_0 - (\Delta_1 + \Delta_2)/2}{(\Delta_1 - \Delta_2)/2} \tag{1}$$

где x_i - i-ое значение j параметра качества ТС; x_0 - номинальное значение j параметра качества ТС; $\Delta_1 > 0$ - верхний допуск, $\Delta_2 < 0$ - нижний допуск j параметра качества ТС.

Так как при любом конечном t величины $r_j(t)$ физически ограничены как "сверху", так и "снизу", то безразмерная величина $r_j(t)$ имеет нижний a и верхний пороги b значений $r_j(t)$, которые конечны. Причем всегда $a < b$. Поэтому моменты t_{1j} и t_{2j} отказа j-ого параметра системы по качеству определяется из решения уравнений

$$a_j(t) = -1 \text{ и } b_j(t) = 1, \tag{2}$$

где $a_j(t)$ - интерполяционная функция нижних порогов модели (5) полученных в различные моменты времени t; $b_j(t)$ - аналогичная функция для нижних порогов.

Время работы до отказа j - того параметра качества характеризуется величиной (рис. 1.)

$$T_j = \min(t_{1j}, t_{2j}) \tag{3}$$

Отсюда время работы до отказа всей системы по контролируемым параметрам есть величина

$$T = \min_{1 \le j \le N} \{T_j\} \quad . \tag{4}$$

Заметим, что при таком подходе оценки качества системы, должны все наблюдаемые значения $r_i(t)$ лежат в интервале (-1+ε, 1-ε), где ε малое положительное число. Так как эта оценка " определяется по ненаблюдаемым значениям верхнего b и нижнего a порога безразмерного параметра r.

В [1] была построена стохастическая модель безразмерного параметра (1).

$$f(r_j) = \\ = k^3(r-a)(b-r)e^{kr} / \left[e^{kb}(kb-ka-2) + e^{ka}(2+kb-ka)\right].$$

$$(a \le r \le b) \tag{5}$$

где a - нижний порог безразмерной величины (1); b - верхний порог;

k - параметр формы плотности распределения (5).

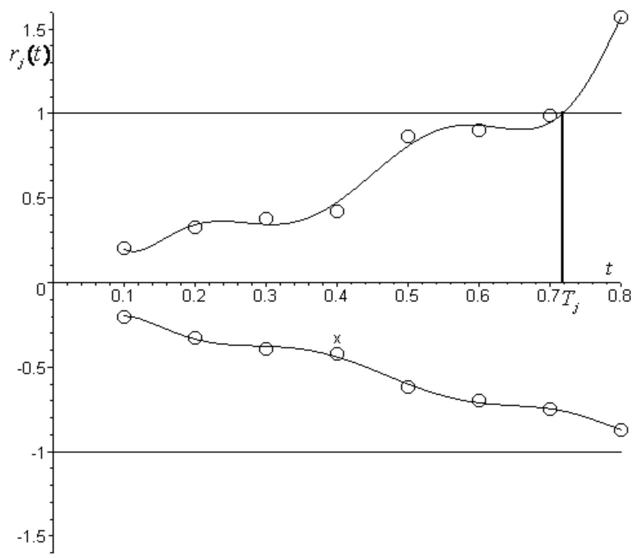

Рис. 1. Геометрическое представление нахождения времени работы до отказа

j - го параметра качества, где точками представлены найденные верхние и нижние пороги в разные моменты времени t.

Найдены числовые характеристики модели (5) и функция распределения

$$F(r) = [e^{kr}(k^2br - kb - k^2r^2 + 2kr - 2 - abk^2 + ak^2r - ak) + e^{ak}(kb + 2 - \\ -ak)] / [e^{kb}(2 - kb + ak) - e^{ak}(2 + kb - ak)] \qquad (a \le r < b). \tag{6}$$

Для модели (5) были получены оценки параметров распределения. Массовые испытания параметров качества систем машиностроительного производства во времени показали, что данная модель достаточно хорошо описывает безразмерную величину (1).

Модель надёжности ТС. Моментом отказа ТС назовём то значение времени T, которое определяется как время до отказа по качеству параметров системы. Имея полученные результаты в [1] и проделав небольшое количество экспериментов в ТС можно по малой выборки определить достаточно точно основные характеристики надёжности ТС, если будет построена модель надёжности и найдены её параметры. Так как качество ТС определяется, как минимальное время из времён параметров качества ТС, то можно применить теорию слабого звена [2] и тогда Функция надёжности ТС имеет вид

$$l(t) = \exp(-((t-t_0)/\beta)^{1/\alpha}), \ (t \ge t_0), \tag{7}$$

где t_0 - нижний порог функции надёжности, α - параметр формы, β - масштабный параметр, который также зависит от количества параметров качества и формы кривой.

Для того чтобы определить основные характеристики надёжности по малой выборки помимо знания модели надёжности [3] необходимо иметь наилучшие оценки параметры модели, т. е. несмещённые и имеющие минимальную дисперсию. Такими оценками могут служить оптимальные линейные оценки предложенные Ллойдом [4]. Данный метод применим только для распределений вида $F((x-x_0)/\beta)$. Поэтому для данной модели (7), чтобы применить метод Ллойда нужно задать конкретное значение α. Метод Ллойда требует знание математических ожиданий порядковых статистик выборки объёма n и их ковариацию. Поэтому были найдены математические ожидания порядковых статистик $\mu_{i:n}$ и их ковариации $\sigma_{ij:n}$ объёма n для параметра формы α начиная от 0,1 до 1 с шагом 0,1 используя формулы [4].

$$\mu_{i:n} = -nC_{n-1}^{i-1}\int_{-\infty}^{\infty} t[1-l(t)]^{i-1}\ [l(t)]^{n-i} d(l(t)),$$

$$\sigma_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y}(x-\mu_{i:n})(y-\mu_{j:n})f_{ij}(x,y)dxdy,$$

где $f_{ij}(x,y)$ - совместная плотность порядковых статистик с номерами i и j

$$f_{ij}(x,y) = \frac{n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!}[1-l(x)]^{i-1}[l(x)-l(y)]^{j-i-1}l^{n-j}(y)l'(x)l'(y)$$

Используя матричное исчисление [5] были найдены весовые коэффициенты v_s и w_s $(1 \le s \le n)$ порядковых статистик $t_{(s)}$, с помощью которых для фиксированных α определяются оптимальные линейные оценки параметров t_0 и β.

$$\tilde{t}_0 = v_1 t_{(1)} + v_2 t_{(2)} + \ldots + v_n t_{(n)} \tag{8}$$

$$\tilde{\beta} = w_1 t_{(1)} + w_2 t_{(2)} + \ldots + w_n t_{(n)} \tag{9}$$

Метод Ллойда позволяет найти не только весовые коэффициенты v_s и w_s оценок (8) и (9), но и оценку дисперсий этих оценок. Так, например, для выборки объёма $n = 10$ и $\alpha = 0{,}6$ имеем

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_s	1,017	0,109	0,055	0,025	0,005	-0,011	-0,025	-0,039	-0,054	-0,082
w_s	-0,900	-0,048	-0,012	0,051	0,079	0,104	0,127	0,151	0,181	0,241

и $D(\tilde{t}_0) = 0{,}026\tilde{\beta}^2$, $D(\tilde{\beta}) \approx 0{,}059\tilde{\beta}^2$.

Оптимальные линейные оценки (8) и (9) для функции надёжности (7) требуют знания параметра формы α. Поэтому необходимо уметь находить параметр α.

Воспользуемся методом нахождения параметров трёхпараметрических распределений предложенным в [6]. По данному методу решение системы трех уравнений с тремя неизвестными параметрами дают оценку этих параметров.

$$\begin{cases} \dfrac{6}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n-2} C_{n-i}^2 t_{(i)} = \mu_{1:3}; \\ \dfrac{6}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=2}^{n-1}(i-1)(n-i)t_{(i)} = \mu_{2:3}; \\ \dfrac{6}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=3}^{n} C_{i-1}^2 t_{(i)} = \mu_{3:3}, \end{cases} \tag{10}$$

Так для модели (1) математическое ожидание любой порядковой статистики из выборки объёма n определяется по формуле

$$\mu_{i+1:n} = t_0 + \beta C_n^i (n-i)\Gamma(\alpha+1)\sum_{j=0}^{i}\frac{C_i^j(-1)^j}{(n-i+j)^{1+\alpha}}.$$

$$(0 \le i \le n-1) \tag{11}$$

Отсюда

$$\mu_{1:3} = t_0 + \beta\frac{\Gamma(1+\alpha)}{3^\alpha}, \tag{12}$$

$$\mu_{2:3} = t_0 + \beta\Gamma(1+\alpha)\left(\frac{3}{2^\alpha} - \frac{2}{3^\alpha}\right), \tag{13}$$

$$\mu_{3:3} = t_0 + \beta\Gamma(1+\alpha)\left(3 - \frac{3}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha}\right). \tag{14}$$

Применяя (12), (13) и (14), имеем

$$\frac{\mu_{2:3}-\mu_{1:3}}{\mu_{3:3}-\mu_{2:3}} = \frac{3^\alpha - 2^\alpha}{6^\alpha - 2\cdot 3^\alpha + 2^\alpha}.$$

И тогда из (10) получим оценку параметра формы α в виде решения уравнения

$$\frac{\sum_{i=2}^{n-1}(i-1)(n-i)t_{(i)} - \sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 t_{(i)}}{\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 t_{(i)} - \sum_{i=2}^{n-1}(i-1)(n-i)t_{(i)}} = \frac{3^\alpha - 2^\alpha}{6^\alpha - 2\cdot 3^\alpha + 2^\alpha}. \tag{15}$$

Из (10) по найденному параметру α имеем оценку масштабного параметра β

$$\hat{\beta} = \frac{2^{\alpha+1}\left(\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 t_{(i)} - \sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 t_{(i)}\right)}{\Gamma(1+\alpha)(2^\alpha - 1)n(n-1)(n-2)}. \tag{16}$$

Оценкой параметра t_0 из (10) по найденному параметру α и β может служить выражение

$$t_0 = \frac{6}{n(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 t_{(i)} - \hat{\beta}\Gamma(1+\alpha). \tag{17}$$

Получим другие оценки параметров модели (1). Из формулы (11) следует, что математическое ожидание первой порядковой статистики из выборки объёма n имеет вид

$$\mu_{1:n} = t_0 + \beta\frac{1}{n^\alpha}\Gamma(1+\alpha), \tag{18}$$

а математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение модели (7) определяется по формулам [2].

$$M(T) = t_0 + \beta\Gamma(1+\alpha), \tag{19}$$

$$\sigma(T) = \beta\sqrt{\Gamma(1+2\alpha) - \Gamma^2(1+\alpha)}. \tag{20}$$

Тогда из (18), (19) и (20) следует, что

$$\frac{M(T)-\mu_{1:n}}{\sigma(T)}=\frac{(1-n^{-\alpha})\Gamma(1+\alpha)}{\sqrt{\Gamma(1+2\alpha)-\Gamma^2(1+\alpha)}}, \qquad (21)$$

т. е. выражение (21) есть функция от параметра α. Тогда если считать, что математическое ожидание равно выборочному среднему $\bar{r}$, а математическое ожидание первой порядковой статистики совпадает с наименьшим выборочным значением $r_{(1)}$ и стандартное отклонение s совпадает со средним квадратичным отклонением, то получим уравнение, решение которого даст оценку параметра α.

$$\frac{\bar{r}-r_{(1)}}{s}=\frac{(1-n^{-\hat{\alpha}})\Gamma(1+\hat{\alpha})}{\sqrt{\Gamma(1+2\hat{\alpha})-\Gamma^2(1+\hat{\alpha})}}. \qquad (22)$$

Из формул (18) и (19) по найденному параметру α имеем оценку параметра β

$$\hat{\beta}=\frac{\bar{r}-r_{(1)}}{(1-n^{-\hat{\alpha}})\Gamma(1+\hat{\alpha})}. \qquad (23)$$

Зная оценки параметров α и β из (19) имеем оценку нижнего порога t_0

$$\hat{t}_0=\bar{r}-\hat{\beta}\Gamma(1+\hat{\alpha}). \qquad (24)$$

Использование оптимальной линейной оценки требуют знание параметра α. Получение оптимальных линейных оценок вызывает определённые трудности особенно при больших объёмах выборки n, так как требует большого машинного времени для вычисления матриц и с ростом объёмах выборки n происходит значительная ошибка, связанная с погрешностью их вычислений. Поэтому с помощью математического моделирования с использованием метода Монте-Карло было проведено сравнение оценок (8) и (9) с оценками (16) и (17) и с оценками (23) и (24) для заданного $\alpha=0{,}6$. Сравнение показало, при объёме выборки $n=10$ в количестве 100 штук с заданными параметрами $\alpha=0{,}6$ $\beta=2$ и $t_0=1$, что среднее этих оценок практически совпадает с заданными значениями и дисперсии оценок (8) и (9) практически совпадают с оценками (23) и (24). Оценка параметра α ближе заданному значению определяется по формуле (22) и она имеет наименьшую дисперсию по сравнению с оценкой (15). Поэтому с практической точки зрения лучшие из этих оценок параметров модели (7) являются оценки (21), (23) и (24).

Выводы

Полученные результаты позволяют оценить основные характеристики надёжности технологической системы с зависимостью отказа от точности изготовления.

Литература

1. Ламнауэр Н. Ю. Расчёт показателя качества технологической системы во времени // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009- 6/7 (42)/- С. 59 – 62.
2. Справочник по надёжности. Том 1/ Под ред. Б. Р. Левина. – М.: Мир, 1969. – 339 с.
3. Гаскаров Д. В., Шаповалов В. И. Малая выборка. – М.: Статистика, 1978. – 248 с.
4. Дэйвид Г. Порядковые статистики. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 336 с.
5. Ламнауер Н. Ю. Економічна доцільність вибору технології при виготовленні виробів машинобудування на основі прогнозування браку по параметру лінійного розміру // Вестник национального технического университета «ХПИ» - 36' 2009 – С. 115 – 121.
6. Куцин А. Н., Созонов Ю. И. Оценка качества технических систем // Сборка в машиностроении, приборостроении, М.: – 2004. - №7.- С. 23-27.