УДК 519.23:621.6.004.94

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО КВАЗИ-СТАЦИОНАРНОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ТРАНСПОРТА ПРИРОДНОГО ГАЗА В ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

А.Д. Тевяшев
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*
E-mail: tevjashev@kture.kharkov.ua

А.А. Мамедова
Аспирант*
Контактный тел.: 068-613-28-62
E-mail: asima_mamedova@ukr.net

В.А. Фролов
Аспирант*
*Кафедра прикладной математики
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина 14, г. Харьков, Украина, 61166
Контактный тел.: (057) 702-14-36

Предметом дослідження даної роботи є проблема моделювання стохастичного квазістаціонарного неізотермічного режиму транспорту природного газу в газотранспортних системах

Ключові слова: математичне моделювання, квазістаціонарний неізотермічний режим транспорту природного газу, стохастичний підхід, стохастична природа даних, статистична залежність

Предметом исследования данной работы является проблема моделирования стохастического квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа в газотранспортных системах

Ключевые слова: математическое моделирование, стационарный неизотермический режим транспорта природного газа, стохастический подход, стохастическая природа данных, статистическая зависимость

Object of research of the given work is the problem of modelling stochastic quasi-stationary not isothermal mode of transport of natural gas in gas-transport systems

Keywords: mathematical modelling, a quasi-stationary stationary not isothermal mode of transport of natural gas, the stochastic approach, the stochastic nature of data, statistical dependence

1. Введение

Как известно, в настоящее время в области моделирования режимов транспорта природного газа класс задач моделирования стохастического квазистационарных неизотермических режимов транспорта природного газа в газотранспортных системах (ГТС) является важным и практически значимым при разработке систем управления и автоматизации ГТС [9], так как к квазистационарным режимам транспорта и распределения природного газа в ГТС относятся все нестационарные режимы порождённые естественной нестационарностью процессов потребления природного газа различными категориями потребителей в ГТС и квазистационарные режимы являются основными режимами работы ГСТ и составляют до 70% в течении года. В работе [9] представлена стохастическая квазистационарная модель основных технологических элементов ГТС (участков трубопроводов(УТ) и газоперекачивающих агрегатов (ГПА)), на основе которых получена общая стохастическая модель квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными ЛУ и КС. В связи с этим, целью данной работы является рассмотрение и решение проблемы математического моделирования квазистационарных режимов транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными ЛУ и многоцеховыми КС. В рамках данной статьи рассматриваются задачи: задача математического моделирования стохастического квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода, задача математического моделирования стохастического квазистационарного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата с помощью моделей, описанных в [9], а также задача определения статистических свойств зависимых переменных от независимых этих моделей.

2. Математическое моделирование стохастического квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода

Известно, что стохастическую модель квазистационаргного неизотермического транспорта природного газа по i –му участку трубопровода можно представить в виде [9]:

$$\underset{\omega}{M}\{P_{н_i}^2(\omega)-P_{к_i}^2(\omega)-\beta_i(\omega)\,q_i^2(\omega)\}=0, i\in M, \quad (1)$$

$$\beta_i(\omega)=\frac{\Delta(\omega)L\,T_{ср_i}(\omega)\cdot Z_{ср_i}(\omega)}{\tau_i\;\alpha_i^2\phi_i^2E_i^2(\omega)D_i^{5.2}}, \quad (2)$$

$$\underset{\omega}{M}\{T_{к_i}(\omega)-T_{гр_i}(\omega)-[T_{н_i}(\omega)-T_{гр_i}(\omega)]e^{-\theta_i(\omega)x}\}=0, \quad (3)$$

$$\underset{\omega}{M}\{T_{срi}-T_{гр}-\left[\left(T_{нi}-T_{гр}\right)/\theta_iL\right]\cdot\left(1-e^{-\theta_iL}\right)\}=0, \quad (4)$$

$$\theta_i(\omega)=\frac{62.6K_{T_i}(\omega)D_{н_i}}{10^6q_i(\omega)\Delta(\omega)B(\omega)}, \quad (5)$$

где τ' – числовой коэффициент, значение которого зависит от выбранных единиц измерения, $P_{нi}(\omega)$ и $P_{кi}(\omega)$ – случайные величины, соответствующие давлению в начале и в конце i –го участка трубопровода, $T_{нi}(\omega)$ и $T_{кi}(\omega)$ – случайные величины, соответствующие температуре в начале и в конце i –го участка трубопровода $q_i(\omega)$ – случайная величина, соответствующая, коммерческому расходу i –го участка, $T_{срi}(\omega)$ – среднее значение температуры, L – длина трубопровода, $K_{тi}(\omega)$ – коэффициент теплопередачи от газа к грунту, $D_{нi}$ – наружный диаметр трубопровода, $B(\omega)$ – теплоемкость газа, $Z_{ср}(\omega)$ – среднее значение коэффициента сжимаемости газа, $\Delta(\omega)$ – относительная плотность природного газа по воздуху.

Если в системе (1)–(5) принять параметры Δ, B, $Z_{ср_i}$ в виде констант, то система будет содержать семь основных случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, $P_{нi}$, $T_{нi}$, q_i, K_{Ti}, E_i Очевидно, что она будет разрешима при задании граничных условий в виде оценок математических ожиданий для пяти из них. Последующее решение полученной системы в алгебраическом смысле даст оценки математических ожиданий зависимых переменных.

Предполагается [9], что все независимые переменные $X_i(\omega), i=1,2,..,5$, входящие в модель (1)–(5) имеют нормальное распределение с известным математическим ожиданием и дисперсиями $X_i(\omega)\sim N(\hat{\bar{X}}_i,\hat{\sigma}^2_{X_i}),\ i=1,2,..,5$.

Наибольший интерес представляет решение системы (1)–(5), для которой граничные условия заданы для параметров $P_{нi}(\omega)$, $T_{нi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, $K_{Ti}(\omega)$, $E_i(\omega)$, и необходимо получить оценки математического ожидания $\hat{P}_к$, $\hat{T}_к$.

2.1. Статистические свойства зависимых переменных в стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода

Формальная постановка задачи определения статистических свойств зависимых переменных в стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода [9], заключается в необходимости определения числовых характеристик распределения случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, соответствующих давлению и температуре в конце i – ого участка трубопровода:

$$\left.\begin{aligned}P_{кi}&=\Phi\left(P_{нi},T_{нi},q_i,K_{Ti},E_i\right)\\T_{кi}&=\Psi\left(P_{нi},T_{нi},q_i,K_{Ti},E_i\right)\end{aligned}\right\}. \quad (6)$$

Так как система (6) задана неявно, на основании теоремы «О существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений» [3,4], делаем предположение о том, что существует функциональная зависимость, определяемая системой уравнений (1)–(5), между случайными величинами, являющимися зависимыми параметрами системы $P_{кi}$, $T_{кi}$ и независимыми $P_{нi}(\omega)$, $T_{нi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, $K_{Ti}(\omega)$, $E_i(\omega)$.

В результате применения общего подхода метода линеаризации функции от нескольких случайных величин [3, 4], а так же последующим применением к полученному выражению свойств числовых характеристик функций случайных величин, мы получим следующие зависимости статистических характеристик (без учета коррелированности случайных величин):

$$M_{T_{кi}}\approx\Psi_i\left(M_{P_{нi}},M_{T_{нi}},M_{q_i},M_{E_i},M_{K_{Ti}}\right), \quad (7)$$

$$M_{P_{кi}}\approx\Phi_i\left(M_{P_{нi}},M_{T_{нi}},M_{q_i},M_{E_i},M_{K_{Ti}}\right), \quad (8)$$

$$\sigma^2_{T_{кi}}\approx\left[\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial Q_i}\right)^2\sigma^2_{q_i}+\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial P_{нi}}\right)^2\sigma^2_{P_{нi}}+\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial T_{нi}}\right)^2\sigma^2_{T_{нi}}+\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial E_i}\right)^2\sigma^2_{E_i}+\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial K_{Ti}}\right)^2\sigma^2_{K_{Ti}}\right]\Bigg|_{\overline{M}_{0i}}, \quad (9)$$

$$\sigma^2_{P_{кi}}\approx\left[\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial Q_i}\right)^2\sigma^2_{q_i}+\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial P_{нi}}\right)^2\sigma^2_{P_{нi}}+\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial T_{нi}}\right)^2\sigma^2_{T_{нi}}+\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial E_i}\right)^2\sigma^2_{E_i}+\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial K_{Ti}}\right)^2\sigma^2_{K_{Ti}}\right]\Bigg|_{\overline{M}_{0i}}. \quad (10)$$

Как уже упоминалось, для определения оценок математических ожиданий (7), (8) необходимо разрешить систему уравнений (1)–(5), относительно переменных – случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, задав граничные условия в точке, соответствующей оценкам математических ожиданий параметров газового потока сети $\overline{M}_{0i}=\left(M_{P_{н0i}},M_{T_{н0i}},M_{q_{0i}},M_{E_{0i}},M_{K_{T0i}}\right)$.

Так как из выражения (3) следует, что $T_{кi}(\omega)$ явно зависит лишь от случайных величин $T_{нi}(\omega)$, $\theta(\omega)$ и не явно зависит через параметр $\theta(\omega)$ от случайных величин $K_{тi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, для того чтобы получить выражение дисперсии $\sigma^2_{T_{кi}}$ в виде (9), необходимо последовательно выполнить следующие действия: применить описанный выше подход и получить дисперсии $\sigma^2_{T_{кi}}$ в виде:

$$\sigma^2_{T_{кi}} \approx \left[\left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial T_{нi}}\right)^2 \sigma^2_{T_{нi}} + \left(\frac{\partial\Psi_i}{\partial\theta_i}\right)^2 \sigma^2_{\theta_i}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}, \qquad (11)$$

затем, определить дисперсии $\sigma^2_{\theta_i}$, используя тот же поход для выражения (6):

$$\sigma^2_{\theta_i} = \left[\left(\frac{\partial\theta_i}{\partial K_{T_i}}\right)^2 \sigma^2_{K_{T_i}} + \left(\frac{\partial\theta_i}{\partial q_i}\right)^2 \sigma^2_{q_i}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}. \qquad (12)$$

Подставив полученное выражение $\sigma^2_{\theta_i}$ (12) в выражение для $\sigma^2_{T_{кi}}$ (11), получаем:

$$\sigma^2_{T_{к_i}} = \left[\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial T_{н_i}}\right)^2 \sigma^2_{T_{н_i}} + \left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial\theta_i}\frac{\partial\theta_i}{\partial K_{T_i}}\right)^2 \sigma^2_{K_{T_i}} + \left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial\theta_i}\frac{\partial\theta_i}{\partial q_i}\right)^2 \sigma^2_{q_i}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}. \qquad (13)$$

Аналогичным образом, случайная величина $P_{кi}$, определенная выражением (1), явно зависит от случайных величин $P_{нi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, $\beta(\omega)$ и неявно через параметры $\beta(\omega)$ (2) и $T_{срi}$ (4) зависит от $T_{нi}(\omega)$, $K_{тi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, $E_i(\omega)$. Таким образом, получаем дисперсии $\sigma^2_{P_{кi}}$ виде:

$$\sigma^2_{P_{кi}} \approx \left[\left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial Q_i}\right)^2 \sigma^2_{q_i} + \left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial P_{нi}}\right)^2 \sigma^2_{P_{нi}} + \left(\frac{\partial\Phi_i}{\partial\beta_i}\right)^2 \sigma^2_{\beta_i}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}.$$

Исходя из того, что

$$\sigma^2_{\beta_i} = \left(\left(\frac{\partial\theta_i}{\partial E_i}\right)^2 \sigma^2_{E_i} + \left(\frac{\partial\beta_i}{\partial T_{срi}}\right)^2 \sigma^2_{T_{срi}}\right)\Big|_{\overline{M}_{0i}}, \text{ а}$$

$$\sigma^2_{T_{срi}} = \left(\left(\frac{\partial T_{срi}}{\partial T_{нi}}\right)^2 \sigma^2_{T_{нi}} + \left(\frac{\partial T_{срi}}{\partial\theta_i}\right)^2 \sigma^2_{\theta_i}\right)\Big|_{\overline{M}_{0i}},$$

дисперсия $\sigma^2_{P_{кi}}$ примет вид:

$$\sigma^2_{P_{к_i}} = \left[\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial P_{н_i}}\right)^2 \sigma^2_{P_{н_i}} + \left[\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial\beta_i}\frac{\partial\beta_i}{\partial T_{срi}}\frac{\partial T_{срi}}{\partial\theta_i}\frac{\partial\theta_i}{\partial q_i}\right)^2\right]\sigma^2_{q_i} + \left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial\beta_i}\frac{\partial\beta_i}{\partial E_i}\right)^2 \sigma^2_{E_i} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial\beta_i}\frac{\partial\beta_i}{\partial T_{срi}}\frac{\partial T_{срi}}{\partial T_{нi}}\right)^2 \sigma^2_{T_{нi}} + \left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial\beta_i}\frac{\partial\beta_i}{\partial T_{срi}}\frac{\partial T_{срi}}{\partial\theta_i}\frac{\partial\theta_i}{\partial K_{T_i}}\right)^2 \sigma^2_{K_{T_i}}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}. \qquad (14)$$

Частные производные, использующиеся в выражениях (13) и (14), можно получить, продифференцировав выражения (1)–(5):

$$\frac{\partial T_{к_i}}{\partial\theta_i} = L\left(T_{нi} - T_{срi}\right)e^{-\theta_i(\omega)L}, \qquad \frac{\partial T_{к_i}}{\partial T_{н_i}} = 1 - e^{-\theta_i(\omega)L},$$

$$\frac{\partial P_{кi}}{\partial P_{нi}} = \frac{P_{н_i}(\omega)}{\sqrt{P^2_{н_i}(\omega) - \beta_i(\omega)\, q_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial q_i} = \frac{-\beta_i(\omega)\, q_i(\omega)}{\sqrt{P^2_{H_i}(\omega) - \beta_i(\omega)\, q_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial q_i} = \frac{-\beta_i(\omega)\, q_i(\omega)}{\sqrt{P^2_{H_i}(\omega) - \beta_i(\omega)\, q_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial\beta_i} = \frac{-q_i^2(\omega)}{2\sqrt{P^2_{H_i}(\omega) - \beta_i(\omega)\, q_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial\beta_i}{\partial E_i} = -\frac{2\Delta L\, T_{ср_i}(\omega)\cdot Z_{ср_i}}{\tau_i\, \alpha_i^2\phi_i^2 E_i^3(\omega) D_i^{5.2}}, \qquad \frac{\partial\beta_i}{\partial T_{срi}} = \frac{\Delta L\cdot Z_{ср_i}}{\tau_i\, \alpha_i^2\phi_i^2 E_i^2(\omega) D_i^{5.2}},$$

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial q_i} = -\frac{62.6\, K_{T_i}(\omega) D_{H_i}}{10^6 q_i^2(\omega)\Delta B}, \qquad \frac{\partial\theta_i}{\partial K_{T_i}} = \frac{62.6\, D_{H_i}}{10^6 q_i(\omega)\Delta B},$$

$$\frac{\partial T_{срi}}{\partial T_{нi}} = \frac{(1 - e^{-\theta_i(\omega)L})}{\theta_i(\omega)L},$$

$$\frac{\partial T_{срi}}{\partial\theta_i} = \left(T_{нi} - T_{гр}\right)\left(\theta_i^{-1}(\omega)e^{-\theta_i(\omega)L} - \theta_i^{-2}(\omega)L^{-1}\left(1 - e^{-\theta_i(\omega)L}\right)\right).$$

3. Математическое моделирование стохастического квазистационарного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата

Известно, что стохастическую модель квазистационаргного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата можно представить в виде [9]:

$$\underset{\omega}{M}\left\{\tilde{a}(\omega)P_н^2(\omega) - P_к^2(\omega) + \tilde{b}(\omega)P_н(\omega)q(\omega) + \tilde{c}(\omega)q^2(\omega)\right\} = 0, \qquad (15)$$

– случайные величины $\tilde{0}(\omega)$, $\tilde{b}(\omega)$, $\tilde{c}(\omega)$ (для степень сжатия $\varepsilon(\omega) \le 1{,}3$), заданы в следующем виде:

$$\tilde{0}(\omega) = a_2(\omega), \qquad \tilde{b}(\omega) = b_2(\omega)\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 Z(\omega) R T_н(\omega)}{1440},$$

$$\tilde{c}(\omega) = c_2(\omega)\left(\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 Z(\omega) R T_н(\omega)}{1440}\right)^2, \qquad (16)$$

где:

$$a_2(\omega) = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр}(\omega)\cdot a_1(\omega) + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\left(1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\right)a_0(\omega) + \left(1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\right)^2, \qquad (17)$$

$$b_2(\omega) = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр}(\omega)\cdot b_1(\omega) + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\left(1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\right)b_0(\omega), \qquad (18)$$

$$c_2(\omega) = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{ср}(\omega)\cdot c_1(\omega) + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{ср}(\omega)\left(1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{ср}(\omega)\right)c_0(\omega), \qquad (19)$$

– полиномы аппроксимации степени сжатия при $\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр} = 1$:

$$\varepsilon_0(\omega) = \varepsilon(\omega, 1) = a_0(\omega) + b_0(\omega)Q_{пр}(\omega) + c_0(\omega)Q^2_{пр}(\omega) \ , (20)$$

$$\varepsilon_1^2(\omega) = \varepsilon^2(\omega, 1) = a_1(\omega) + b_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + c_1(\omega)Q^2_{пр}(\omega) \ ,$$

– приведенная объемная производительность

$$Q_{пр}(\omega) = \frac{n_0}{n}\gamma_0 \frac{Z(\omega)RT(\omega)}{1440}\frac{q(\omega)}{P_н(\omega)} \ , \qquad (21)$$

– политропический коэффициент полезного действия:

$$\begin{aligned}\eta_{пол}(\omega) &= d_0(\omega) + d_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + \\ &+ d_2(\omega)Q^2_{пр}(\omega) + d_3(\omega)Q^3_{пр}(\omega)\end{aligned} \ , \qquad (22)$$

– внутренняя приведенная мощности N:

$$\begin{aligned}\left[\frac{N}{\gamma}\right]_{пр} &= \nu(\omega) = c_0(\omega) + c_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + \\ &+ c_2(\omega)Q^2_{пр}(\omega) + c_3(\omega)Q^3_{пр}(\omega)\end{aligned} \ ,$$

– приведенное относительное число оборотов привода:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}(\omega) = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр}R_{пр}T_{пр}}{Z_н(\omega)R_нT_н(\omega)}} \ , \qquad (23)$$

– приближенная зависимость степени сжатия $\varepsilon(\omega)$ от фактического числа оборотов и физических параметров газа имеет вид :

$$\varepsilon(\omega) = \left[1 + \left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{\mu(\omega)-1}{\mu(\omega)}} - 1\right)\right]^{\frac{\mu(\omega)}{\mu(\omega)-1}} \ , \qquad (24)$$

$$T_{iк}(\omega) = T_{iн}(\omega)\left(\varepsilon(\omega)\right)^{\frac{\mu(\omega)-1}{\mu(\omega)}} \ , \qquad (25)$$

$$\frac{\mu(\omega)}{\mu(\omega)-1} = \eta_{пол}(\omega)\frac{k}{k-1} \ , \qquad (26)$$

где μ – показатель политропы, k – показатель адиабаты.

Если в представленной модели (15)–(26) принять коэффициенты аппроксимаций степени сжатия a_0, b_0, c_0, a_1, b_1, c_1, а также политропического коэффициента d_0, d_1, d_2, d_3 в виде констант, то модель будет содержать пять основных случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, $P_{нi}$, $T_{нi}$, q_i . Она будет разрешима при задании граничных условий в виде оценок математических ожиданий для трех независимых переменных. Очевидно, что наибольший интерес представляет задание граничных условий параметров $P_{нi}(\omega)$, $T_{нi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, для того чтобы получить оценки математического ожидания $\hat{P}_к$, $\hat{T}_к$. Предполагается, что все независимые переменные $X_i(\omega), i = 1,2,3$, входящие в модель (15)–(26) имеют нормальное распределение с известным математическим ожиданием и дисперсиями $X_i(\omega) \sim N(\hat{\hat{X}}_i, \hat{\sigma}^2_{X_i}), i = 1,2,..,5$.

3.1. Статистические свойства зависимых переменных в стохастической модели квазистационарного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата

Задача определения статистических свойств зависимых переменных в стохастической модели квазистационарного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата [9], заключается в необходимости определения числовых характеристик распределения случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, соответствующих давлению и температуре на выходе $i-$ ого газоперекачивающего агрегата:

$$\left.\begin{aligned}P_{кi} &= \Omega\left(P_{нi}, T_{нi}, q_i\right)\\ T_{кi} &= \Theta\left(P_{нi}, T_{нi}, q_i\right)\end{aligned}\right\} . \qquad (27)$$

Так как система (27) задана неявно на основании теоремы «О существовании и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой функциональных уравнений» в [3,4], делаем предположение о том, что существует функциональная зависимость, определенная в модели (15)–(26), между случайными величинами, являющимися зависимыми параметрами системы и независимыми.

В результате применения общего подхода метода линеаризации функции от нескольких случайных величин [3, 4], а так же последующим применением к полученному выражению свойств числовых характеристик функций случайных величин, мы получим следующие зависимости статистических характеристик (без учета коррелированности случайных величин):

$$M_{T_{кi}} \approx \Theta_i\left(M_{P_{нi}}, M_{T_{нi}}, M_{q_i}, M_{E_i}, M_{K_{Ti}}\right) , \qquad (28)$$

$$M_{P_{кi}} \approx \Omega_i\left(M_{P_{нi}}, M_{T_{кi}}, M_{q_i}, M_{E_i}, M_{K_{Ti}}\right) , \qquad (29)$$

$$\sigma^2_{T_{кi}} \approx \left[\left(\frac{\partial\Theta_i}{\partial Q_i}\right)^2\sigma^2_{q_i} + \left(\frac{\partial\Theta_i}{\partial P_{нi}}\right)^2\sigma^2_{P_{нi}} + \left(\frac{\partial\Theta_i}{\partial T_{нi}}\right)^2\sigma^2_{T_{нi}}\right]\Bigg|_{\overline{M}_{0i}} , \quad (30)$$

$$\sigma^2_{P_{кi}} \approx \left[\left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial Q_i}\right)^2\sigma^2_{q_i} + \left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial P_{нi}}\right)^2\sigma^2_{P_{нi}} + \left(\frac{\partial\Omega_i}{\partial T_{нi}}\right)^2\sigma^2_{T_{нi}}\right]\Bigg|_{\overline{M}_{0i}} , \quad (31)$$

Для определения оценок математических ожиданий (28), (29) необходимо разрешить систему уравнений (15)–(26), относительно переменных – случайных величин $P_{кi}$, $T_{кi}$, задав граничные условия в точке $\overline{M}_{0i} = \left(M_{P_{н0i}}, M_{T_{н0i}}, M_{q_{0i}}\right)$, соответствующей оценкам математических ожиданий параметров газового потока сети.

Так как из выражения (15) следует, что $P_{кi}(\omega)$ явно зависит от случайных величин $\tilde{a}(\omega), \tilde{b}(\omega), \tilde{c}(\omega)$, $P_н(\omega)$ и не явно зависит через параметры $\tilde{a}(\omega), \tilde{b}(\omega), \tilde{c}(\omega)$ (16), $\tilde{a}2(\omega), \tilde{b}2(\omega), \tilde{c}2(\omega)$ (17)–(19), $\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}(\omega)$ (24) от случайной величины $T_{нi}(\omega)$, то получив соответствующие дисперсии параметров выражений (15)–(19) и (23) (без учета коррелированности случайных величин) и сведя все в одно выражение, получим дисперсии $\sigma^2_{P_{кi}}$ (31) в виде:

$$\sigma^2_{P_{к_i}}=\left(\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial P_{н_i}}\right)^2\sigma^2_{P_{н_i}}+\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial q_i}\right)^2\sigma^2_{q_i}+\left[\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial a_i}\frac{\partial a_{2i}}{\partial n'_i}\frac{\partial n'_i}{\partial T_{нi}}\right)^2+\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial b_i}\frac{\partial b_i}{\partial T_{н_i}}\right)^2+\right.\right. \quad ,(32)$$

$$\left.\left.+\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial b_i}\frac{\partial b_i}{\partial b2_i}\frac{\partial b_{2i}}{\partial n'_i}\frac{\partial n'_i}{\partial T_{нi}}\right)^2+\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial T_{н_i}}\right)^2+\left(\frac{\partial P_{к_i}}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial c2_i}\frac{\partial c_{2i}}{\partial n'_i}\frac{\partial n'_i}{\partial T_{нi}}\right)^2\right]\right)\sigma^2_{T_{нi}}\Big|_{\overline{M}_{0i}}$$

где введено обозначение $n'=\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}(\omega)$.

Аналогично, так как в выражении (25) $T_{кi}(\omega)$ явно зависит от случайных величин $T_{нi}(\omega)$, $\varepsilon_i(\omega)$, $\mu_i(\omega)$ и неявно зависит через параметры $\varepsilon_{0i}(\omega)$ (20), $Q_{прi}(\omega)$ (-21), $\eta_i(\omega)$ (22), $\varepsilon_i(\omega)$ (24), $\mu_i(\omega)$ (26) от случайных величин $P_{нi}(\omega)$, $q_i(\omega)$, получив соответствующие дисперсии зависимых параметров (без учета коррелированности случайных величин) и сведя все в одно выражение, получим дисперсии $\sigma^2_{T_{кi}}$ (30) в виде:

$$\sigma^2_{T_{к_i}}=\left[\left(\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{0i}}\frac{\partial \varepsilon_{0i}}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial P_{нi}}\right)^2+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial P_{нi}}\right)^2+\right.\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial P_{нi}}\right)^2\right)\sigma^2_{P_{нi}}+\left(\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{0i}}\frac{\partial \varepsilon_{0i}}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial q_i}\right)^2+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial q_i}\right)^2+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial q_i}\right)^2\right)\sigma^2_{q_i}+$$

$$+\left(\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial T_{н_i}}\right)^2+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial n'_i}\frac{\partial n'_i}{\partial T_{нi}}\right)^2+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial T_{нi}}\right)^2+\right. \quad ,(33)$$

$$\left.\left.+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{0i}}\frac{\partial \varepsilon_{0i}}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial T_{нi}}\right)^2+\left(\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \mu'_i}\frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}\frac{\partial Q_{прi}}{\partial T_{нi}}\right)^2\right)\sigma^2_{T_{нi}}\right]\Big|_{\overline{M}_{0i}}$$

где введено обозначение $\mu'_i=\frac{\mu_i(\omega)}{\mu_i(\omega)-1}$. Частные производные для дисперсий $\sigma^2_{P_{кi}}$ (32) и $\sigma^2_{T_{кi}}$ (33), можно получить, продифференцировав выражения (15)–(26):

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial P_{н_i}}=\frac{2\tilde{a}_iP_{нi}(\omega)+\tilde{b}_iq_i(\omega)}{2\sqrt{\tilde{a}_iP^2_{нi}(\omega)+\tilde{b}_iP_{нi}(\omega)q_i(\omega)+\tilde{c}_iq_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial q_i}=\frac{\tilde{b}_iP_{нi}(\omega)+2\tilde{c}_iq_i(\omega)}{2\sqrt{\tilde{a}_iP^2_{нi}(\omega)+\tilde{b}_iP_{нi}(\omega)q_i(\omega)+\tilde{c}_iq_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial a_i}=\frac{P^2_{нi}(\omega)}{2\sqrt{\tilde{a}_iP^2_{нi}(\omega)+\tilde{b}_iP_{нi}(\omega)q_i(\omega)+\tilde{c}_iq_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial b_i}=\frac{P_{нi}(\omega)q_i(\omega)}{2\sqrt{\tilde{a}_iP^2_{нi}(\omega)+\tilde{b}_iP_{нi}(\omega)q_i(\omega)+\tilde{c}_iq_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial P_{к_i}}{\partial c_i}=\frac{q_i^2(\omega)}{2\sqrt{\tilde{a}P^2_{нi}(\omega)+\tilde{b}P_{нi}(\omega)q_i(\omega)+\tilde{c}q_i^2(\omega)}},$$

$$\frac{\partial a_{2i}}{\partial n'}=n'^3_i a_1+(1-2n'^2_i)4n'_i a_0-4n'_i\left(1-n'^2_i\right),$$

$$\frac{\partial b_i}{\partial T_{н_i}}=b_2(\omega)\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0Z(\omega)R}{1440},$$

$$\frac{\partial b_i}{\partial b_{2i}}=\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0Z(\omega)RT(\omega)}{1440},$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial T_{н_i}}=2c_{2i}(\omega)T(\omega)\left(\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0Z(\omega)R}{1440}\right)^2,$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial c_{2i}}=\left(\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0Z(\omega)RT(\omega)}{1440}\right)^2,$$

$$\frac{\partial b_{2i}}{\partial n'}=4n'^3_i b_1+4n'_i\left(1-2n'^2_i\right)b_0,$$

$$\frac{\partial c_{2i}}{\partial n'}=4n'^3_i c_1+4n'_i\left(1-2n'^2_i\right)c_0,$$

$$\frac{\partial n'_i}{\partial T_{нi}}=-\frac{n}{2n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр}R_{пр}T_{пр}}{Z_{нi}(\omega)R_{нi}}}\frac{1}{\sqrt{T^3_{нi}}},\quad \frac{\partial \mu'_i}{\partial \eta_i}=\frac{k}{k-1},$$

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial Q_{прi}}=d_1(\omega)+2d_2(\omega)Q_{пр}(\omega)+3d_3(\omega)Q^2_{пр}(\omega),$$

$$\frac{\partial Q_{прi}}{\partial P_{нi}}=-\frac{n_0}{n}\gamma_0\frac{Z(\omega)RT_н(\omega)}{1440}\frac{q(\omega)}{P^2_н(\omega)},$$

$$\frac{\partial Q_{прi}}{\partial T_{нi}}=\frac{n_0}{n}\gamma_0\frac{Z(\omega)R}{1440}\frac{q(\omega)}{P_н(\omega)},$$

$$\frac{\partial Q_{прi}}{\partial q_i}=\frac{n_0}{n}\gamma_0\frac{Z(\omega)RT_н(\omega)}{1440P_н(\omega)},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{0i}}{\partial Q_{прi}}=b_0(\omega)+2c_0(\omega)Q_{пр}(\omega),\quad \frac{\partial T_{к_i}}{\partial T_{н_i}}=(\varepsilon_i)^{\frac{1}{\mu'}},$$

$$\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \varepsilon_i}=\frac{1}{\mu'}T_{iн}(\omega)(\varepsilon_i)^{\frac{1}{\mu'}-1},$$

$$\frac{\partial T_{к_i}}{\partial \mu'_i}=-\frac{1}{\mu'^2}T_{iн}(\omega)(\varepsilon_i)^{\frac{1}{\mu'}}\,\mathrm{Ln}\varepsilon_i,$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{0i}}=n'^2_i(\omega)\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'}-1}\left[1+n'^2_i(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'}}-1\right)\right]^{\mu'-1},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial n'}=2\mu'_i n'_i(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'_i}}-1\right)\left[1+n'^2_i(\omega)\left(\varepsilon_{0i}^{\frac{1}{\mu'_i}}-1\right)\right]^{\mu'_i-1},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \mu'_i}=\left[1+n'^2_i(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'_i}}-1\right)\right]^{\mu'_i}\left[-n'^2_i(\omega)\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'_i}}\frac{1}{\mu'_i}\frac{\mathrm{Ln}\varepsilon_0}{1+n'^2_i(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'_i}}-1\right)}+\right.$$

$$\left.+\mathrm{Ln}\left(1+n'^2_i(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{1}{\mu'_i}}-1\right)\right)\right]$$

Выводы

В статье рассмотрена проблема математического моделирования стационарных неизотермических режимов транспорта природного газа. с многониточными ЛУ и многоцеховыми КС. Новизна данной работы состоит в том, что в первые рассмотрена задача математического моделирования стохастического квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода, задача математического моделирования стохастического квазистационарного неизотермического режима работы газоперекачивающего агрегата с помощью моделей, а также решена задача определения статистических свойств зависимых переменных от независимых в представленных моделях, что позволяет получить верхнюю и нижнюю оценки диапазонов изменения параметров газовых потоков в любом узле ГТС для заданного уровня внешних стохастических возмущений.

Литература

1. Евдокимов А.Г., Дубровский В.В., Тевяшев А.Д. Потокораспределение в инженерных сетях, М.: Стройиздат. 1979.
2. Тевяшев А.Д., Тимофеева Т.Б., Синельникова О.И. Оценка статистических характеристик расчетных параметров режимов функционирования ЭЭС, в зависимости от статистических характеристик выходных данных // Вестник Харьковского государственного университета сельского хозяйства, по материалам научно–практической конференции «Проблемы энергообеспечения и энерхосбережения а АПК Украины», Харьков. 2001.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука. 1969.
4. Сарданашвили С.А. Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа), М.: ФГУП Изд–во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина. 2005. С 577.
5. Нормы технологического проектирования магистральных газопроводов.//Открытое акционерное общество ГазПром, Общество с ограниченной ответственностью «Научно–исследовательский институт природных газов и газовых технологий » ВНИИГАЗ, Москва. 2004.
6. Меренков А.П., Сепнова Е.В., Сумароков С.В. и др. Математическое моделирование и оптимизация систем, тепло–, водо–, нефте– и газопотребления, Новосибирск: В.О. «Наука». 1992. 406с.
7. Волков И.К., Зуев С.М., Увяткова Г.М. Случайные процессы, М: Издательство МГТУ им Н.Э.Баумана. 1999. С 448.
8. Тевяшев А.Д.,Мамедова А.А, Фролов В.А. Стохастическая модель квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа в газотранспортных системах // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики №149,Харьков. 2009.