

УДК 004.942

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТОЛПЫ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО- СОБЫТИЙНОГО МУЛЬТИАГЕНТНОГО ПОДХОДА

**А. Ф. Лановой**

Кандидат технических наук, доцент  
Кафедра программной инженерии\*  
E-mail: felixlaf@gmail.com

**А. А. Лановой**

Кафедра системотехники\*  
E-mail: htc.x.boy@gmail.com

\*Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

*Розглядаються проблеми, пов'язані з побудовою моделі натовпу. В роботі запропоновано комбінований метод побудови моделі, який дозволяє враховувати прискорення та різьки зміни вектору швидкості локального потоку людей у натовпі. В роботі вирішені задачі створення моделі натовпу, результати експериментів над якою можуть бути наближені до поведінки реальних натовпів*

*Ключові слова: гетерогенний натовп, мультиагентний підхід, потоковий метод, конформність, мултимасштабування*

*Рассматриваются проблемы, связанные с построением модели толпы. В работе предложен комбинированный метод построения модели, позволяющий учитывать ускорения и резкие изменения вектора скорости локального потока людей в толпе. В работе решены задачи создания модели толпы, результаты экспериментов над которой могут быть приближены к поведению реальных толп*

*Ключевые слова: гетерогенная толпа, мультиагентный подход, потоковый метод, конформность, мултимасштабирование*

## 1. Введение

Человеческая толпа по своей природе – сложноорганизованное социальное явление. В отдельных случаях толпа людей может представлять собой хорошо организованную структуру и демонстрировать огромную конструктивную силу. Попытки предсказать и управлять поведением толпы в различных ситуациях стали краеугольным камнем для множества психологов, социологов, математиков и программистов. В то же время процесс разработки моделей, результаты экспериментов над которыми будут наиболее приближены к реальному поведению толпы, является объектом пристального внимания со стороны правительственных учреждений.

Существует значительное число подходов к созданию моделей поведения толпы, которые можно разделить на несколько классов [1–3]:

1) подходы, базирующиеся на применении теории клеточных автоматов. В таких моделях пространство, в котором перемещаются объекты, представляется в виде набора клеток, образующих периодическую решетку с заданными правилами перехода;

2) подходы, основанные на протекании физических процессов динамики жидкости и газа. В этом случае каждый элемент толпы представляет собой частицу, состояние которой описывается уравнениями динамики жидкости или газа (например, уравнениями Навье-Стокса или Бернулли);

3) подходы на основе Ньютоновской механики. В подобных моделях все силы, действующие на объект в толпе, выражаются в виде физических сил, а движение объекта описывается на основе второго закона Ньютона;

4) подходы на основе мультиагентных методов. В соответствии с этим подходом, в процессе моделирования не описывается динамическая система в целом, а создается набор элементарных правил перемещения и взаимодействия отдельных объектов, составляющих модель в целом;

5) гибридные подходы, использующие комбинацию нескольких вышеперечисленных методов.

Необходимо учитывать, что толпа – это не просто собрание людей. Поведение человека может быть спровоцировано поведением других людей, которое, в свою очередь, может зависеть от различных физиологических, психологических и социальных факторов. «Чистые» математические подходы или аналитические модели не позволяют с достаточной степенью достоверности описывать динамику толпы. Таким образом, актуальность работы определяется необходимостью создания модели поведения гетерогенной толпы с возможным последующим обучением модели на основании реальных данных о толпе, что позволит приблизить поведение виртуальной толпы к поведению реальной.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Анализируя работы, посвященные проблеме математического моделирования человеческой толпы, приходим к выводу, что доминируют два основных подхода: построение микро- и макро-моделей. В микро-моделях отдельные элементы толпы (люди) описываются индивидуально с помощью базовых при-

митивов, движения задаются обычными уравнениями с определенным набором ограничений, и чаще всего они проецируются на двумерные поверхности, объединяющие доступную для перемещения область и преграды в пределах данной области.

Принцип построения модели толпы на основе макро-моделей состоит в использовании для описания отдельных элементов толпы частных дифференциальных уравнений, позволяющих отразить динамику перемещения людей во времени и пространстве. При таком подходе толпа представляет собой систему устойчивых формирований (группированных элементов), которые обладают едиными свойствами. Этот метод во многом полагается на максимально сформированную систему ограничений, которая позволяет приблизить поведение модели к реальным условиям.

Разработкой и совершенствованием моделей, методов и средств компьютерного моделирования поведения толпы занимаются многие отечественные и зарубежные исследователи, среди которых В. М. Предтеченский, М. Я. Ройтман, В. В. Холщевников, С. В. Беляев, А. Н. Овсянников, Д. Толлман (D. Thallmann), С. Мусс (S. Musse), Д. Терзопулос (D. Terzopoulos), Д. Хелбинг (D. Helbing), Р. Харг (R. Hughes), А. Трюи (A. Treuille), С. Рейнолдс (C. Reynolds) и др. Следует отметить, что часть исследователей стремится к актуализации «внешних» особенностей толпы. К таким особенностям можно отнести принятие отдельными особами в толпе определенных поз или выполнение заранее отретированных движений, их скоординированное расположение (флэш-моб). Другая часть исследователей свое внимание уделяла социальному поведению толпы, рассматривая толпу как единый биологический организм, развивающийся по своим законам.

Некоторые из исследователей концентрировали свое внимание на изучении свойств динамики самой толпы как единой системы: в [4] была предложена модель многоагентного взаимодействия, которая учитывает возникновение в человеческом потоке вихрей, волн и даже турбулентности; в [5] в модель поведения индивидов добавлен элемент анализа окружающей обстановки, реализована стратегия «терпеливого человека».

Интерес представляет и практическая сторона использования моделей толпы. Значительный спрос на системы визуализации толпы существует в индустрии развлечений – использование готовых визуализированных моделей массовых и батальных сцен позволяет значительно сократить финансовые расходы на создание кинематографической продукции и повысить ее зрелищность. Прикладное использование возможно и в иных сферах – компания AnyLogic [6] выпустила кросс-платформенную версию программного обеспечения для имитационного моделирования AnyLogic7, инструменты и библиотеки которой позволяют быстро создавать модели для решения широко спектра задач – от моделирования производства, логистики, бизнес-процессов до построения моделей эвакуационных мероприятий.

Компания Boston Dynamics [7] представила коммерческий продукт DI-Guy. В официальном пресс-релизе компании говорится, что разработан программно-графический пакет, в котором воплощена реалистичная

модель человеческого поведения, а основным заказчиком заказчиком продукта является министерство обороны США и крупнейшие военно-промышленные корпорации (Boeing, BAE Systems, Raytheon). Модели групповой динамики толпы используются в этой системе с целью сформировать правильную реакцию обучающегося на симуляторе-тренажере в конкретной ситуации: в бою, во время штурма объекта, при патрулировании улиц или предотвращения нападения толпы людей.

В результате анализа литературы, описаний моделей и их практических реализаций, были выявлены следующие особенности:

1) многие из предложенных подходов к построению моделей не позволяют проводить исследования над гетерогенными толпами;

2) проверка отдельных моделей на адекватность путем сравнения с реальными событиями не всегда приводит к ожидаемым результатам;

3) система ограничений и выбор свободных параметров системы, влияющих на поведение объектов, формируется исходя из предпочтений исследователя.

---

### 3. Цель и задачи исследования

---

Цель исследования состоит в разработке простой и интуитивно понятной модели формирования дискретно-событийной модели толпы, которая бы объединяла в себе достоинства макро- и микро-подходов при ее формировании.

В работе предлагается решение задачи исследования путем построения каркасной агентно-ориентированной модели толпы с учетом ограничений, накладываемых социальными явлениями и окружающей средой.

Исходя из этого основными задачами исследования являются:

– формирование упрощенного каркаса модели толпы с учетом общих принципов ее создания (численность, управляемость, направленность, гетерогенность, т. д.);

– использование дискретно-событийного, агентно-ориентированного подхода для построения детальных моделей отдельных агентов системы для более полного моделирования динамики развития толпы;

– реализация функции детализации отдельных элементов модели с возможностью переназначения их свойств, формирование условий граничных переходов;

– обеспечение совместимости между различными моделями на уровне запросов, возможности структурной «склейки» моделей путем выявления несовместимости входов и выходов, а также – множества входных и выходных данных.

---

### 4. Модель мультиагентного взаимодействия

---

Обобщенная модель толпы состоит из двух частей: окружающей среды (или пространства состояний) и совокупности отдельных автономных элементов системы (агентов), которые взаимодействуют как между собой, так и с окружающей средой. Для бо-

лее полного описания многих явлений и процессов, протекающих в толпе, необходимо также учитывать «локальные» изменения в коллективном поведении достаточно большого количества агентов. Поведение каждого конкретного агента зависит, наряду с иными факторами, от выбора стратегии поведения других агентов, являющихся «близким» окружением данного агента.

При построении математических моделей, ориентированных на отражение социального взаимодействия между агентами, необходимо учитывать конформность поведения, при котором индивидуальное поведение во многом определяется социальными факторами, формирующими систему социальных ограничений. Одним из направлений исследования конформности являются модели критической массы [8].

Эти модели характеризуются следующими признаками:

1. Агенты осуществляют дискретный (или бинарный) выбор;
2. Агенты гомогенны в своих предпочтениях, т.е. их поведение можно описать одной целевой функцией;
3. Функция полезности агента возрастает с увеличением доли других агентов (его окружения), сделавших такой же выбор.

Введем следующие обозначения:

$a_i, i=1...K$  – агент из множества агентов  $A$ , которые составляют толпу ( $K$  может стремиться к бесконечности);  $m$  – действие агента  $a_i$  из множества возможных действий агента  $M$ , которые он может выполнить (множество действий ограничивается конкретной ситуацией и может изменяться с ее развитием);  $t$  – момент времени, в течение которого происходило действие  $m$ . Тогда выражение  $m_{ai}(t)$  будет описывать действие, которое выполнено (или не выполнено)  $i$ -тым агентом за интервал времени  $t$ . Фактически значение этой функции описывает то или иное действие агента;

$D$  – подмножество множества агентов  $A$ , которые взаимодействуют между собой в процессе своего участия в толпе. Тогда выражение  $D_{ai}(t)$  будет описывать множество взаимодействий, в которых агент  $a_i$  и группа взаимодействующих между собой агентов принимают участие в момент времени  $t$ . Следует отметить, что одно и то же подмножество агентов может одновременно реализовывать различные виды взаимодействий.

Основываясь на введенных обозначениях, укрупненное состояние модели толпы в отдельный момент времени  $t$  может быть представлен множеством пар [действие, взаимодействие] по отношению ко всем агентам, составляющим толпу:

$$\{m_{ai}(t), D_{ai}(t)\}, \quad (1)$$

где  $i$  изменяется в диапазоне от 2 до  $K$ .

Обозначим через  $S_a(t)$  состояние агента  $a$  в момент времени  $t$ . Как правило, состояние человека можно определить конечным набором числовых значений, одна часть из которых описывают его фактические параметры (например, его физическую форму, удобство одежды, т.д.), а другие описывают те или иные качественные характеристики (общая атмосфера толпы, готовность выполнить то или иное действие). Множество состояний агентов  $S_a(t)$  формирует общее состояние

толпы  $S(t)$ , информация о котором не является тождественной совокупной информации о состоянии всех его элементов, поскольку действия и взаимодействия агентов в толпе также влияет на изменение состояния окружающей среды. В связи с этим введем еще одно обозначение:  $E(t)$  – информация про состояние окружающей среды для толпы в момент времени  $t$ .

Тогда обобщенная модель толпы может быть представлена следующим образом:

$$\{m_a(t), D_a(t), S_a(t), S(t), E(t)\}. \quad (2)$$

Эта модель требует формирования набора правил, в соответствие с которыми агенты, которые ее составляют, выбирают ту или иную стратегию действия (или бездействия) и вступают во взаимодействие между собой.

Для решения проблемы координации мультиагентов между собой в работе [4] было предложено использовать при построении модели поведения толпы макроскопический подход, основанный на теоретической структуре, введенной в [8]. Этот подход базируется на дискретизации временного представления сложной системы с использованием ряда показателей, которые характеризуют перемещение объектов в пространстве и позволяет учитывать локальные взаимодействия между агентами, расположением препятствий и других граничных условий.

В соответствии с [9], конформность – это свойство агента некоторой мультиагентной системы принимать решение «да» или «нет» в тех ситуациях, когда аналогичное решение принимается некоторой частью агентов, с которыми у него установлено доверительные отношения. В [10] для исследования конформного поведения были предложены модели, являющиеся вариантами сетей Кауффмана. Применительно к решению поставленной задачи, весовые функции будут определять следующими отношениями:

$$a_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sum_{v_i \in V_i} a_j(t) > \theta_i \cdot V_i, \\ 0, & \text{if } \sum_{v_i \in V_i} a_j(t) \leq \theta_i \cdot V_i. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\theta_i$  определяет порог конформности  $i$ -го агента. Иными словами, в  $(t+1)$ -й момент времени агент  $a_i$  принимает решение «1» («да» или «действовать»), если более чем  $\theta_i \cdot V_i$  агентов из множества  $V_i$  принимают решение «1», в противном случае  $a_i$  принимает решение «0» («нет», «бездействовать»). Через  $V_i$  обозначено ближайшее окружение  $a_i$ .

Применительно к решению поставленной задачи, введем в модель ряд детализаций. В толпе находятся агенты, которые всегда находятся в состоянии действия, и агенты, всегда находящиеся в состоянии бездействия. В терминах [10] первых назовем агитаторами, а вторых – лоялистами. Комбинаторные задачи, которые естественным образом возникают в данном контексте, состоят в следующем. Требуется найти размещение  $A$  агитаторов,  $A < K$ , которые за относительно небольшое число контактов переведут всех простых (то есть не являющихся агитаторами или лоялистами) бездействующих агентов-конформистов в состояние действия. Тогда обратной по отношению к ней будет задача размещения в модели, в которой

все простые агенты действуют,  $L$  лоялистов таким образом, чтобы они за относительно небольшое число контактов перевели всех простых агентов в состояние бездействия. Такого рода задачи сводятся к решению задач булевой выполнимости (SAT).

### 5. Микро- и макро-элементные подходы к уточнению модели

В работе [11] было предложено при построении модели использовать мультимасштабирование – одно-временное присутствие в модели микро- и макро-элементов. Такой подход позволяет используя преимущества макро-моделирования, сохранить значительно высокую степень детализации. Этот подход позволяет вводить в макроскопическом (усредненном) контексте некоторое количество микроскопических элементов, таких как локальные волнения, изменение направления движения или возникновение беспорядков среди агентов. В такой модели микро- и макро-элементы модели сосуществуют параллельно и непрерывно обмениваются информацией.

Положение агента  $a_i$  может быть представлено дискретными точками его пространства состояний  $r_a(t)$ , которые могут непрерывно изменяться в течение длительного периода времени  $t$ . Тогда динамика движения агента  $a_i$  может быть описана следующим уравнением движения:

$$\frac{dr_a(t)}{dt} = v_a(t). \quad (4)$$

Функции, ограничивающие временные изменения фактической скорости движения агента  $v_a(t)$ , могут также интерпретироваться как движущие силы этого движения, и могут быть названы поведенческими или социальными силами  $f_a(t)$ .

Если поведенческая сила  $f_a(t)$  представляет собой отражение различных систематических влияний на поведение агента  $a_i$  (со стороны окружающей среды или других агентов), то частота таких воздействий  $\xi_a(t)$  может быть охарактеризована как случайные поведенческие изменения (являющийся результатом случайных или преднамеренных отклонений траектории движения агента  $a_i$  от оптимального маршрута) и описана следующим выражением:

$$\frac{dv_a}{dt} = f_a(t) + \xi_a(t). \quad (5)$$

Поведенческая сила  $f_a(t)$  будет представлять собой сумму нескольких векторов силы, которые соответствуют различным одновременным влияниям на поведение агента  $a_i$ :

$$f_a(t) = f_a^0(v_a) + f_{a\beta}(r_a) + \sum_{\beta(\neq a)} f_{a\beta}(r_a, v_a, r_\beta, v_\beta) + \sum_n f_{an}(r_a, r_n, t) + \xi_a(t), \quad (6)$$

где  $f_a^0(v_a)$  – отклонение в пределах так называемого времени релаксации  $\tau_a$ , связанное с отклонением фактической скорости  $v_a$  от желаемой скорости  $v_a^0$  вследствие влияния толпы;  $f_{a\beta}$  – граничная отталкивающая сила, которая монотонно увеличивается при

уменьшении расстояния между местоположением  $r_a$  агента  $a_i$  и ближайшей к нему граничной точкой  $r_a^\beta$ ;  $f_{a\beta}(r_a, v_a, r_\beta, v_\beta)$  – отталкивающая сила, которая указывает на тот факт, что каждый из агентов  $a$  выдерживает зависящее от ситуации расстояние от других агентов  $\beta$ ;  $f_{an}(r_a, r_n, t)$  – сила взаимного притяжения между агентами  $a$  и  $n$  (дружеские или родственные связи). Здесь под желаемой скоростью  $v_a^0$  будем понимать стандартную скорость пешехода в направлении  $e_a$ :

$$f_a^0(v_a) = \frac{1}{\tau_a}(v_a^0 e_a - v_a). \quad (7)$$

Основываясь на приведенных выражениях, поясним равновесие между поведенческими силами, для которых ускорение стремится к нулю: при отсутствии любых внешних воздействий (как физических, так и социальных), положение агента в пространстве определяется выражением:

$$\sum_{\beta(\neq a)} f_{a\beta}(r_a, 0, r_\beta, 0) = 0. \quad (8)$$

Классическим примером ситуации, при которой скорость агентов в толпе равна 0, является ожидание на железнодорожной платформе прибытия поезда. В случае наличия дополнительных факторов притяжения (или отталкивания)  $f_{an}$  (таких как выступление популярной «звезды» на рок-концерте или возникновение локальной опасности), уравнение (0.8) может быть дополнено:

$$\sum_{\beta} f_{a\beta}(r_a, 0, r_\beta, 0) + \sum_n f_{an}(r_a, r_n) = 0. \quad (9)$$

Учитывая возможность возникновения в толпе ситуации, когда агент  $a_i$ , обладающий скоростью  $v_a^0$ , не может догнать заведомо более медленного агента  $\beta_i$  ( $v_a^0 > v_\beta^0$ ) за счет противодействия толпы, изменим выражение (0.7) таким образом, чтобы наступило равновесие между силой ускорения  $f_a^0$  и отталкивающей силой  $f_{a\beta}$ . Поскольку в этом случае  $v_a = v_\beta$ , то выражение (0.7) принимает вид:

$$\frac{1}{\tau_a}(v_a^0 e_a - v_\beta) + f_{a\beta}(r_a, v_a, r_\beta, v_a) = 0, \quad (10)$$

где фактическую скорость движения агентов в толпе будем обозначать через  $v_a$ . Определив вектор расстояния между агентами  $a$  и  $\beta$  как  $\|r_a - r_\beta\|$ , а отталкивающую силу  $f_{a\beta}$  направив в направлении движения  $e_a$ , запишем (0.10) следующим образом:

$$f_{a\beta}(\tau_a) + f_{a\beta}(r_a, e_a v_a, r_\beta + \Delta r_{a\beta} e_a, v_a e_a) = \frac{v_a^0 - v_a}{\tau_a} + f_{a\beta}(r_a, e_a v_a, r_\beta + \Delta r_{a\beta} e_a, v_a e_a) = 0, \quad (11)$$

где  $f_{a\beta}(\tau_a)$  – сила ускорения;  $\tau_a$  – время, за которое агенту  $a_i$  необходимо ускориться для достижения желаемой скорости  $v_a$ .

Из этой формулы (учитывая, что отталкивающая сила увеличивается с уменьшением расстояния) следует, что чем ближе агенты расположены друг к другу ( $\Delta r_{a\beta} = \|r_a - r_\beta\| \rightarrow 0$ ), тем большее различие между их собственной желаемой скоростью  $v_a^0$  и скоростью

предыдущего агента  $v_p$ . Этому факту соответствует известное явление «подталкивания» в толпе.

При укрупнении модели (на этапе внедрения в модель макро-элементов) наиболее продуктивным оказывается подход, при котором процессы движения реальных потоков людей в толпе представляются моделями процессов иной физической природы – жидкости или газов. Классическая потоковая модель LWR (Lighthill–Whitham–Richards traffic flow model), предложенная в 1956 году [12, 13], описывается следующим выражением:

$$\partial_t \rho + \partial_x q(\rho) = 0, \tag{12}$$

где  $\rho$  – потоковая функция ( $\rho \rightarrow q(\rho) = \rho v(\rho)$ ), представленная на рис. 1. Здесь  $\rho \in [0, N]$  – плотность толпы;  $K$  – её максимальная плотность;  $v = v(\rho)$  – скорость движения толпы.

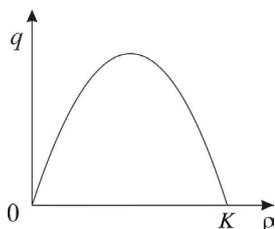


Рис. 1. Представление потоковой функции  $q$  в терминах LWR-модели

Простота этой модели является следствием следующих допущений:

- общее количество агентов в толпе является постоянным;
- скорость выражается как функция плотности толпы.

Такие методы моделирования толпы в виде потока жидкости были положены в основу строительных норм [14], которые действуют до сих пор. Основываясь на моделях, описание которых предложено в [15], выполним детализацию модели.

Обозначим через  $\rho_0$  начальную плотность толпы до начала движения. Тогда можно утверждать, что если  $\rho_0 \in L^1(\mathbb{R}; [0, K])$ , то для  $\rho = \rho(t, x)$  существует пара  $\rho_{\min}, \rho_{\max}$ , причем  $\rho_{\min} > 0$ ,  $\rho_{\max} < K$ . Данное утверждение верно только при обычном развитии ситуации, когда на плотность толпы не влияют дополнительные силы (формируемые на этапе взаимодействия микро-элементов модели) и  $\rho \in [0, K]$ . При возникновении паники возможно скачкообразное увеличение плотности толпы в интервале от  $K$  до  $K'$  (рис. 2), при котором эффект подталкивания может привести к катастрофическим последствиям, когда  $f(K') > f(a_i)$  (под  $f(a_i)$  будем понимать предельные физические нагрузки, которые может вынести человеческое тело). Однако возникновение такой ситуации приводит к необходимости перехода от макро-модели ситуации к ее локальной микро-элементной модели.

Таким образом, в процессе моделирования необходимо поддержание постоянного информационного взаимодействия между различными уровнями модели и переключение между различными ее уровнями в зависимости от целей моделирования.

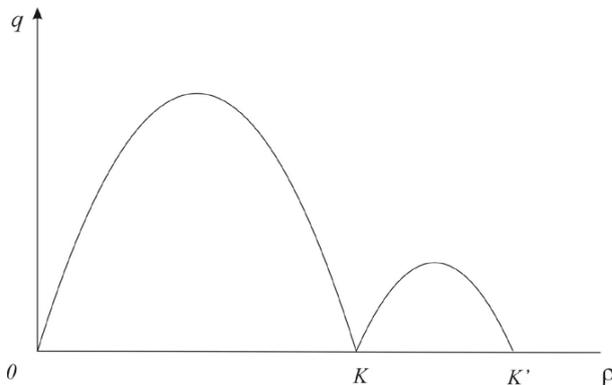


Рис. 2. Потоковая функция  $q$  при развитии экстремальной ситуации

## 6. Выводы

В последние годы наблюдается повышенный интерес к моделированию толпы, особенно со стороны индустрии развлечений и правительственных структур. Вместе с тем следует отметить, что несмотря на значительные успехи в области визуализации толпы, построение адекватной модели поведения толпы – еще в будущем.

Описать поведение толпы достаточно сложно, еще большую сложность представляет собой прогнозирование его развития. То, каким образом толпа поведет себя в определенных ситуациях, зачастую зависит от совокупности различных факторов: физических, психологических и социальных.

Основываясь на проведенном анализе предметной области, в работе был предложен один поход к построению модели толпы, который учитывает такие явления, как резкое изменение направления вектора скорости локального потока людей в толпе, межагентное взаимодействие, изменение плотности толпы:

- для формирования упрощенного каркаса модели толпы предложено использовать укрупненную математическую модель (1)–(3), которая позволяет разделить все объекты, присутствующие в толпе, на макро- и микро-элементы;

- агентно-ориентированный поход применен для построения моделей отдельных агентов системы, учитывающий динамику их движения и наличия в толпе «движущих» сил для более точного моделирования развития толпы;

- реализация функции детализации отдельных элементов модели для повышения уровня адекватности модели выполнена путем одновременного введения в модель макро- и микро-элементов с возможностью переназначения их свойств, совместного формирования условий граничных переходов через единую систему переменных;

- обеспечение совместимости между различными элементами одной модели обеспечивается введением единой системы ограничений и общих переменных, что позволяет значительно упростить программную реализацию, а также привести к единообразию множества входных и выходных данных.

В соответствии с выбранным подходом к реализации модели был разработан набор инструментальных и алгоритмических средств, позволяющих проводить

имитационные эксперименты над моделью толпы. При разработке программной системы CR-SiM были реализованы алгоритмы многоагентного взаимодействия,

пространственно-событийного расположения элементов модели, выполнена визуализация поведения виртуальной толпы.

### Литература

1. Шамионов, Р. М. Психология социального поведения личности: Учеб. пособие [Текст] / Р. М. Шамионов. – Саратов: Издательский центр «Наука», 2009. – 186 с.
2. Минаев, В. А. Как управлять массовым сознанием: современные модели [Электронный ресурс] / В. А. Минаев, А. С. Овчинский, С. В. Скрыль, С. Н. Тростянский. – Москва, 2012. – 213 с. – Режим доступа: <http://spkurdyumov.ru/uploads/2013/08/minaev100.pdf>.
3. Helbing, D. Dynamics of crowd disasters: An empirical study [Electronic resource] / D. Helbing, A. Johansson, H. Z. Al-Abideen // Physical Review E. American Physical Society. – 2007. Vol. 75, Issue 4. – Available at: <http://arxiv.org/pdf/physics/0701203>. doi:10.1103/PhysRevE.75.046109
4. Piccoli, B. Time-evolving measures and macroscopic modeling of pedestrian flow [Electronic resource] / B. Piccoli, A. Tosin // Arch. Ration. Mech. Anal. – 2011. – Vol. 199, Issue 3. – P. 707–738. – Available at: <http://arxiv.org/pdf/0811.3383v2>. doi:10.1007/s00205-010-0366-y
5. Johansson, A. Specification of the social force pedestrian model by evolutionary adjustment to video tracking data [Electronic resource] / A. Johansson, D. Helbing, P. K. Shukla // Advances in Complex Systems. – 2007. – Vol. 10, Issue sup 02. – P. 271–288. – Available at: <http://arxiv.org/pdf/0810.4587>. doi:10.1142/S0219525907001355
6. AnyLogic: официальный сайт компании, предлагающий инструментальный для многоподходного имитационного моделирования [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.anylogic.ru>
7. Boston Dynamics: официальный сайт коммерческого симулятора Di-Guy, имитирующего поведение больших масс людей: [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://www.mak.com/products/humans/diguy-ai.html>
8. Cristiani, E. Multiscale modeling of granular flows with application to crowd dynamics [Electronic resource] / E. Cristiani, B. Piccoli, A. Tosin // Multiscale Model. Simul. – 2011. – Vol. 9, Issue 1. – P. 155–182. – Available at: <http://arxiv.org/pdf/1006.0694v1>. doi:10.1137/100797515
9. Бреер, В. В. Теоретико-игровые модели конформного поведения [Текст] / В. В. Бреер // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 10. – С. 111–126.
10. Семенов, А. А. О дискретно-автоматных моделях конформного поведения [Электронный ресурс] / А. А. Семенов, С. Е. Кочемазов // Управление большими системами. – 2013. – № 46. – С. 266–292. – Режим доступа: <http://www.mtas.ru/upload/library/UBS4610.pdf>
11. Canuto, C. A Eulerian approach to the analysis of rendez-vous algorithms [Electronic resource] / C. Canuto, F. Fagnani, P. Tilli // Proceedings of the 17th IFAC world congress (IFAC'08), Seoul, Korea, 2008. – P. 9039–9044. – Available at: <http://calvino.polito.it/~fagnani/coordincontrol/IFAC08CFT.pdf>
12. Lighthill, M. J. On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads [Text] / M. J. Lighthill, G. B. Whitham // Proceedings of the Royal Society of London. – 1956. – Vol. 229, Issue 1178. – P. 317–345. doi:10.1098/rspa.1955.0089
13. Richards, P. I. Shock waves on the highway [Text] / P. I. Richards // Operations Research. – 1956. – Vol. 4, Issue 1. – P. 42–51. doi:10.1287/opre.4.1.42
14. Предтеченский, В. М. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков: учебник для вузов [Текст] / В. М. Предтеченский, А. И. Милинский. – М.: Стройиздат, 1979. – 375 с.
15. Петрик, В. М. Информационно-психологическая безопасность в эпоху глобализации [Текст] : уч. пос. / В. М. Петрик, В. В. Остроухов, А. А. Штоквиш и др.; под ред. В. В. Остроухова. – Киев, 2008. – 544 с.