УДК 62.50:658.21

ОПТИМАЛЬНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С ПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ СВЯЗЯМИ

Т. Н. Боровская
Кандидат технических наук, доцент
Кафедра компьютерных систем управления
Винницкий национальный технический университет
Хмельницкое шоссе, 95, г. Винница, Украина, 21021
E-mail: taisaborovska@gmail.com

Розглядаються задачі заміни моделей інтегрованих виробничих систем оптимальним еквівалентним по входу – виходу елементом на базі методології оптимального агрегування. Елементи виробничої системи розглядаються як технологічні перетворювачі ресурсів в продукт. Розроблені бінарні оператори оптимального агрегування інтегрованих систем з параметричними зв'язками для структур: «виробництво-склад», «виробництво-розвиток», «виробництво з переробкою відходів». Виконано дослідження на моделях

Ключові слова: моделювання, функція виробництва, функція розвитку, алгебраїзація, бінарний оператор, оптимальне агрегування

Рассматриваются задачи замены моделей интегрированных производственных систем оптимальным эквивалентным по входу – выходу элементом на базе методологии оптимального агрегирования. Элементы производственной системы рассматриваются как технологические преобразователи ресурсов в продукт. Разработаны бинарные операторы оптимального агрегирования интегрированных систем с параметрическими связями для структур: «производство-склад», «производство-развитие», «производство с переработкой отходов». Выполнены исследования на моделях

Ключевые слова: моделирование, функция производства, функция развития, алгебраизация, бинарный оператор, оптимальное агрегирование

1. Введение

Сегодня созданы необходимые условия для эффективного функционирования и развития высокотехнологических производственных систем: непрерывное обновление технологий и продуктов производства без остановки производства, оптимальное адаптивное управление в условиях случайных возмущений спроса и трендов цен ресурсов и продукции. Для этого, собственно, производство и обслуживающие его подсистемы – логистика, подсистемы модернизации и замены производственных мощностей, подсистемы переработки отходов, сервиса и утилизации, должны оперативно управляться как единая целостная система. Такое целостное управление технологически связанными – «интегрированными» системами всегда было желательным, сегодня – необходимо.

Тенденция к целостному правлению в практике именуется как «интегрировать интегрируемое». Основное препятствие в автоматизации такого управления – дефицит адекватных проблеме математических моделей. Существующие модели упрощённые, привязанные к частным случаям и «неинтегрируемые».

Существенная особенность таких интегрированных вокруг основного производства структур – наличие параметрических связей между подсистемами. Модели с параметрическими связями характерны для экологических систем, где «производство» и «развитие» интегрированы уже на уровне отдельного организма. Свойства такого класса моделей для производственных систем исследованы недостаточно. В частности, мало исследована проблема позднего обнаружение ситуаций «невозврата», когда производственная система необратимо теряет технологическое лидерство, партнёров, потребителей, кадры. Причина такой ситуации: не были выполнены своевременно соответствующие изменения в моделях и методах прогнозирования и управления.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Прямые аналоги данной работы – исследования и разработка методов оптимального агрегирования для параллельных и последовательных структур производственных систем [1], новые методы оптимизации процессов развития на базе замены модели многомерного объекта оптимальным эквивалентным элементом [2], использование нечёткого критерия оптимальности в задаче оптимального агрегирования для устранения разрывов в функции оптимального распределения ресурса [1]. Методы полностью теоретически обоснованы. В рамках этих методов поставлены и решены задачи оптимизации для систем с нечёткими ограничениями, для многоуровневых иерархических систем и вертикально интегрированных систем. Были сформированы основы методологии оптимального агрегирования, которая позволяет заменить производственную систему, заданную функциями производства (ФП) и структурой связей, оптимальной эквивалентной функцией производства (ОЭФП) системы в целом. Методологические основы сформированы на базе «предметного изучения» фундаментальных работ. Из работы Р. Беллмана [3] использована методология: замена задачи выбора точки в фазовом пространстве высокой размерности системой задач выбора в фазовых пространствах меньших размерностей. Из работы Д. Форрестера [4] использованы: «антиинтуитивное» поведение нелинейных систем и «ложные корреляции»; создание моделей на базе «порождающих механизмов», а не статистики; технологии создания моделей в пакетах для моделирования; системная динамика. Из работы И. Экланда [5] использованы: строгое определение производственных множеств; альтернативные модели экономики – от потребителей и от производства. Из работы Р. Феджина [6] использован метод оптимального агрегирования для больших баз данных, а именно, интеграция классической математики и прикладного программирования – middleware. Из работы М. Месаровича [7] использованы: многоуровневые иерархические системы, формализация функциональной декомпозиции, методы координации управлений. Из работы В. Опойцева [8] использованы: управление в больших открытых системах, топологический подход, «минимально разумное управление». Из работы К. Кохонена [9] использованы: адаптивные обучающиеся системы для кластеризации данных, устойчивые к шумам адаптивные системы.

«Предметное изучение» – термин для использованной информационной технологии анализа существующих и разработки новых моделей, суть которой в реализации математических моделей из работ-аналогов в средах математических пакетов и всестороннее тестирование и исследование, подобное стандартам испытаний технических систем: электробритв, самолётов, холодильников, безопасных игрушек.

Были реализованы и затем вошли в учебное пособие [10]:

- из [3] – вариационная задача оптимального распределения, задача оптимального управления запасами при неопределённостях, задача сглаживания для интегрированных систем «производство-склад»;
- из [4] – модель фирмы из семидесяти двух разностных уравнений; из [5] – модели спроса, предложения и равновесных состояний;
- из [7] – модели двухуровневого координационного управления производственными системами.

Были воспроизведены модели открытого управления в децентрализованных производственных системах, модифицированы для систем с невыпуклыми ФП и исследованы: программно реализована базовая модель Т. Кохонена [9], при исследовании которой выявлена неудовлетворительная сходимость при больших шумах в данных, кроме того, были реализованы адаптивные регуляторы на базе нечёткой логики.

Однако, в работе [3] оптимизация многомерных задач выполнялась без каких либо способов понизить размерность задачи. В работе [4] модели фирмы имели порядка 50–100 уравнений, а проблема размерности решалась использованием мощного компьютера. В работе [5] рассматривались только общие, топологические свойства производственных систем. В работе [7] модели оптимального координированного управления были неудовлетворительны для системы из двух элементов. Оптимизация на базе нейронных сетей [9] для поставленных в статье задач также была вычислительно неэффективной.

Наработанные наукой методы анализа и синтеза нелинейных, нестационарных, стохастических динамических систем высокой размерности, по сути, являются аппроксимациями для частных случаев типа: «квадратичное программирование», «выпуклое программирование», «целочисленное программирование». Необходимое условие адекватности моделей производственных функций (ФП) – учёт нестационарности, невыпуклости, разрывности производных и самой функции. Поэтому математические модели и методы оптимального адаптивного управления производственными системами должны удовлетворять следующим условиям:

- отсутствие любых ограничений на вид производственных функций, кроме требований нестрогой монотонности и нестрогой положительности;
- приблизительно линейная зависимость между размерностью оптимизационной задачи и необходимыми вычислительными затратами;
- изоморфное отображение структуры производственной системы в декомпозиционную структуру задачи оптимизации.

Выше перечисленным требованиям отвечают математические модели, рассмотренные в работах [1, 2]. В данных работах рассмотрены методы оптимального агрегирования производственных систем, получены решения только для структур производственных систем с параллельными и последовательными ресурсными связями, сформирована методология оптимального агрегирования. Эту методологию расширим на структуры производственных систем с параметрическими ресурсными связями между элементами. Для практического использования необходимы решения задач оптимального агрегирования для структур с параметрическими связями: «производство-развитие», «производство-склад», «основное производство-производство для переработки отходов». Общее в этих задачах – функциональная неоднородность элементов: подсистема «развитие» модернизирует и создаёт производственные мощности (ПМ), подсистема «производство» выпускает конечный продукт, подсистема переработки отходов основного производства производит ресурсы для основного производства и дополнительные продукты для пользователей. В данной работе рассматриваем рабочие математические модели, т. е. модели реализованные в пакете для моделирования.

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является разработка эффективных рабочих математических моделей для нового класса объектов – производственных систем с параметрическими связями. Главный элемент этих моделей – бинарные операторы оптимального агрегирования для неоднородных структур с параметрическими связями. В теоретическом плане это позволяет расширить алгебру эквивалентностных преобразований моделей производственных систем, в практическом плане – создать эффективную подсистему принятия решений типа: «как распределить дополнительный «квант ресурса» на текущий месяц между уменьшением затрат в техпроцессе и увеличением выпуска продукции при неизменной технологии».

Для достижения данной цели предполагается решение следующих задач:

- разработка и исследование оператора оптимального агрегирования системы «производство-развитие»;
- разработка и исследование оператора оптимального агрегирования системы с ресурсной обратной связью – переработкой в ресурсы и продукты отходов основного производства;
- разработка оператора оптимального агрегирования интегрированной системы «производство-склад».

4. Оптимальное агрегирование структур с параметрическими связями

Методы оптимального агрегирования просты в использовании и трудны для восприятия и понимания: сложная задача нелинейного программирования сводится к «сложению» функций производства элементов производственной системы, подобному сложению чисел. Результаты оптимизации представляются трёхмерными кривыми. Для понимания «как это делается» и, главное, «почему так получается», требуется привыкнуть к ориентированным на использование математических пакетов информационным технологиям конструирования и применения рабочих математических моделей. Поэтому изложение материала начнём с конкретного примера.

4. 1. Пример решения оптимизационной задачи методом оптимального агрегирования

Рассматривается система з N производственных элементов, использующих ресурс в количествах x_i и вырабатывающих продукцию в количествах: $y_i = f_i(x_i),\ i = 1,..,N$. Требуется распределить ресурс R так, чтобы максимизировать критерий $F(x_1, x_2,.., x_N)$ при ограничении $G(x_1, x_2,.., x_N)$:

$$F(x_1, x_2,.., x_N) = \sum_{i=1}^{N} f_i(x_i) \to \max;$$

$$G(x_1, x_2,..., x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i - R = 0, \qquad (1)$$

где x_i – переменные управления.

Рассмотрим решение этой классической задачи нелинейного программирования методом оптимального агрегирования.

Расширение задачи. Вводится вектор-функция оптимального распределения ресурса $Dop(R),\ 0 \le R \le R\max$, где $R\max$ – максимальное значение ограничения ресурса системы. Компоненты $Dop(R)_i,\ i = 1,...,N$ задают для каждого значения ограничения из интервала допустимых значений его распределение между элементами, дающее максимум критерия $F(x_1, x_2,.., x_N)$. Функция $Dop(R)$ в интервале определения удовлетворяет условиям:

$$\sum_{i=1}^{N} Dop(R)_i = R;\ Dop(R)_i \ge 0;\ i = 1,...,N. \qquad (2)$$

Введём оптимальную эквивалентную функцию производства (ОЭФП)

$$Yop(R) = \sum_{i=1}^{N} f_i\left(Dop(R)_i\right). \qquad (3)$$

Функция $Yop(R)$ для каждого значения ограничения ресурса $0 \le R \le R\max$ задаёт максимальную эффективность преобразования ресурса в продукт. Запишем формулировку расширенной оптимизационной задачи.

Заданы: *N* функций производства, аддитивное ограничение по ресурсу и критерий (суммарное производство). Требуется найти оптимальную эквивалентную производственную функцию системы $Yop(R)$ и вектор-функцию оптимального распределения ресурса $Dop(R)$.

Вместо точечного решения задачи мы ищем функцию. Принципиальное значение такого расширения задачи – алгебраизация оптимизационной задачи: на входе у нас функции производства (ФП) элементов, а на выходе объект того же класса – ОЭФП производственной системы.

Решение задачи.

Решаем оптимизационную задачу для двух элементов, решение в программной среде представляем как функцию пользователя, которая берёт ФП двух элементов и возвращает ОЭФП.

На рис. 1 представлен «информационный блок» анализа бинарного оператора оптимального агрегирования для конкретного примера агрегирования кусочно-линейной и гладкой функции. В нижней части рисунка представлены три проекции двух трёхмерных графиков: целевой функции – зависимости суммарного производства от затрат ресурса и пропорции распределения ресурса; и годографа максимумов на этой поверхности. На левой проекции видим ОЭФП, на правой – функцию оптимального распределения ресурса. Эта функция негладкая и разрывная. На средней проекции можно видеть причины разрывов.

Интерпретация разрывов: «при малых расходах ресурса – отдать все первому элементу, при средних – всё отдать второму, при больших – делить ресурсы в «оптимальной пропорции», однако и на этом интервале есть разрыв. Визуальный аспект в таких задачах важен как для разработчика, так и для потребителей с типовыми вопросами: «как определяются моменты переключения», «как выделяются глобальные экстремумы».

Для данной задачи строго доказана ассоциативность и коммутативность бинарного оператора оптимального агрегирования, что позволяет разбить многомерную задачу оптимизации в систему одномерных задач [1].

На рис. 2 представлен пример оптимального агрегирования системы из четырёх параллельно работающих производственных элементов. Приведена рабочая формула в структурном виде, по которой вычислены представленные ниже операнды и графики для исходных данных – ФП элементов, и результатов оптимизации. Операнды представлены таблицами в режиме «прокрутки» – показаны по три строки из двухсот (число точек дискретизации ФП взято 200). Метод оптимального агрегирования для параллельных структур удовлетворяет поставленным в постановке проблемы условиям. Отсутствие любых ограничений на вид производственных функций, обеспечивается использованием метода прямого перебора на фиксированной сетке значений переменных. Приблизительно линейная зависимость между размерностью оптимизационной задачи и вычислительными затратами обусловлена заменой *N*-мерной задачи оптимизации (N-1) одномерных задач, которые выполняются очень быстро за счёт векторизации вычислений.

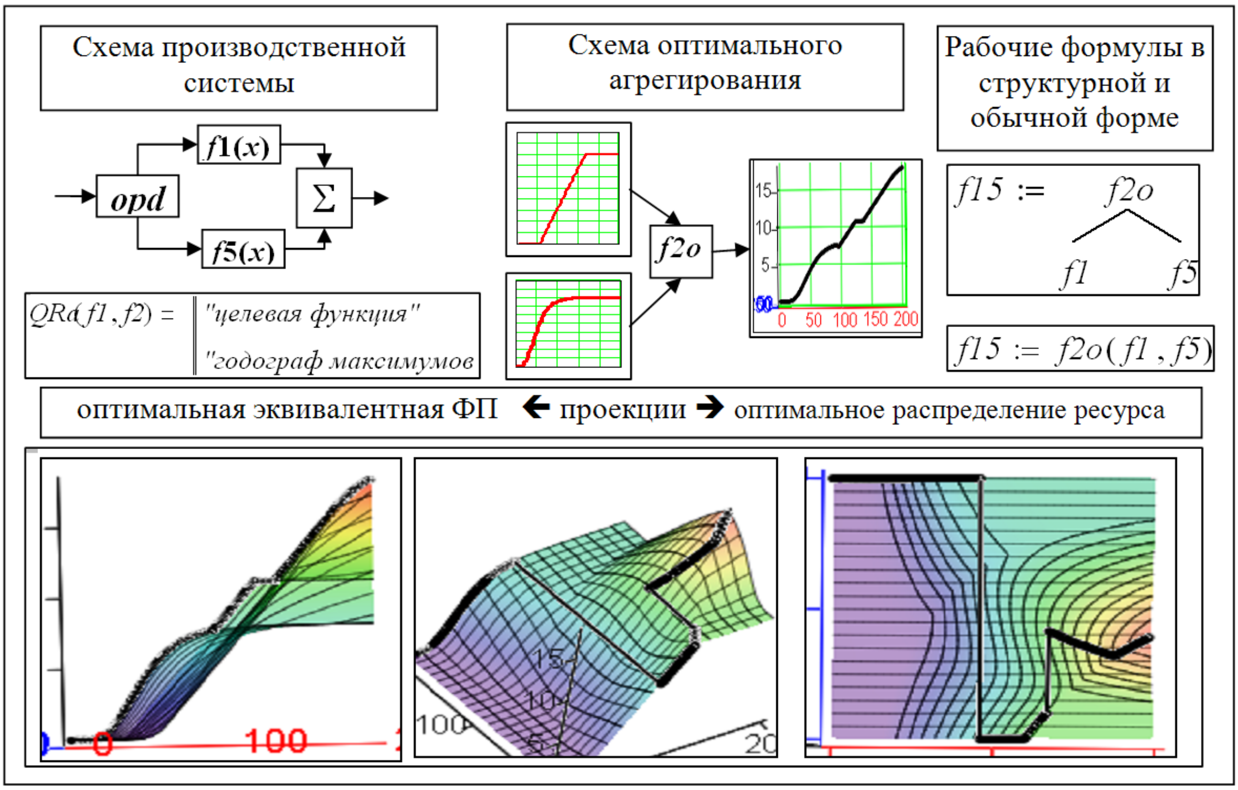

Рис. 1. Анализ бинарного оператора оптимального агрегирования

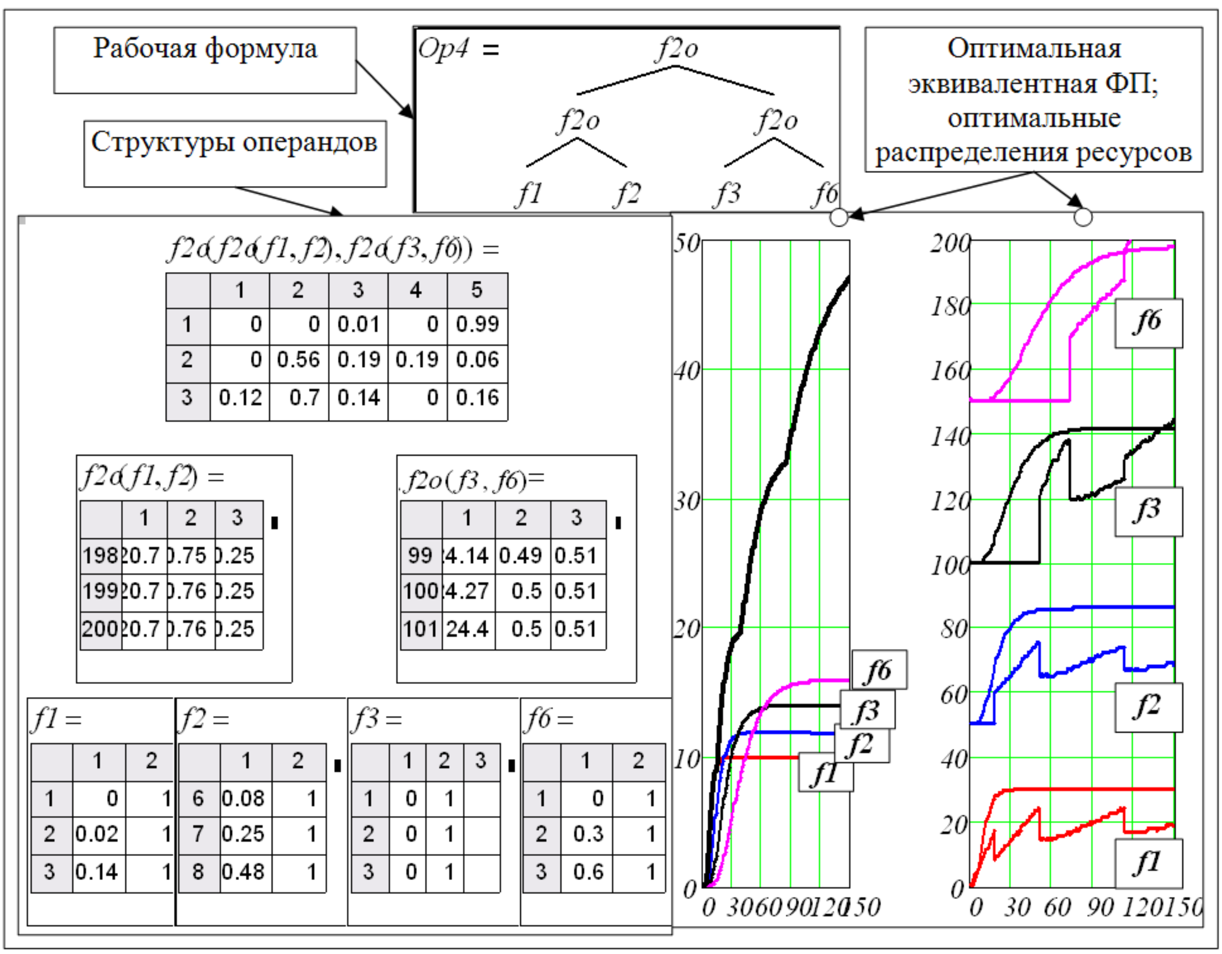

Рис. 2. Анализ решения задачи оптимального агрегирования

Изоморфное отображение структуры системы в систему задач оптимизации подсистем обеспечивается иерархичностью разбиения глобальной задачи – от подсистем нижнего уровня до верхнего уровня управления.

Рассмотренный пример может быть использован как эффективный прототип для решения более сложных задач. Изложим новые результаты в естественном порядке их получения. По аналогии с этой задачей были получены решения трёх задач агрегирования систем с параметрическими связями. По результатам исследований на «виртуальной реальности» – рабочих моделях сформировалась методология оптимального агрегирования для расширенного класса структур.

4. 2. Оптимальное агрегирование систем «производство-развитие»

Рассматриваем производственную систему имеющую подсистему, предназначенную для модификации средств производства. Конкретные способы этого разнообразны, но направлены на повышение эффективности – отношения «выпуск/затраты». Разнообразны и организационные формы – от менеджера, занимающегося поиском и заказами нового оборудования и «кружков качества», до высокотехнологического производства средств производства, но суть деятельности одна: повышение эффективности – отношения «приращение производственных мощностей/затраты».

На рис. 3 представлена формализованная постановка задачи, суть параметрической связи и последовательность задач агрегирования.

Из возможных сценариев развития выбираем сценарий модификации уже существующего производства. Из возможных моделей оптимизации: одношаговой и многошаговой (вариационной) задач, для первого этапа исследований, в связи с отсутствием близких аналогов, выбираем одношаговую модель. Следует отметить, что на базе методологии оптимального агрегирования получены эффективные решения вариационных задач развития [1, 2] для упрощенных, но реалистичных моделей связи функций производства, например, модульного наращивания производственных мощностей.

Сценарий задачи: функционирующая система «производство – развитие» получает на короткий период времени некоторый «квант ресурса», который следует оптимально распределить между наращиванием выпуска продукции и развитием производственных мощностей. Математическая модель интегрированного объекта для этого сценария представлена системой уравнений:

$$\mathrm{fp1} = \mathrm{fc}\big(\mathrm{x1p}, \mathrm{vP1}(\mathrm{x1r})\big), \tag{4}$$

$$\mathrm{fr1} = \mathrm{fc}(\mathrm{x1r}, \mathrm{vrP1}), \tag{5}$$

$$\mathrm{ef1}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{fp1}(\mathrm{x})}{\mathrm{x}},\ \mathrm{ef2}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{fr1}(\mathrm{x})}{\mathrm{x}}, \tag{6}$$

$$\mathrm{vPp} = \mathrm{VP2}(\alpha, \Delta\mathrm{xs}, \mathrm{vPp0}, \mathrm{vPr}),\ 0 \le \alpha \le 1, \tag{7}$$

$$\mathrm{dxp} = \alpha \cdot \Delta\mathrm{xs}, \tag{8}$$

$$\mathrm{xp} = \mathrm{xp0} + \alpha \cdot \Delta\mathrm{xs};\ \mathrm{xr} = (1-\alpha)\cdot \Delta\mathrm{xs}, \tag{9}$$

где fp1 – функция производства; fr1 – функция развития; $\mathrm{ef1}(\mathrm{x})$, $\mathrm{ef2}(\mathrm{x})$ – соответственно функции эффективности производства и развития; vPp – параметрическая связь ФП и ФР; vPp0 – начальный вектор параметров ФП; vPr – начальный вектор параметров ФР (в модели первого приближения – постоянный); xp0 – начальный темп производства; α – переменная оптимизации; Δxs – квант ресурса; dxp – распределение кванта ресурса для производства; xp – распределение кванта ресурса для производства с учетом начального темпа производства; xr – распределение кванта ресурса для развития производства.

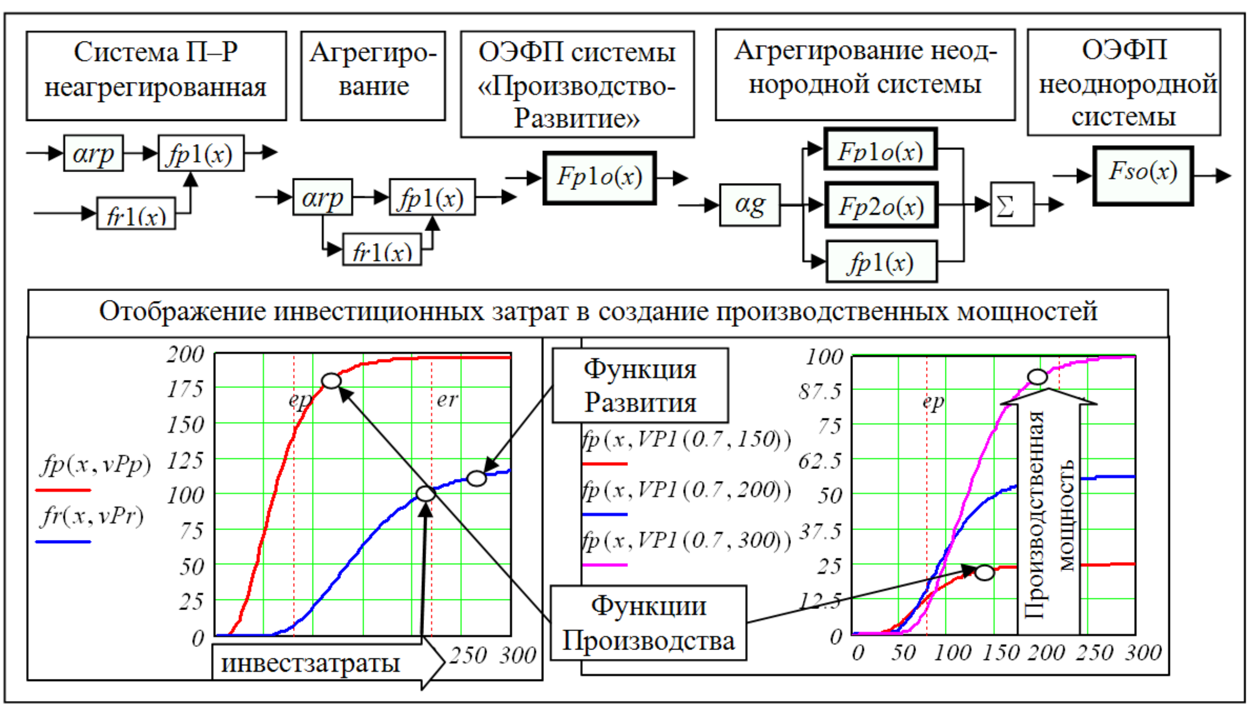

Рис. 3. Постановка задачи агрегирования системы «производство-развитие»

На основании системы уравнений (4)–(9) запишем уравнения состояния системы "производство – развитие" после использования кванта ресурса. Отображение затрат развития в изменение производственных мощностей (ПМ):

$$yr = fr(xr, vPr). \tag{10}$$

С учетом (9) получим

$$yr = fr((1-\alpha)\cdot \Delta xs, vPr). \tag{11}$$

Используем трёх параметрические модели ФП и ФР, собираем конкретные зависимости параметров модели ФП для конкретных сегментов производства и технологий в функцию пользователя (7). Если использовать методы исследования операций и прикладного системного анализа к большому количеству разнородных публикаций, то при значительных, но конечных затратах времени могут быть гарантированно получены надёжные результаты. Следует учитывать, что и лидеры и аутсайдеры в сегментах производства, по разным причинам, скрывают показатели реальных затрат производства, но эти данные легко восстанавливаются специалистами по косвенным данным. В вектор-функции (7) отображено требование рациональности: – все компонентам вектора параметров ФП нестрого монотонные функции от затрат ресурсов развития. Требование монотонности – необходимое условие декомпозиции многомерной оптимизационной задачи в систему одномерных в методе оптимального агрегирования. Следует отметить что реальное инновационное развитие имеет период превышения затрат в 5–7 раз в период "выжигания дефектов" нового продукта и новой технологи.

Темп производства после использования кванта ресурса на развитие и производство будет с учётом (7) и (9)

$$\begin{aligned} yp &= fp(xp, vPp) = \\ &= fp\left[(xp0 + \alpha\cdot\Delta xs), (vPp0 + \delta vPp)\right]. \end{aligned} \tag{12}$$

С учётом (7), (12) формируем функцию пользователя – "новый темп выпуска"

$$\begin{aligned} yp(\Delta xs, \alpha) &= \\ &= fp\left[(xp0 + \alpha\cdot\Delta xs), VP2(\alpha, \Delta xs, vPp0, vPr)\right], \end{aligned} \tag{13}$$

и функцию пользователя "приращение выпуска"

$$\begin{aligned} \delta yp(\Delta xs, \alpha) &= yp(\Delta xs, \alpha) - yp0 = \\ &= yp(\Delta xs, \alpha) - fp(xp0, vP0). \end{aligned} \tag{14}$$

Последнее выражение – критерий оптимизации в базовой задаче субоптимизации интегрированной системы «производство – развитие». На базе (7), (9), (12), (14) разработан модуль «бинарный оператор оптимального агрегирования систем «производство – развитие»» – F2opr и сервисные модули для анализа системы «производство – развитие». Пример такого анализа приведен на рис. 4.

Сравним рис. 1 и левую часть рис. 4 – видим проекции целевой функции – ОЭФП и функцию оптимального распределения ресурса. Отличие от базовой задачи агрегирования параллельных структур в том, что мы получаем множество ОЭФП в зависимости от начального темпа производства Xp0.

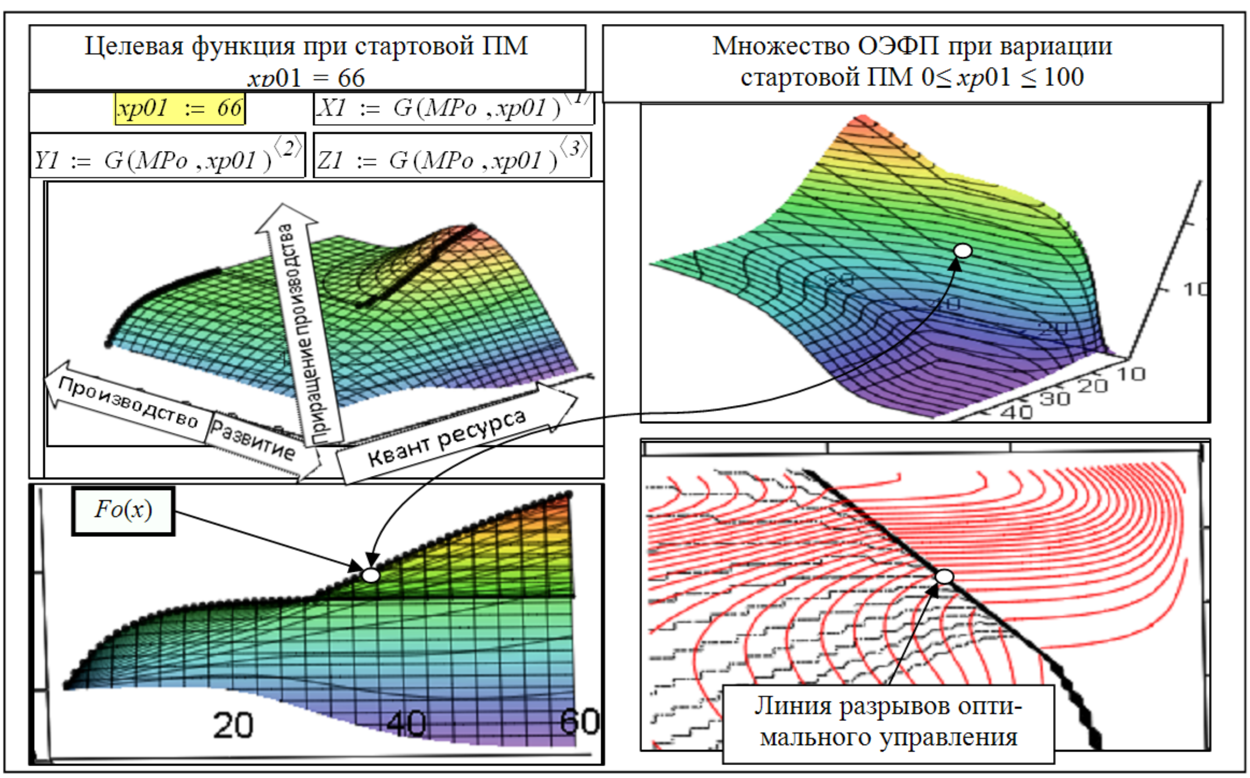

Рис. 4. Анализ решения задачи оптимального агрегирования системы «производство-развитие»

Для тестирования и исследований создан «стенд» – рабочий макет подсистемы поддержки принятия решений, где можно собирать произвольные структуры производственных систем с включением элементов класса «производство-развитие». На рис. 5 представлен пример анализа оптимально агрегированной системы из четырёх параллельно работающих элементов. Основные результаты оптимизации представлены для двух наборов данных, во втором наборе данных (правая часть рис. 5) «отключены» подсистемы развития в элементах 1 и 2 (нули в матрицах параметров *MP*1 и *MP*2). Видим кусочно-гладкие ОЭФП элементов и системы, сложный разрывный характер распределений ресурса.

Математическая задача решена корректно, за счёт параметризации и отсутствия ограничений на вид ФП, ФР и целевых функций модель может быть настроена на различные сегменты производства. Модель полезна для понимания оптимальных адаптивных систем: во втором примере нули в матрицах *MP*1 и *MP*2 могут интерпретироваться как: «сорваны поставки новых станков», «прекращено финансирование проектов развития». Видим, что в итоге (левая часть рис. 5) ОЭФП приблизительно одинаковы, при существенном различии ОЭФП элементов – сравним элементы 1 и 3. Система с оптимальным распределением ресурсов не только оптимальна, но и отказоустойчива. Несложно на этом стенде создать ситуацию «производство в элементах 1 и 2 остановлено».

Такие же информационные технологии были использованы при решении ещё двух задач оптимального агрегирования структур с параметрическими связями. Приведём для них только основные результаты.

4. 3. Оптимальное агрегирование систем «производство с переработкой отходов»

Рассматриваем производственную систему, имеющую подсистему для переработки отходов. Эта модель построена на базе практических исследований в области переработки органических отходов в биогазовых установках (БГУ). Естественно, возникали вопросы эффективного использования БГУ в составе агропредприятий для переработки органических отходов в БГУ, выход которой – биогаз, органические удобрения и фильтрат – вода, содержащая полезные для работы БГУ компоненты. Использование фильтрата для разбавления входного субстрата и органических удобрений на полях агропредприятия, а биогаза как энергоресурса потенциально повышает эффективность экологизованного агропредприятия. Термин «потенциально» означает корректный учёт затрат и рисков. На рис. 6 представлена формализованная постановка задачи. Для сравнения представлены отображения параллельной и кольцевой структур производственных систем в структуру оптимального агрегирования. В данном случае используется положительная ресурсная обратная связь (РОС).

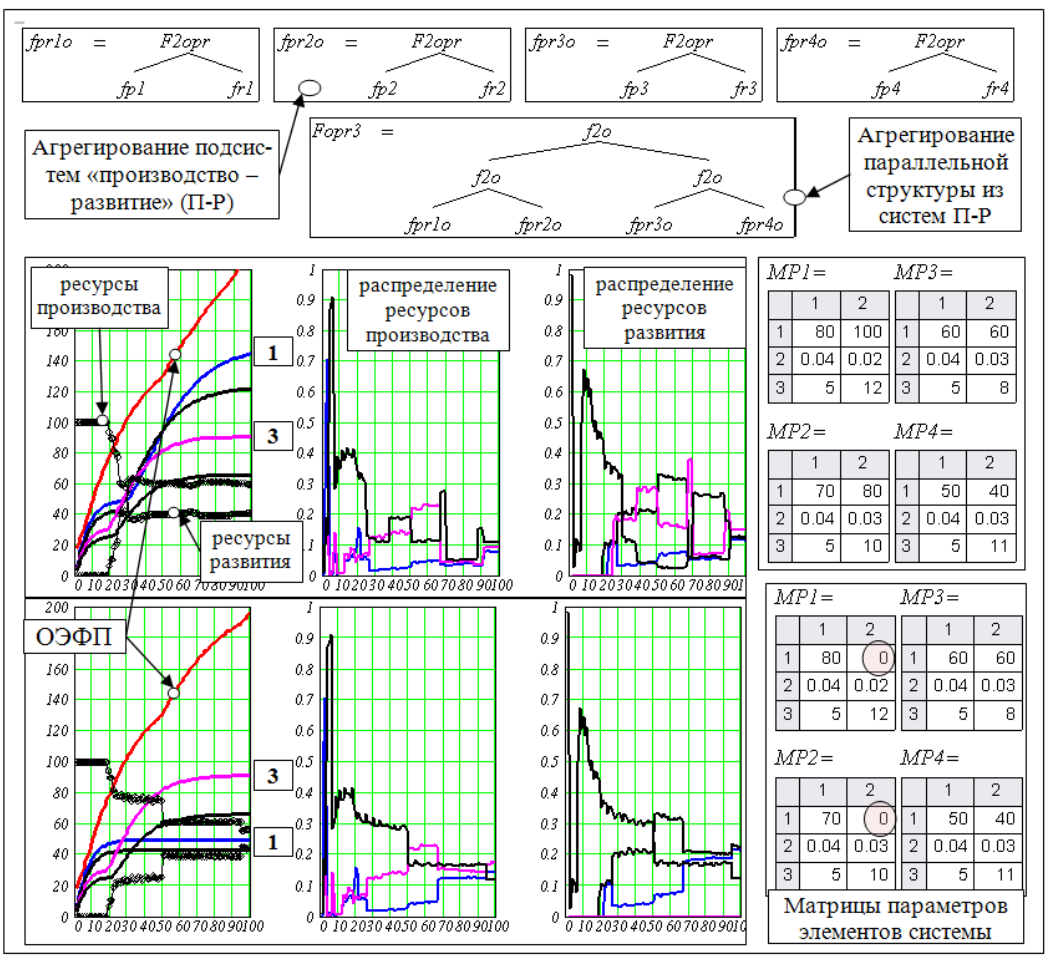

Рис. 5. Вычисление и анализ оптимальных управлений. Пример

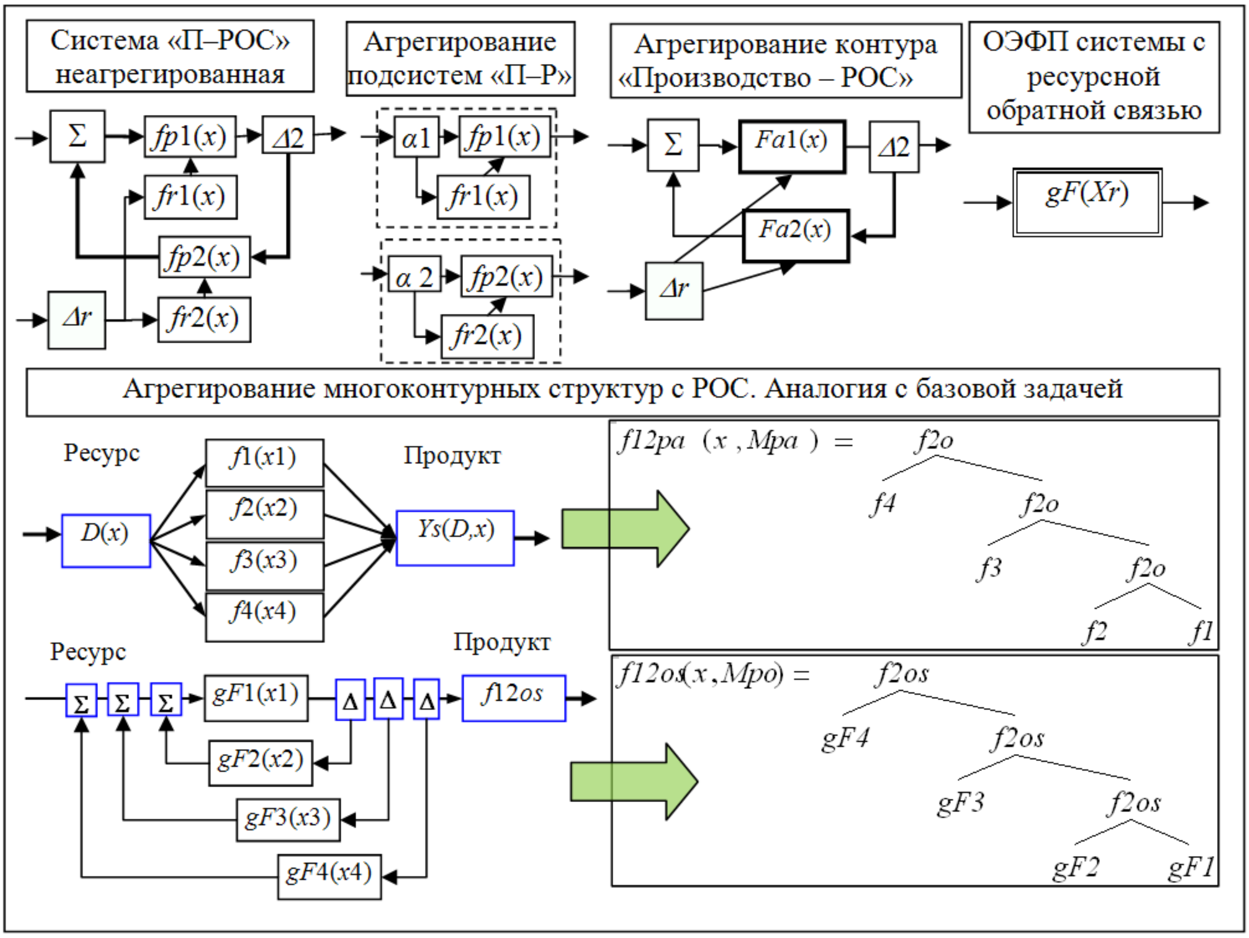

Рис. 6. Постановка задачи агрегирования системы «производство - ресурсная обратная связь» (П- РОС)

Интерпретация контуров РОС на рис. 6: – переработка отходов производства; – переработка отходов потребления – утилизация; – «справедливый раздел ценности продукта между производителем и потребителем» («возврат капиталовложений и получение прибыли»). В данной работе решается задача оптимального агрегирования для первого контура. Используем полученное для системы «производство – развитие» решение, в котором заменяем только уравнение связи между подсистемами. Записываем выражение для равновесного выхода системы с положительной РОС:

$$y(x)=\mathrm{fp1}\big(x+\mathrm{fp2}(y(x))\big). \quad (15)$$

Для нахождения точки равновесия разработан модуль $\mathrm{NorS}(x, VP1, VP2)$, -который выполнен как функция пользователя от переменных: x – ресурс производства; $VP1$, $VP2$ – параметры ФП основного производства и производства переработки отходов. Рассмотрены такие альтернативы критерия оптимальности:

– функция эффективности контура

$$\mathrm{efos}(x, VP1, VP2) := \mathrm{NorS}(x, VP1, VP2) \div x, \quad (16)$$

– функция ”выпуск-затраты”

$$\mathrm{dfos}(x, VP1, VP2) := \mathrm{NorS}(x, VP1, VP2) - 0.2 \cdot x, \quad (17)$$

– функция ”приращение ФП за счёт ресурсной ОС”

$$\mathrm{pfos}(x, VP1, VP2) := \mathrm{NorS}(x, VP1, VP2) - \mathrm{fp1}(x, VP1). \quad (18)$$

Формируем критерий, согласованный со стандартами бизнеса, адекватный в качестве численной меры предпочтений разработчика, производителя и пользователя. Делаем программный модуль для анализа критериев для системы с переработкой отходов. В качестве переменной оптимизации выбираем распределение ресурса развития между основным производством и производством переработки отходов:

$$0 \le \alpha \le 1; \; x1r = \alpha \cdot Xr; \; x2r = (1-\alpha) \cdot Xr. \quad (19)$$

Запишем выражения для $\mathrm{fp1}, \mathrm{fp2}$ с учётом (19): $\mathrm{fp1}\big(x1, vP1(Xr, \alpha)\big)$, $\mathrm{fp2}\big(x2, vP2(Xr, \alpha)\big)$ и подставим в (15)

$$y(x)=\mathrm{fp1}\Big(x+\mathrm{fp2}\big(y(x), vP2(Xr,\alpha)\big), vP1(Xr,\alpha)\Big). \quad (20)$$

На базе уравнения (20) создаём бинарный оператор оптимального агрегирования контура с положительной ресурсной связью. Как и в разделе 4. 2, оптимальное решение ищем как функцию от объёма ресурсов развития производственной системы Xr.

На рис. 7 представлен пример анализа задачи оптимального распределения ресурса развития между подсистемами «основное производство» и «производство переработки отходов».

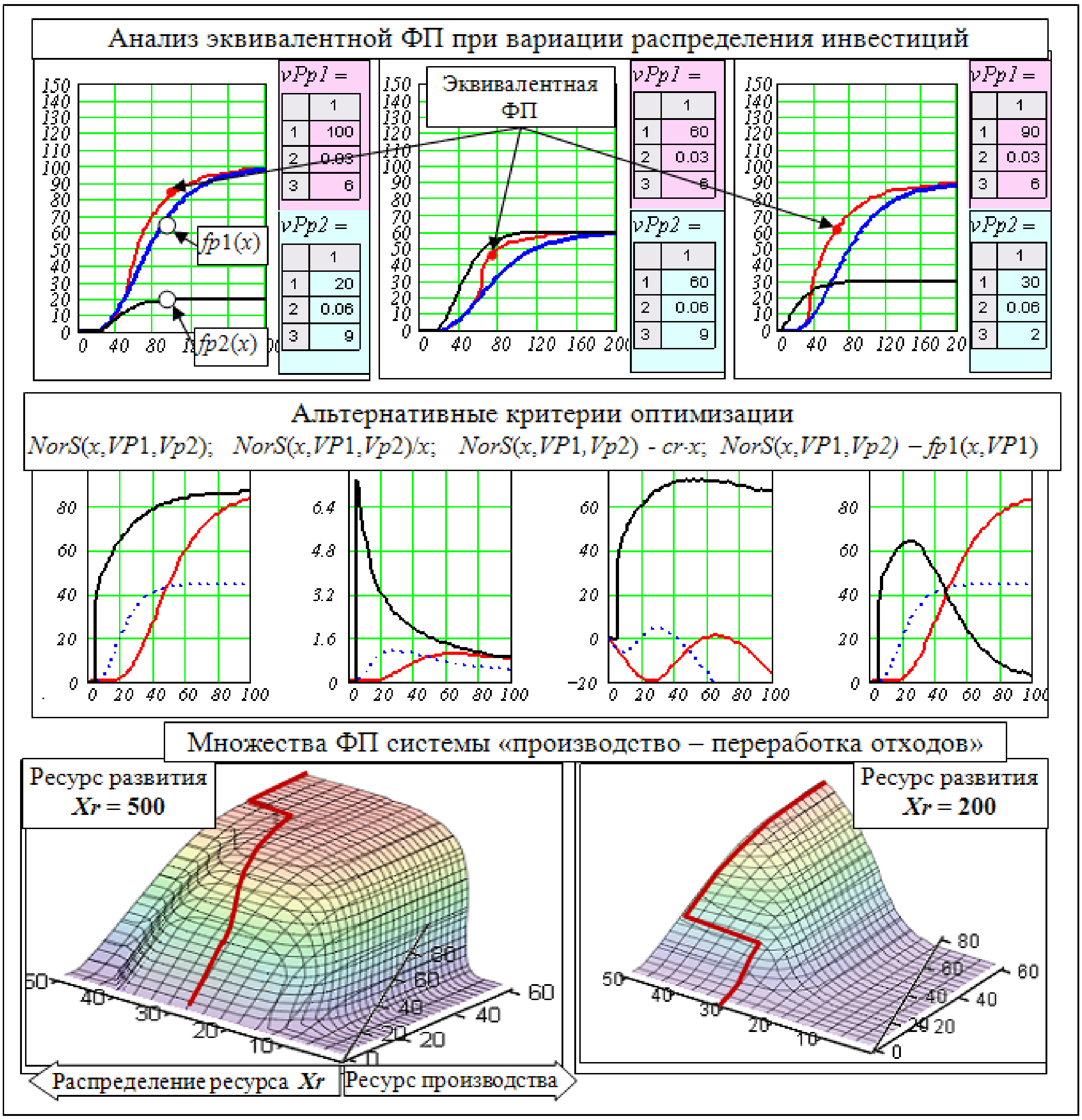

Рис. 7. Анализ и оптимизация распределения ресурса развития. Пример

В верхней части рис. 7 – пример для практика - нахождение методом оптимального агрегирования распределения ресурса Xr=120. Показаны результаты для распределений (100, 20), (60, 60), (90, 30). В средней части рис. 7 представлены альтернативные критерии (16)–(18) для системы «производство – переработка отходов» и её элементов. В нижней части рис. 7 представлены целевые функции и годографы максимумов для двух значений ресурса развития.

Представленное решение задачи – базовое для разработки моделей производственных систем, например, «птицефабрика», «производство сахара».

4. 4. Оптимальное агрегирование систем «производство-склад»

Задача интегрирования основного производства и подразделений логистики не теряет актуальности десятки лет. Решению этой задачи предшествовали исследования моделей оптимального управления запасами [11]. В отличие от моделей Беллмана и других аналогов, задача оптимального управления разделена на уровне математических моделей: сформированы модель синтеза – для оптимизации и модель анализа – для разработки и исследования адаптивной системы, реализующей оптимальное управление функционированием и развитием интегрированной системы «производство-склад» при наличии неопределённости потребностей. В данной статье представлена только задача оптимального агрегирования. На рис. 8 представлена постановка задачи оптимального агрегирования, и схема системы управления функционированием и развитием.

Приведем базовое решение задачи оптимального агрегирования системы «производство – склад». Полагаем, что поток потребностей в продукте имеет постоянное среднее и стохастическую составляющую. Задача оптимизации распределения ресурсов в системе «производство-склад» сводится к минимизации расходов на обслуживание стохастической составляющей. Обслуживание может выполняться как за счёт увеличения производственных мощностей, так за счёт создания буферного склада, емкость которого определяется характеристиками стохастической составляющей. В базовой модели эта составляющая представлена процессом Юла. Переменная оптимизации – распределение ресурса развития между затратами на дополнительные производственные мощности и затратами на создание склада. Собираем векторы параметров ФП и ФР подсистем в матрицу параметров системы

$$MPS = augment(vPpp, vPrp, vPps, vPrs). \tag{21}$$

В этой задаче вместо максимизации выпуска минимизируем затраты на обслуживание стохастической составляющей. Формируем обратную функцию ”выпуск-затраты” для склада $x_{sk} = \varphi rs(v_{sk})$ и подставляем в неё величину затрат

$$x_{sk} = \varphi rs[\Delta y \cdot (1-y)]. \tag{22}$$

Аналогично записываем зависимость для затрат на создание дополнительных производственных мощностей

$$x_{pp} = \varphi rp(ym + \Delta y \cdot \gamma) - \varphi rp(ym),\ 0 \le \gamma \le 1, \tag{23}$$

где Δy – оценка среднего отклонения потребностей в продукте от среднего, ym – среднее значение потребностей, γ - пропорция распределения обслуживания стохастической составляющей между складом и производством.

Формируем функцию суммарных затрат на обслуживание переменных потребностей

$$Xsum(\Delta xs, \gamma, \Delta y, MPS) := x_{sk} + x_{pp}. \tag{24}$$

Эта функция берёт Δxs – «квант ресурса» развития, γ – пропорцию распределения этого ресурса между производством и складом, Δy – оценку среднего отклонения от среднего уровня потребностей, MPS – матрицу параметров системы и возвращает значение суммарных затрат.

Подставляем (22), (23) в (24) и получаем явное выражение для суммарных затрат:

$$Xsum(\Delta xs, \gamma, \Delta y, MPS) := \varphi rs[\Delta y \cdot (1-\gamma)] + \\ +(\varphi rp(ym + \Delta y \cdot \gamma) - \\ -\varphi rp(ym)). \tag{25}$$

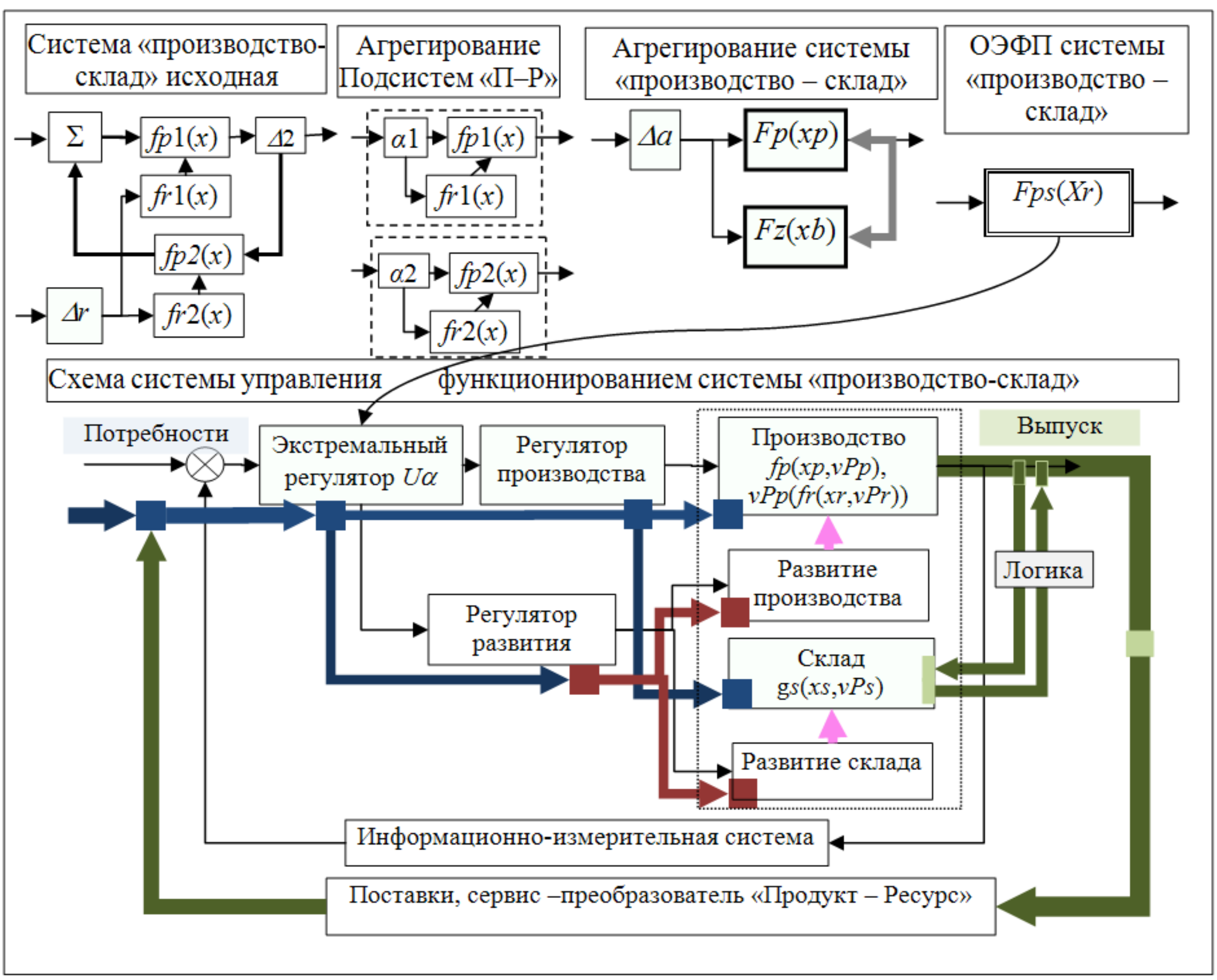

Рис. 8. Постановка задачи агрегирования системы «производство – склад»

Выбираем (25) в качестве критерия оптимизации. При заданной матрице параметров системы модуль оптимизации для каждой пары значений $(\Delta xs, \Delta y)$ находит минимальное значение затрат

$$\begin{aligned} & Xs\min(\Delta xs, \Delta y) = \\ & = \min_{\gamma}\left(Xsum(\Delta xs, \gamma, \Delta y, MPS)\right) \end{aligned} \tag{26}$$

и соответствующее значение переменной оптимизации $\gamma_{op}(\Delta xs, \Delta y)$.

Мы получили зависимость приращения инвестзатрат от величины кванта ресурса и величины среднего отклонения от среднего. Для включения этих затрат в производственные затраты, их следует разделить на плановый период возвращения инвестзатрат Tpv. Методы оптимального агрегирования оперируют с функциями производства. Формируем оптимальную эквивалентную функцию производства, которая учитывает дополнительные затраты ресурса на обслуживание стохастической составляющей:

$$\begin{aligned} & ym = fpm(x, vPpp) \Rightarrow fpst(x, \Delta y, vPpp) = \\ & = fpm\left(x - \frac{Xs\min(\Delta xs, \Delta y)}{Tpv}, vPpp\right). \end{aligned} \tag{27}$$

Таким образом, сложная техническая задача оптимального управления при неопределённостях разделена на три задачи: ИИС для комплексного анализа источников и статистики колебаний потребностей; система регулирования уровня запасов на складе; модуль для решения задачи оптимального распределения ресурсов. Такой подход существенно упростил задачу оптимизации.

5. Выводы

Разработаны эффективные рабочие математические модели для нового класса объектов – производственных систем с параметрическими связями. Сформулированы требования к эффективным моделям: отсутствие ограничений на вид функций производства, отсутствие проблемы размерности задачи оптимизации и отображение структуры производственной системы в декомпозиционную структуру задачи оптимизации производственной системы. Для конкретных поставленных задач оптимального агрегирования систем с параметрическими связями такие эффективные решения получены на базе методологии оптимального агрегирования.

Разработан и исследован оператор оптимального агрегирования системы «производство – развитие», который в соответствие функциям производства и развития ставит оптимальную функцию производства. Актуальность разработки обусловлена интеграцией производства с подсистемой развития.

Разработан и исследован оператор оптимального агрегирования системы с ресурсной обратной связью – переработкой в ресурсы и продукты отходов основного производства. Этот результат используется для обоснования проектов строительства производств с переработкой отходов в биореакторах.

Разработан оператор оптимального агрегирования интегрированной системы «производство – склад». Практическое значение этой разработки, обусловлено множеством складов ресурсов и продуктов производства даже на среднем предприятии и отсутствием методов их интеграции.

Общее в решённых задачах – ресурсный подход, оптимальное распределение ресурсов между элементами производственной системы. Отличие от аналогов – алгебраизация задач анализа и синтеза производственных систем: входы и выходы разработанных операторов принадлежат к множеству носителей алгебры – обобщённых функций производства. Ресурсный подход создаёт формализованную основу для научного направления «информационные технологии» – структура ИУС предприятия должна быть привязана к задачам материального производства.

Литература

1. Боровська, Т. М. Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах: монографія [Текст] / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов. – Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2009. – 229 с.
2. Боровська, Т. М. Моделювання і оптимізація процесів розвитку виробничих систем з урахуванням використання зовнішніх ресурсів та ефектів освоєння: монографія [Текст] / Т. М. Боровська, С. П. Бадьора, В. А. Северілов, П. В. Северілов; за заг. ред. Т. М. Боровської. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 255 с.
3. Беллман, Р. Динамическое программирование и современная теория управления [Текст] / Р. Беллман, Р. Калаба; пер. с анг. – М.: Наука, 1969. – 131 с.
4. Форрестер, Дж. Основы кибернетики предприятия (Индустриальная динамика) [Текст] / Дж. Форрестерl пер. с англ. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
5. Экланд, И. Элементы математической экономики [Текст] / И. Экланд; пер. с франц. – М.: Мир, 1983. – 248 с.
6. Fagin, R. Efficient similarity search and classification via rank aggregation [Text] / R. Fagin, R. Kumar, D. Sivakumar // In Proceedings of the 2003 ACM SIGMOD international Conference on Management of Data (San Diego, California). SIGMOD '03. ACM Press, New York, NY, 2003. – P. 301–312. doi:10.1145/872794.872795
7. Месарович, М. Общая теория систем: математические основы [Текст] / М. Месарович, И. Такахара; пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
8. Опойцев, В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения [Текст] / В. И. Опойцев. – М.: Наука, 1977. – 346 с.
9. Kohonen, T. Self-Organizing Maps [Text] / T. Kohonen. – New York, 2001. – 501 p.
10. Боровська, Т. М. Моделювання та оптимізація у менеджменті: навч. посіб. для студ. ВНЗ [Текст] / Т. М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2009. – 145 с.