Здійснено огляд емпіричних та теоретичних результатів досліджень складних мереж. Зосереджена увага на динамічних та кореляційних властивостях Інтернету. Досліджено топологію локальної комп'ютерної мережі BW-Star & FoxNet в місті Чернівці

Ключові слова: природні і штучні мережі,Інтернет, випадкові графи

Осуществлен обзор эмпирических и теоретических результатов исследований сложных сетей. Сосредоточено внимание на динамических и корреляционных свойствах Интернета. Проведено исследование топологии локальной компьютерной сети BW-Star & FoxNet в городе Черновцы

Ключевые слова: естественные и искусственные сети, Интернет, случайные графы

There was given review of empirical and theoretical research results of complex networks. Focus on the dynamic and correlation properties of the Internet. There was investigated the topology of local computer network BW-Star & FoxNet in Chernivtsy

Keywords: natural and artificial networks, Internet, random graphs

УДК 004.942

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ МЕРЕЖ

В.В. Пасічник
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри
Кафедра інформаційних систем та мереж
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Митрополита Андрея, 5, 4-й навчальний корпус, к. 120, м. Львів, 79013
Контактний тел.: (0322) 258-25-38
E-mail: vpasichnyk@gmail.com

Н.М. Іванущак
Фахівець І категорії
Кафедра комп'ютерних систем та мереж
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
вул. Коцюбинського, 2, м. Чернівці, 58000
Контактний тел.: 096-677-13-74
E-mail: ivanushchaknata2008@yandex.ru

1. Вступ

Предметом огляду та дослідження статті є теорія складних мереж. Форма мережі притаманна багатьом системам, зокрема, - це інтернет, www, нейронні, телекомунікаційні, транспортні, соціальні мережі, мережі цитування тощо.

Мережа – це об'єднання однорідних предметів або людей, яке привносить правила поведінки всередині (між її членами) і ззовні мережі (до одиниці мережі або до сукупності), вимагає правил використання одиниць мережі та всієї мережі; однорідність членів мережі дає можливість оперувати кожним з них однобічним чином; об'єднання — дає можливість оперувати мережею як одним цільним об'єктом. Мережею (network) називається сукупність N вузлів (node), що поєднані M зв'язками (link), яка будується за певними правилами.

Складні мережі являються об'єктом як теоретичних, так і емпіричних досліджень [1], в яких топологія розглядуваних мереж відіграє провідну роль. Як природні мережі, так і мережі, що виникають внаслідок людської життєдіяльності, зазвичай не являються статичними, а динамічно розвиваються, тому для розуміння їхньої структури необхідно дослідити принципи їх еволюції.

2. Характеристики мереж

При дослідженні мереж користуватимемось термінами *вузол* і *ребро*, говорячи про прості графи і про їхні складні ансамблі, мережі. Кожен вузол характеризується ступенем, тобто кількістю зв'язків, які входять в нього. Фактично, ступінь являє собою мінімальну локальну інформацію. Повна інформація про мережу міститься в її матриці суміжності $\hat{A}$. Для мережі з N вузлів $\hat{A}$ є квадратною матрицею $N \times N$. Її елементи a_{ij} дорівнюють 1, якщо вузли i та j з'єднані між собою, та 0, якщо ці вузли не з'єднані. Для неспрямованих мереж $a_{ij} = a_{ji}$ та $a_{ii} = 0$. Тоді для ступеня k_i вузла i отримуємо:

$$k_i = \sum_j a_{ij} . \quad (1)$$

«Лінійний розмір» мережі характеризується поняттями середнього $\langle l \rangle$ і максимального l_{max} найкоротших шляхів. Відстань між вузлами визначається як кількість кроків, які необхідно здійснити, щоб добратися по існуючих ребрах від одного вузла до іншого. Природно, вузли можуть бути з'єднані прямо або опосередковано. Шляхом між вузлами l_{ij} назвемо найкоротшу відстань між ними.

Для зв'язаної мережі з N вузлів середній найкоротший шлях означається як:

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i>j} l_{ij}, \qquad (2)$$

l_{ij} - довжина найкоротшого шляху між вузлами i та j, l_{max} - найбільше значення з усіх l_{ij}, заданих для цієї мережі.

Середня довжина найкоротшого шляху дає уявлення про мережу вцілому і є її глобальною характеристикою. В той час локальною величиною, яка характеризує окремий вузол m є коефіцієнт кластерності C_m [2].

Коефіцієнт клатерності відповідає рівню зв'язаності вузлів в мережі. Він характеризує тенденцію до утворення груп взаємозв'язаних вузлів, так званих клік (clique). Крім того, для кожного конкретного вузла коефіцієнт кластерності показує, скільки найближчих сусідів даного вузла є також найближчими сусідами один для одного.

Коефіцієнт кластерності для окремого вузла m мережі визначається наступним чином. Нехай з вузла m виходить k_m ребер, які з'єднують його з іншими k вузлами, найближчими сусідами. Якщо припустити, що всі найближчі сусіди з'єднані безпосередньо один з одним, то кількість ребер між ними складала б $k_m(k_m-1)/2$.

Тобто це число відповідає максимально можливій кількості ребер, якими можуть бути з'єднані найближчі сусіди вибраного вузла.

Відношення реальної кількості ребер E_m, які з'єднують найближчих сусідів даного вузла, до максимально можливої (такої, при якій всі найближчі сусіди даного вузла були б з'єднані безпосередньо один з одним) називається коефіцієнтом кластерності вузла m – C_m.

$$C_m = \frac{2E_m}{k_m(k_m-1)}. \qquad (3)$$

З означення (3) випливає, що коефіцієнт кластерності будь-якого з вузлів, що не містить жодних циклів, дорівнює нулеві.А коефіцієнт кластерності будь-якого вузла повністю з'єднаної мережі дорівнює одиниці. Коефіцієнт кластерності мережі $\langle C \rangle$ означується як середнє значення C_m всіх її вузлів.

Не всі вершини мережі мають однакову кількість ребер. Головною характеристикою мережі, яка задає розподіл ребер вершини, тобто ступінь вершини, є розподіл ступенів вузлів P(k), що визначає імовірність того, що вузол i має ступінь k_i=k, іншими словами, що випадково вибрана вершина буде мати рівно k ребер. Мережі, які характеризуються різними P(k), демонструють дуже різноманітну поведінку. До найчастіше спостережуваних прикладів розподілу ступенів вузлів відносяться:

a) розподіл Пуассона $P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$, (4)

b) експоненційний розподіл $P(k) \sim e^{-k/\langle k \rangle}$, (5)

c) степеневий розподіл $P(k) \sim 1/k^{\gamma}$, $k \neq 0$, $\gamma > 0$. (6)

Оскільки у випадковому графі ребра розподіляються випадковим чином, то більша частина вершин мають приблизно однакову ступінь, яка близька до середнього ступеня $\langle k \rangle$ мережі. Розподіл ступенів вершин випадкового графа являється розподілом Пуассона з піком в $P(\langle k \rangle)$. З іншого боку, останні емпіричні результати говорять про те, що для більшості мереж розподіл ступенів значно відрізняється від розподілу Пуассона. Зокрема, для багатьох мереж, включаючи Всесвітню павутину (Albert, Jeong, Barabasi 1999), Інтернет (Falautsos 1999), розподіл ступенів вершин являється степеневим: $P(k) \approx k^{-\pi}$. Такі мережі називають мережами без масштабування [3]. Існують також мережі, які характеризуються експоненційним розподілом ступенів вузлів, форма функції $P(k)$ для яких значно відрізняється від розподілу Пуассона, типового для випадкового графа.

Ці три концепції (мала довжина шляху, кластерність, ступінь без масштабування) привели до різних напрямків в моделюванні мереж в останні декілька років і дали поштовх трьом основним класам парадигм моделювання [1].

По-перше, випадкові графи, які є варіантом моделі Ердоса-Реньї, до цих під використовуються в багатьох галузях і є основою для моделювання та емпіричних досліджень. По-друге, одразу після формулювання кластерності, з'явився клас моделей, які називаються моделями малого світу [2]. Ці моделі є проміжними між високо фрагментованими регулярними ґратками і випадковими графами. Нарешті, відкриття степеневого розподілу ступенів вершин привело до появи різних моделей без масштабування, які, зосереджуючись на динаміці мереж, повинні пояснити походження степеневого розподілу ступенів вершин та інших відхилень від розподілу Пуассона, які мають місце в реальних системах.

3. Аналіз різних типів природних і штучних мереж

Більшість природних мереж являються безмасштабними. До них в першу чергу слід віднести соціальні мережі, які виражають *соціальні* відносини між людьми. Вершинами цих мереж можуть виступати окремі особи, групи людей або цілі установи. Ці мережі досліджують картину соціальних стосунків між людьми та закони поширення в суспільстві потоків інформації і опису їх у термінах теорії складних мереж. Прикладами соціальних мереж можуть служити мережі співавторства вчених, мережі телефонних дзвінків та електронних повідомлень, мережі знайомства, мережі стосунків між школярами, студентами і співробітниками та інші.

Найбільшою *інформаційною* мережею з доступною та найбільш вивченою топологічною структурою є мережа WWW. Вузлами цієї мережі вважаються веб-сторінки, а спрямованими зв'язками являються гіперлінки, що напрямлені від одного документа до іншого. Ця мережа є безмасштабною, і як показав аналіз підмножини з 269504 вузлів [4] вебу nd.edu, показники для розподілу ступенів її вузлів $\gamma_{in} = 2.1$, $\gamma_{out} = 2.45$ (табл. 1). Мережа WWW являється мережею тісного світу з оцінками середньої довжини найкоротшого шляху мережі $\langle l \rangle = 11.2$, а значення коефіцієнта кластерності $\langle C \rangle = 0{,}153127$ говорить про високу скорельованість цієї мережі.

Крім соціальних та інформаційних, до переліку складних мереж можна віднести *технологічні* транспортні мережі (мережі залізниць, авіаліній, ліній електропередач, мереж громадського транспорту та Інтернет).

В табл. 1 наведені результати досліджень [6] мереж громадського транспорту 5 великих міст. Ці мережі є мережами тісного світу з високим коефіцієнтом кластерності та з відносно малим значенням найкоротшого шляху. Розподіли ступенів вузлів цих мереж підпорядковуються степеневому закону ($P(k) \sim 1/k^{\gamma}$). Окремий тип громадського транспорту (мережа трамваїв, автобусів чи метро) не являється замкнутою системою, а є тільки підграфом великої системи транспорту міста.

Таблиця 1

Характеристики деяких типів мереж [5]

Мережа	Кількість вузлів n	Кількість ребер m	$\langle l \rangle$	γ	$\langle C \rangle$
Соціальні мережі					
Співавторство в математиці	253 339	496 489	7,57	-	0,15
Співавторство у фізиці	52 909	245 300	6,19	-	0,45
Мережа електронних повідомлень	59 912	86 300	4,95	1,5/2,0	0,16
Інформаційні мережі					
WWW nd.edu	269 504	1 497 135	11,27	2,1/2,45	0,11
Цитування у статтях	783 339	6 716 198		3,0/-	
Технологічні мережі					
Інтернет	10 697	31 992	3,31	2,2	0,035
Мережа громадського транспорту					
Берлін	2 996	218	18,61	4,30	0,05
Лондон	11 012	2 005	26,68	4,58	0,08
Москва	3 755	679	7,08	3,31	0,11
Париж	4 003	232	7,22	2,61	0,07
Рим	6 315	681	29,64	4,39	0,03

У статті [7] продемонстровано безмасштабні властивості транспортної мережі названих міст і показано, що для них притаманний степеневий розподіл ступенів вузлів. Зазначимо, що стандартні характеристики мережі є специфічними характеристиками, важливими для оцінки роботи громадського транспорту. Наприклад, середня довжина найкоротшого шляху $\langle l \rangle$ - це мінімальна кількість зупинок, які необхідно проїхати між двома довільними станціями, а ступінь вузла k вказує кількість маршрутів, доступних пасажирові на даній станції.

Ще одним різновидом технологічних мереж є глобальна комп'ютерна мережа Інтернет. Дослідженню властивостей та характеристик цієї мережі присвячений наступний розділ.

4. Динамічні і кореляційні властивості Інтернету

Кількість користувачів Інтернет у світі та зокрема в Україні щороку збільшується в кілька разів. У 2012 році майже третина населення Землі буде користуватись Інтернет – такі попередні дані аналітичної корпорації IDC «Прогноз та модель цифрового ринку». Щороку збільшується і кількість веб-сайтів різноманітної тематики. За даними авторитетної дослідницької агенції NetCraft кількість веб-сайтів, що становила в 1993 році 26 тис., сьогодні наближається до 200 млн. [8]. У 2004 році Інтернет нараховував 700 млн. користувачів, а в 2008 році – більше 1 млрд. [9]. До 1996 року кількість Інтернет-користувачів у світі зростала помірними темпами, проте з 1997 року різко пішла вгору, що наочно зображено на рис. 1.

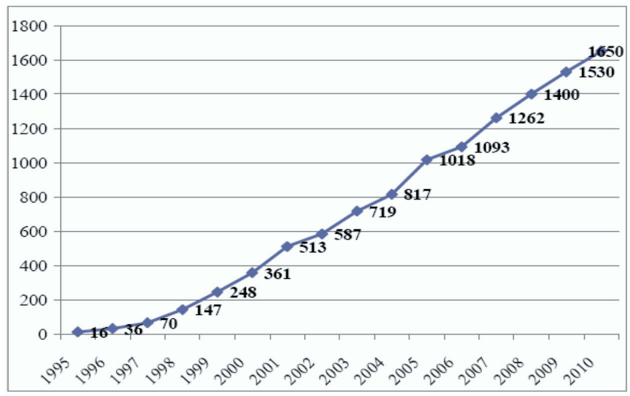

Рис. 1. Динаміка росту інтернет-користувачів у світі протягом 1995-2010 р.р. (за даними «Miniwatts Marketing Group — Internet WorldStats»)

За останні кілька років була розгорнута величезна діяльність наукового співтовариства присвячена дослідженню функцій і роботи Інтернету, його транспортної статистики, навігації, інформаційного пошуку та ін. Проте найцікавішими є роботи, які намагаються змоделювати динаміку росту Інтернету на основі емпіричних досліджень.

Оригінальна робота [10], в якій показаний неоднорідний степеневий розподіл Інтернету, викликала лавину наукових праць по структурній архітектурі Інтернету, включаючи ієрархічну організацію [11], фрактальні властивості [12], циклічну структуру [13] і т.д.

Інтернет включає в себе основну частину - центральне ядро та периферійні області, які з'єднані з центральним ядром. Кожен вузол характеризується ступенем, тобто кількістю зв'язків, які входять в нього. Базуючись тільки на цій інформації, неможливо розпізнати чи належить вузол до центральної частини, чи розміщений в периферійному положенні.

Інтернет розглядають [14,15] не з точки зору www-сайтів і їх числового збільшення і розширення, а з точки зору *автономних систем* (AS). Автономні системи являють собою самодостатні області, які здатні існувати без впливу на них зовнішніх факторів. Університетська мережа, Інтернет-провайдер або велика корпоративна мережа – все це можна визначити як AS.

В роботі [14] зосереджується увага на динамічних властивостях Інтернету, в ній прослідковується розвиток реальних Інтернет-карт з 1997 до 2000, зібраних Національною Лабораторією Прикладного Дослідження Мереж (NLANR) [16]. Розглядаються властивості кореляції з'єднання вузлів, а також поведінка з часом властивостей, пов'язаних з динамікою росту нових вузлів. Аналіз показує динамічну поведінку при різних режимах росту в залежності від віку вузла і можливості з'єднання.

Зокрема, проект NLANR збирає дані з листопада 1997 і подає топологічну і динамічну інформацію про послідовну підмножину Інтернету. Карта 1 листопада 1997 містить 3180 AS, в той час як виміри грудня 1999 показали 6374 AS.

Розглядаючи Інтернет як динамічну мережу, важливо розрізнити, чи досяг він стаціонарного стану, середні властивості якого незалежні у часі. Аналізується поведінка в часі декількох середніх значень, таких як кількість з'єднань $\langle k \rangle$, коефіцієнт кластеризації $\langle C \rangle$ і середня мінімальна відстань шляху мережі $\langle l \rangle$. Перші два значення (див. табл. 2) показують дуже повільну тенденцію зростання з часом, в той час як середня мінімальна відстань шляху повільно зменшується з часом.

Таблиця 2

Середні значення кількості з'єднань, коефіцієнту кластеризації, мінімальної відстані шляху мережі на протязі трьох років

Рік	1997	1998	1999
$\langle k \rangle$	3,47(4)	3,62(5)	3,82(6)
$\langle C \rangle$	0,18(1)	0,21(2)	0,24(1)
$\langle l \rangle$	3,77(1)	3,76(2)	3,72(1)

Більш чітка характеристика топологічних властивостей мережі дається розподілом ступенів P(k). На рис. 2 зображена імовірність P(k), що в даного вузла є k зв'язків з іншими вузлами.

Для знімків Інтернету в різні моменти часу у розподілі ступенів P(k) чітко проявляється степеневий закон залежності $P(k) \sim k^{-\gamma}$ з $\gamma=2{,}2\pm0{,}1$.

Зменшення розподілу пояснюється максимальною кількістю з'єднань системи і пов'язано з повним розміром Інтернет-карти. Показник степеневого закону γ не залежить від часу, що вказує на те, що топологічні властивості Інтернету спрямувались до чіткого постійного стану.

Перший крок в більш детальній характеристиці Інтернету стосується дослідження кореляцій з'єднань. Цей фактор найкраще представляється умовною імовірністю $P_c(k'|k)$, яка виражає зв'язок вузла з ступенем k з вузлом зі ступенем k'.

Якщо ця умовна імовірність не залежить від k, тоді маємо топологію без будь-якої кореляції між з'єднаннями вузлів. В цьому випадку, $P_c(k'|k)=P_c(k')\sim k'P(k')$, що означає, що будь-який зв'язок вказує на вузли з імовірністю, пропорційною їх з'єднанням.

Навпаки, явна залежність від k являється наслідком нетривіальних кореляцій між з'єднаннями вузлів і можливої присутності ієрархічної структури в топології мережі.

Інтернет-карта характеризується нетривіальними кореляціями з'єднань. На розвиток Інтернету можуть впливати безліч інших факторів, таких як ієрархія вузлів, обмеження ресурсів і реальне географічне положення вузлів.

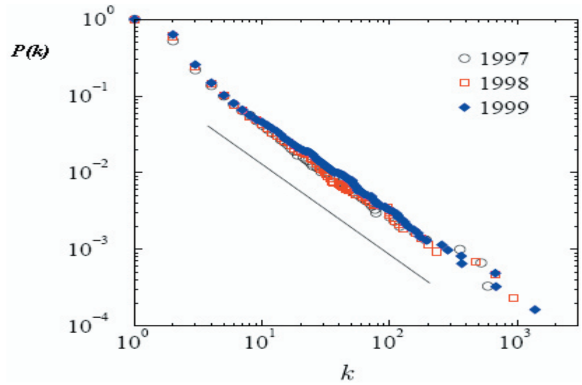

Рис. 2. Розподіл ступенів для знімків Інтернету 1997-1999 рр. Поведінка степеневого закону характеризується нахилом — 1,2, який приводить до з'єднання з показником експоненти γ =2,2

В роботі [15] зібрані дані маршрутизації з грудня 2001 до грудня 2006 з піврічними інтервалами. Отже, в наявності є повні 11 AS-рівнів в Інтернет-графах. AS-граф не являється простим знімком Інтернету, а є результатом злиття десяти знімків, однорідно розподілених в часі. AS-граф може дати більш точну картину Інтернету, ніж один його єдиний знімок. Розмір AS-рівня Інтернету росте дуже швидко, фактично, він підпорядкований знаменитому закону Мура: $N(t) \sim 10^{0{,}0283t} \sim e^{0{,}0652t}$. Слід відмітити, що коефіцієнт росту λ=0,0652, і період, за час якого розмір подвоюється, $\Delta t = \frac{1}{\lambda}\ln 2 \approx 10.64$.

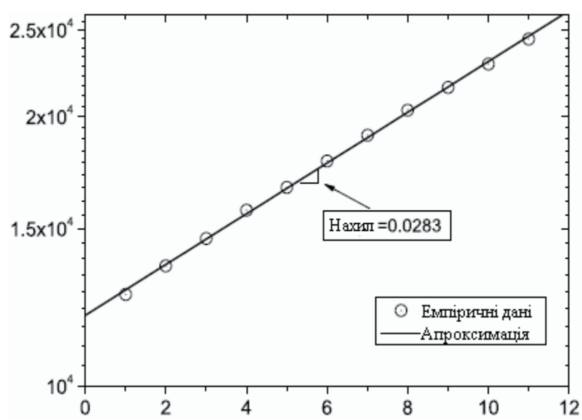

Рис. 3. Ріст числа вузлів з часом.
Вісь у подана в логарифмічному масштабі. Часові мітки від 1 до 11 відповідають часу з грудня 2001 по грудень 2006 з шестимісячними інтервалами

На протязі часу приблизно півроку прогнозується, що розмір AS-рівня Інтернет-топології буде подвоюватися через кожні 5,32 року. Число ребер теж росте в експоненціальній формі. Дійсно, воно масштабується як $E\sim N^{\gamma}$, де γ=1,11±0,04.

За короткий проміжок часу ця залежність може бути добре апроксимована лінійною функцією (рис. 3).

Насамкінець, число з'єднань у Всесвітній Павутині росте значно швидше, ніж $E\sim N^{1.29}$[17], показуючи ефект прискореного росту.

5. Дослідження топології та основних характеристик локальної комп'ютерної мережі BW-Star & Fox Net

Нами досліджена топологія та розраховані типові характеристики комп'ютерної мережі BW-Star & Fox Net, що знаходиться в місті Чернівці (конфігурація мережі зображена на рис. 4).

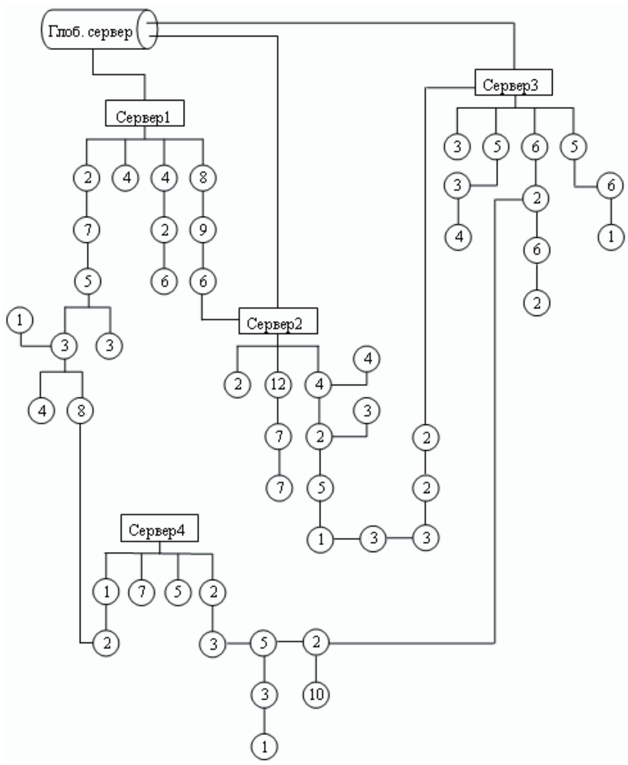

Рис. 4. Схема комп'ютерної мережі BW-Star & Fox Net (цифри в кружечках, що відповідають світчам, показують приєднаних до них користувачів, які для простоти не зображуються)

Таблиця 3

Характеристики комп'ютерної мережі BW-Star & Fox Net в м. Чернівцях

k	N(k)	P0(k)	P(k)	Ck
1	213	0,792	0	0
2	3	0,011	0,053	1
3	5	0,019	0,089	0.333
4	10	0,037	0,178	0.167
5	14	0,052	0,25	0.100
6	3	0,011	0,053	0.067
7	6	0,022	0,107	0.048
8	8	0,029	0,143	0.036
9	2	0,007	0,036	0.028
10	2	0,007	0,036	0.022
11	2	0,007	0,036	0.018
12	0	0	0	0.015
13	0	0	0	0.013
14	1	0,004	0,018	0.011

Із цією метою для кожного типу вершин, якими є сервери, світчі та користувачі (5, 51, та 213 відповідно), підраховуємо їхні кількості та ступені, а потім знаходимо кількості $N(k)$ вершин із заданими ступенями k.

Тоді ймовірність реалізації цього ступеня k визначається діленням $N(k)$ на загальну кількість вершин $N=269$: $P_0(k)=N(k)/N$.

У результаті отримуємо розподіл, який наведено у табл. 3.

Завдяки тому, що основний внесок роблять користувачі, тобто вершини, які мають мінімальний ступінь $k=1$, *середній ступінь мережі*

$$\langle k\rangle = \sum_k k\cdot P(k), \qquad (7)$$

знайдений таким способом, є порівняно малою величиною $\langle k\rangle_0 = 1.997$. Якщо знехтувати внеском користувачів, то загальна кількість світчів і серверів становить $N=56$ і розподіл ймовірностей задається четвертим стовпчиком таблиці 3. Нехтування елементами вершин, які відповідають користувачам, приводить до значно більшого значення $\langle k\rangle = 5.492$.

Із рис. 5 видно, що розподіл ступенів немонотонний і спадає значно повільніше, ніж розподіл Пуассона (4), проте швидше за степеневий розподіл $P(k)=k^{-1,5}$.

Це вказує на те, що досліджувана нами мережа займає проміжне місце між класичним випадковим і безмасштабним графами.

Згідно з означенням (3) для кожного вузла m досліджуваної нами мережі була визначена локальна величина коефіцієнта кластерності C_m, значення якого наведені у п'ятому стовбці табл. 2. Середнє значення коефіцієнта кластерності було визначене згідно з виразом $\langle C\rangle = C_k\cdot N(k)/N$, числове значення якого складає $\langle C\rangle = 0.032$.

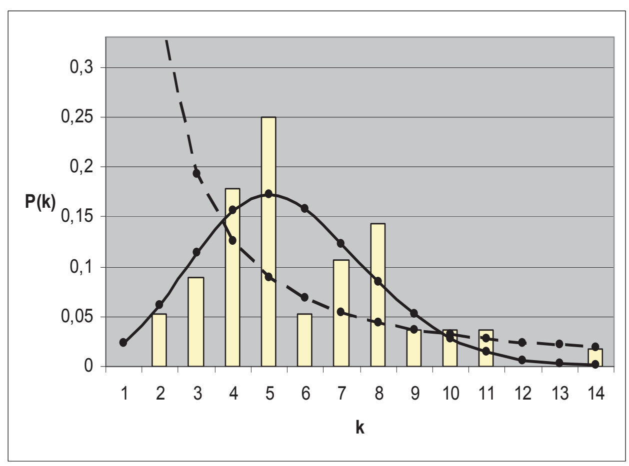

Рис.5 . Розподіл ступенів вершин мережі BW-Star & Fox Net (гістограма) в порівнянні з розподілом Пуассона (4) (суцільна лінія) і степеневим законом $P(k)=k^{-1,5}$ (штрихована лінія)

Це вказує на імовірність існування зв'язку між двома випадково взятими найближчими сусідами вузла, а також містить інформацію про наявність у мережі циклів.

Мале значення коефіцієнта кластерності досліджуваної мережі вказує на низьку кореляцію в ній.

6. Висновки

Аналіз складних мереж продемонстрував, що в результаті свого розвитку вони перетворюються в самоорганізовані складні системи. Продемонстровано, що досліджувані соціальні, інформаційні та технологічні мережі являються безмасштабними і підпорядковуються одному і тому ж степеневому закону росту. Статистичний аналіз показав, що Інтернет демонструє кілька нетривіальних топологічних властивостей.

Досліджено динаміку та кореляційні властивості Інтернету. Кореляційні властивості ступенів вузлів та часова поведінка деяких кількісних характеристик пов'язані зі зростанням динаміки досліджуваних вузлів. Розподіл ступенів вузлів має степеневий характер з показником γ=2,2 [14]. Значення показника не змінюється з часом, що означає, що топологічні властивості Інтернету перебувають у стійкому стаціонарному стані.

Досліджено топологію локальної комп'ютерної мережі BW-Star & Fox Net в місті Чернівці. Значення характеристик даної мережі дало можливість зробити висновок, що мережа займає проміжне місце між класичним випадковим і безмасштабним графами.

Література

1. Ю.Головач, О.Олємской, К.фон Фербер, Т.Головач, О.Мриглод, І.Олємской, В.Пальчиков Складні мережі. // Журнал фізичних досліджень. – 2006. – т.10, №4, с. 247-289
2. Watts D.J., Strogatz S.H. Collective dynamics of “small-world” networks. // Nature. - 1998. - Vol. 393. pp. 440-442.
3. Albert R., Jeong H., Barabasi A. Attack and error tolerance of complex networks // Nature. - 2000. - Vol. 406. - pp. 378-382.
4. R. Albert, H. Jeong, A.-L. Barabasi, Nature (London) 401, 130 (1999).
5. M. E. J. Newman The structure and function of complex networks arXiv:cond-mat/0303516 v.125, Mar 2003.
6. C. fon Ferber, T. Holovatch, Yu. Holovatch, V. Palchykov, preprint physics/0608125 (2006), Physica A (2007), DOI: 10.1016/j.physa.2007.02.101.
7. C. fon Ferber, Yu. Holovatch, V. Palchykov, Condens. Matter Phys. 8, 225 (2005).
8. http://www.netcraft.com.
9. http://www.comscore.com.
10. Faloutsos M, Faloutsos P and Faloutsos C 1999 Comput. Commun. Rev. 29 251.
11. Ravasz E and Barabasi A-L 2003 Phys. Rev. E 67 026112.
12. Caldarelli G, Marchetti R and Pietronero L 2000 Europhys. Lett. 52 386.
13. Bianconi G, Caldarelli G and Capocci A 2005 Phys. Rev. E 71 066116.
14. R Pastor-Satorras, A Vazquez, A Vespignani arXiv:cond-mat/0105161v2.
15. Guo-Qing Zhang, Guo-Qiang Zhang, Qing-Feng Yang, Su-Qi Cheng and Tao Zhou 2008 New J. Phys. 10 123027.
16. http://www.nlanr.net.
17. Broder A, Kumar R, Moghoul F, Raghavan P, Rajagopalan S, Stata R, Tomkins A and Wiener J 2000 Comput.Netw. 33 309