

УДК 541.182

У статті наводиться математична модель тепломасообміну частинки, що спучується, у потоці при термообробці, а також її рішення методом контрольного об'єму. Визначено оптимальні параметри термообробки. Наведені розрахунки можуть використовуватися в методиках розрахунку складних тепломасообмінних процесах

Ключові слова: математична модель, масовіддача, температура, потік

В статье приводятся математическая модель теплообмена вспучивающейся в потоке теплоносителя частицы при ее термообработке, а также решение уравнений модели методом контрольного объема. Определены оптимальные параметры термообработки. Приведенные расчеты могут использоваться для оценки сложных теплообменных процессов

Ключевые слова: математическая модель, массоотдача, температура, поток

In article are resulted mathematical model warmly an exchange particles in a stream at heat treatment, and also its decision by a method of control volume. Optimum parameters of heat treatment are defined. The resulted calculations can be used in design procedures difficult warmly exchange processes

Keywords: mathematical model, mass is a return, temperature, a stream

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОМАСООБМЕНА ВСПУЧИВАЮЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ В ПОТОКЕ

А. М. Павленко

Доктор технических наук, профессор, декан
Энергетический факультет

Днепродзержинский государственный технический
университет

Контактный тел.: (0569) 55-18-87

А. А. Чейлытко

Аспирант

Кафедра теплоэнергетики

Запорожская государственная инженерная академия

Контактный тел.: (063) 257-25-06

E-mail: cheylitko@ya.ru

1. Введение

Для проектирования вихревых камер необходимы обстоятельные теоретические и экспериментальные исследования аэродинамики закрученного потока с учетом подвода массы среды за счет испарившейся жидкости, например, из влажных частиц при термообработке в вихревом слое. В основу исследований следует заложить модель течения жидкости в вихревой камере [1] и проанализировать возможность использования этих результатов для описания вскипающих вихревых потоков.

В исследованиях [2] указано, что относительные вращательные скорости при повышении температуры возрастают в 1,5 раза относительно скорости холодного потока. Относительные величины полного и статического давления для нагретой камеры выше, чем для холодной.

В то же время качественная картина в камере сохранилась без существенных изменений.

2. Постановка задачи

Рассмотрим физическое представление процесса течения среды переменной массы, при этом будем основываться на модели "холодного" потока [4].

Изменение температуры для сферической частицы можно представить следующими уравнениями [4,5,6]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial (C \cdot \rho)}{\partial \tau} = \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) - L \cdot \frac{\partial I}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial T}{\partial r};$$

$$T(r,0) = T; \quad 0 \leq r \leq R; \quad \tau > 0$$

$$\frac{\partial T(R,\tau)}{\partial \tau} = \frac{Nu}{R(\tau)} \cdot [T(R(\tau)) - T_{II}] -$$

$$\frac{L \cdot \frac{\partial I}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial T}{\partial r}}{-0,046 + 14,8 \cdot 10^{-3} \cdot \tau - 3,13 \cdot 10^{-3} \cdot T_{II}}$$

Для построения наиболее адекватной реальному процессу математической модели необходимо учитывать зависимость теплофизических характеристик материала от температуры. Зависимости изменения теплофизических характеристик материала во времени определены из ранее проведенных экспериментов [7].

Зависимость коэффициента массоотдачи будет выглядеть следующим образом:

$$L \cdot \frac{\partial I}{\partial \tau} = 3,65 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\left(\frac{T(R, \tau) + T(0, \tau)}{2} \right)^{2,3} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{нач}} \right)}{R \cdot T_{п}} \times$$

$$\times (\ln v + 0,129).$$

На основании классических работ по теплообмену или гидромеханике можно прийти к выводу, что в аналитическом виде можно получить решения только небольшой части задач. Кроме того эти решения часто содержат бесконечные ряды, специальные функции, трансцендентные уравнения для собственных значений, и их числовая оценка может представлять весьма трудную задачу.

Для решения краевых задач теплопроводности широко применяется метод конечных разностей (метод сеток) [8]. Необходимо заменить область непрерывного изменения аргументов искомой функции T некоторым конечным множеством точек, лежащих в этой области. Это множество называется разностной сеткой, сами точки – узлами сетки, а функции, определенные тем или иным способом на этой сетке, – сеточными функциями. Рассматривая значения в узловых точках, мы заменяем непрерывную информацию, содержащуюся в точном решении дифференциального уравнения, дискретными значениями. Таким образом, мы дискретизируем распределение температуры, и этот класс численных методов называется методами дискретизации [8].

Алгебраические уравнения, которые назовем дискретным аналогом исходного уравнения, включающие неизвестные значения температуры в выбранных узловых точках, получаются из дифференциального уравнения теплопроводности. Предполагается, что при очень большом числе узловых точек решение дискретных уравнений сближается с точным решением соответствующего дифференциального уравнения.

Для решения нашей задачи данным методом необходимо привести дифференциальное уравнение к следующему виду:

$$a_p \cdot T_p = a_E \cdot T_E + a_w \cdot T_w + b$$

Из [8] следует, что коэффициенты 0 и b зависят от источникового члена $S = SC + SPTP$ (скорости выделения теплоты в контрольном объеме) следующим образом:

$$a_p = a_E + a_w + a_p^0 - S_p \cdot \Delta x,$$

$$b = S_C \cdot \Delta x + a_p^0 \cdot T_p.$$

В нашем случае источниковый член распишется, с учетом правил построения дискретных аналогов, следующим образом:

$$S = T_{i-1}^{\tau} \cdot \frac{(I^{\tau} + I^{\tau-1})}{2} - \frac{(I^{\tau} + I^{\tau-1})}{2} \cdot T_i^{\tau}$$

Из уравнения следует:

$$S_C = T_{i-1}^{\tau} \cdot \frac{(I^{\tau} + I^{\tau-1})}{2}, S_p = - \frac{(I^{\tau} + I^{\tau-1})}{2}.$$

Дискретный аналог получим путем интегрирования уравнения по контрольному объему, и по временному интервалу. Таким образом, получим:

$$\int_w^e \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial(C \cdot \rho)}{\partial \tau} \right) d\tau dr = \int_w^e \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr d\tau + S;$$

$$\int_w^e \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial(C \cdot \rho)}{\partial \tau} \right) d\tau dr =$$

$$= \Delta r \cdot \left[\frac{(C \cdot \rho)^{\tau} + (C \cdot \rho)^{\tau-1}}{2} \right] \cdot (T_i^{\tau} - T_i^{\tau-1});$$

$$\int_w^e \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \lambda}{\partial \tau} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr d\tau =$$

$$= \left(\frac{\lambda^{\tau} + \lambda^{\tau-1}}{2} \right) \cdot \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[\frac{T_e - T_p}{(\delta r)_e} - \frac{T_p - T_w}{(\delta r)_w} \right] d\tau.$$

На данном этапе необходимо ввести предположение относительно изменения температур во времени. Выбирая полностью неявную схему, получим следующие значения коэффициентов:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_p = a_E + a_w + a_p^0 - S_p \cdot \Delta r, \\ a_E = \frac{\lambda^{\tau} + \lambda^{\tau-1}}{2 \cdot \Delta r} \\ a_w = \frac{\lambda^{\tau} + \lambda^{\tau-1}}{2 \cdot \Delta r} \\ a_p^0 = \frac{\Delta r \cdot [(C \cdot \rho)^{\tau} + (C \cdot \rho)^{\tau-1}]}{2 \cdot \Delta \tau} \\ b = S_C \cdot \Delta x + a_p^0 \cdot T_p. \end{array} \right.$$

3. Результаты работы

Процесс вычисления будем осуществлять методом прогонки. Решение дискретного аналога для одномерного случая можно получить с помощью стандартного метода исключения Гаусса. Для уравнений такого простого вида процесс исключения превращается в очень удобный алгоритм. Его называют методом прогонки или алгоритмом трехдиагональной матрицы (ТДМА) [8].

Для удобства записи алгоритма введем некоторые обозначения. Присвоим узловым точкам, изображенным на рис. 1 номера 1, 2, 3, ..., N. Номера 1 и N относятся к точкам на границе. Дискретный аналог можно записать в следующем виде:

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d,$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, N$.

Таким образом, температура T_i связана с соседними значениями T_{i+1} и T_{i-1} . Запись уравнений для узловых точек на границе дает $c_1 = 0$; $b_N = 0$.

Предположим, что при прямой подстановке имеем зависимость:

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i$$

после того, как получено

$$T_{i-1} = P_{i-1} T_i + Q_{i-1}$$

Получаем следующее соотношение:

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i (P_{i-1} T_i + Q_{i-1}) + d_i,$$

Иначе говоря, коэффициенты Q_i и P_i запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \\ Q_i &= \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \end{aligned} \right\}$$

Эти рекуррентные соотношения определяют P_i и Q_i через P_{i-1} и Q_{i-1} . В начале рекуррентного процесса P_1 и Q_1 определяются в следующем виде:

$$P_1 = b_1/a_1; Q_1 = d_1/a_1.$$

На другом конце последовательности Q_i и P_i имеем $b_N = 0$. Это дает $P_N = 0$ и получаем: $T_N = Q_N$.

С этого момента осуществляется обратная подстановка.

Для программирования воспользуемся средой Turbo Pascal 7.0. По расчетам программы можно получить набор данных, которые позволяют построить следующие графические зависимости.

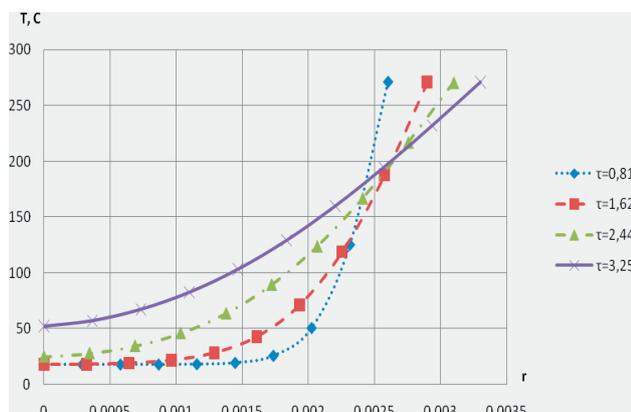


Рис. 1. Изменение температуры материала по радиусу впускаемой частицы в различные моменты времени

4. Выводы

Задавая в программе различное итоговое время термообработки можно получить данные для построения зависимости теплопроводности от времени термообработки.

Минимальную теплопроводность материала после его термообработки в вихревой камере можно получить при температуре потока в 380°C и времени термообработки от 3 до 3,3 секунды. При этом влияние температуры и изменения объема потока теплоносителя оказывают существенное влияние на теплофизические характеристики термообрабатываемой частицы. Если пренебречь этим влиянием, добиться соблюдения указанных технологических показателей невозможно.

Литература

1. Павленко А.М. Стійкість емульсій при технологічних впливах.- Дніпропетровськ.: Наука і освіта, 2000.-140с.
2. Коваль В.П., Михайлов С.Л. Гидродинамические характеристики центробежной форсунки. Теплоэнергетика, №5, 1972.
3. Вулис Л.А., Устименко Б.П. О влиянии неизотермического поля на аэродинамику потока в циклонной топочной камере. Теплоэнергетика, №4, 1956.-С.37.
4. Долинский А.А., Павленко А.М., Басок Б.И.. Теплофизические процессы в эмульсиях. К.: Наукова Думка, 2005. - 264 с.
5. Беляев Н.М., Рядно А.А.. Методы теории теплопроводности/ Учебное пособие для вузов. В 2-х частях. Ч.1. – М.: Высш.школа, 1982. – 327с.
6. Сорокова Н.М. Моделювання тепло- і масопереносу при зневодненні пористих тіл з метою оптимізації процесу сушіння. Дисертація на пошук наукового ступеню кандидата технічних наук. ІТТ НАНУ. Київ – 2003.
7. Павленко А.М., Чейлытко А.А.. Особенности тепло-массообменных процессов в вихревом потоке с влажными дисперсными частицами.//Восточно-европейский журнал передовых технологий 5/6 (41). Харьков, 2009. – с. 4 – 7.
8. Патанкар С.. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.