

*У статті розглянуто алгоритм синтезу робастного ПІД регулятора з використанням норм передаточних функцій замкнених систем в просторі Харді. Алгоритм може бути використаний для підвищення ефективності управління технологічним процесом, при цьому оцінювання параметрів моделі об'єкта управління здійснюється на основі даних нормальної експлуатації*

**Ключові слова:** робастний синтез, норма  $H_\infty$ , ПІД регулятор, сцинтиляційний монокристал

*В статье рассмотрен алгоритм синтеза робастного ПИД регулятора с использованием норм передаточных функций замкнутых систем в пространстве Харди. Алгоритм может быть использован для повышения эффективности управления технологическим процессом, при этом оценки параметров модели объекта управления проводятся на основе данных нормальной эксплуатации*

**Ключевые слова:** робастный синтез, норма  $H_\infty$ , ПИД регулятор, сцинтилляционный монокристал

*The article consider algorithm of synthesis is robust PID controller with the use of infinity norms of transfer functions of closed loop systems in the Hardy space. The algorithm can be used to improve the efficiency of process control, and the evaluation parameters of the model object management are conducted on the basis of normal operation*

**Keywords:** Robust synthesis rate, infinity norm, PID regulator, scintillation single crystal

# $H_\infty$ ОПТИМИЗАЦИЯ ПИД УПРАВЛЕНИЯ ВЫРАЩИВАНИЕМ КРУПНОГАБАРИТНЫХ МОНОКРИСТАЛЛОВ

**В.С. Суздаль**

Доктор технических наук, старший научный сотрудник\*  
Контактный тел. (057) 341-01-45  
E-mail: suzdal@isma.kharkov.ua

**А.В. Соколов**

Младший научный сотрудник\*  
Контактный тел. (057) 751-52-99  
E-mail: sobolev@isma.kharkov.ua

**И.И. Тавровский**

Младший научный сотрудник\*  
Контактный тел. (057) 341-01-45  
E-mail: tawr@isc.kharkov.com

\*Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины  
пр. Ленина, 60, г. Харьков, Украина, 61001

## 1. Введение

Анализ современного состояния и тенденций автоматизации процессов выращивания крупногабаритными сцинтилляционными монокристаллов (СМК) показывает, что основными проблемами, которые стоят перед разработчиками систем управления ростовыми установками, являются повышение эффективности управления с учетом характерных особенностей объекта управления, к которым можно отнести высокий уровень производственных возмущений и нестационарность процесса кристаллизации.

СМК выращивают на промышленных установках типа "РОСТ" методом Чохральского, в которых для оценки диаметра растущего кристалла применяют ме-

тод измерения падения уровня расплава в результате быстрого дискретного подъема кристалла из расплава на малую величину. Управление диаметром растущего монокристалла осуществляется ПИД регулятором [2].

Нестационарность термических процессов в ростовой системе при выращивании СМК является источником неструктурной неопределенности объекта управления (ОУ) и ограничивает применение ПИД закона для управления диаметром монокристалла. Исследования процесса кристаллизации крупногабаритных СМК показывают, что процесс выращивания можно условно разбить на несколько интервалов, только в пределах которых тепловые условия кристаллизации можно считать квазистационарными. Это позволяет использовать на любом интервале выращивания ПИД регулятор с фиксированной настройкой, которую надо

менять при переходе на другой интервал. Следовательно, решение задачи высококачественного управления всем процессом кристаллизации СМК следует искать в классе робастных систем управления, сохраняющие свои основные свойства на всем интервале выращивания [1]. Известно, что для регулятора, который имеет ПИД структуру, обеспечить его робастность можно используя  $H_\infty$  оптимизацию [4] или смешанную  $H_2/H_\infty$  оптимизацию [5]. Эти методы могут быть использованы для оптимизации параметров ПИД регулятора так, чтобы на каждом интервале выращивания регуляторы имели хорошее качество переходных процессов и робастную устойчивость, т.е. фактически необходим синтез ПИД регулятора.

Таким образом, для повышения эффективности производства СМК актуальной является задача синтеза робастного ПИД регулятора с использованием норм передаточных функций замкнутых систем в пространстве Харди.

## 2. Постановка задачи

Выберем параметры синтеза ПИД регулятора [6].

**Модуль границы.** Пусть передаточная функция разомкнутой системы  $L(s) = K(s)P(s)$  где  $K(s)$  – передаточная функция регулятора,  $P(s)$  – передаточная функция ОУ. Пусть функция номинальной чувствительности  $S(s) = (1 + L(s))^{-1}$ . Модуль границы  $M_m$ , определенный как инверсная  $H_\infty$  норма функции номинальной чувствительности  $M_m = \|S(s)\|_\infty^{-1}$ , выбирается параметром синтеза. Значение модуля границы – это кратчайшее расстояние от кривой Найквиста передаточной функции контура до критической точки (0, -1). Это гарантирует, что значении нижней границы запаса устойчивости есть  $\frac{1}{1 - M_m}$ .

**Комплиментарный модуль границы.** Пусть  $T(s) = L(s) / [1 + L(s)]^{-1}$  – передаточная функция замкнутой системы (функция дополнительной чувствительности). Второй параметр синтеза, определим как комплиментарный модуль границы, равный инверсной  $H_\infty$  норме функции дополнительной чувствительности  $M_c = \|T(s)\|_\infty^{-1}$ .

Проблему параметров синтеза теперь сформулируем как проблему оптимизации: найти регулятор  $K(s)$ , который минимизирует частотный критерий, определенный как взвешенная сумма квадратов ошибок между заданными и вычисленными значениями частотных характеристик. Этот критерий определим как:

$$J(p) = \frac{1}{2} (\lambda_1 (M_m(p) - M_m^*)^2 + \lambda_2 (M_c(p) - M_c^*)^2) \quad (1)$$

где  $p$  – вектор параметров контроллера,  $\lambda_1, \lambda_2$  – весовые коэффициенты,  $M_m$  и  $M_m^*$  – соответственно действительное и заданное значения модуля границы,  $M_c$  и  $M_c^*$  – действительное и заданное значения комплиментарного модуля границы. Весовые коэффициенты обычно выбирают такими:  $\lambda_1 = 1/M_m^{*2}$ ,  $\lambda_2 = 1/M_c^{*2}$ , чтобы нормировать члены критерия.

## 3. Синтез ПИД регулятора

Для получения оптимальных настроек ПИД - регулятора использовался следующий алгоритм синтеза:

- в пространстве параметров ПИД – регулирования определить область, которая обеспечивает устойчивость замкнутой системы;

- в области устойчивости необходимо определить подмножество, которое удовлетворяет ограничениям  $H_\infty$  (робастности или устойчивости к возмущениям).

- в подмножестве, удовлетворяющему ограничениям по  $H_\infty$ , найти одна точку, которая минимизирует норму критерия качества системы.

В процессе выращивания монокристалла CsJ(Na) диаметром 310 мм на установке «РОСТ» были получены в реальном масштабе времени исходные вход/выходные данные (температура основного нагревателя/текущий диаметр монокристалла), на основе которых были оценены параметры модели объекта управления для разных интервалов выращивания.

Построение наиболее адекватной математической модели процесса кристаллизации осуществлялось в классе моделей, описываемых стохастическим разностным уравнением с дискретным временем  $k = 0, 1, 2, \dots$ , которое в матричной форме имеет вид:

$$A(q) y(k) = B(q) u(k-1) + C(q) w(k),$$

где  $A(q), B(q), C(q)$  – матричные полиномы;  $y, w, u$  – векторы выходных, возмущающих и управляющих сигналов [3].

На интервале роста кристалла до выхода его из тигля результаты идентификации для номинального объекта управления:  $A(q) = 1 - 0.89q^{-1}$ ,

$$B(q) = 0.5956 - 0.5967q^{-1}, C(q) = 1 - 0.3426q^{-1}.$$

Номинальная передаточная функция ОУ  $P_n(s) = (0.2246s + 0.0011) / (s + 0.000582)$ .

Для возмущенного ОУ имеем:

$$A(q) = 1 - 0.9335q^{-1} - 0.07973q^{-2} + 0.04638q^{-3},$$

$B(q) = -1.114 + 1.114q^{-1}, C(q) = 1 - 0.8372q^{-1}$ . Передаточная функция возмущенного объекта управления

$$P(s) = (0.336s^2 + 0.02867s + 2.564e - 005) / (s^2 + 0.09646s + 1.651e - 005)$$

оценивалась в конце интервала выращивания и использовалась для оценки уровня неопределенности ОУ.

Для СУ выращиванием СМК проведен синтез ПИ регулятора с передаточной функцией  $K(s) = (K_p T_i s + 1) / T_i s$ , где  $K_p$  – коэффициент пропорциональности,  $T_i$  – время интегрирования. Время дифференцирования  $T_d$  закона регулирования при необходимости можно выбрать из соотношения  $T_d = (0.2 \div 0.3) T_i$ . В пространстве двух параметров ПИ регулятора определялась область, которая обеспечивает устойчивость замкнутой системы с номинальной моделью  $P_n$ . В ПИ регуляторе диаметра кристалла на установках «РОСТ» используются следующие настройки:  $K_p$  в диапазоне от 0.1 до 10.0;  $T_i$  в диапазоне от 50 до 300. Анализ показывает, что в этой области параметров ПИ регулятора замкнутая система с номинальной моделью  $P_n$  устойчива.

Подобласть, которая удовлетворяет ограничениям  $H_\infty$  по робастной устойчивости замкнутой системы управления при наличии неструктурной неопределенности, ограниченной величиной относительного возмущения  $\Delta_0(s) = P(s) - P_n(s)$ , определялась из условия

$\|M(s)\|_{\infty} \leq 1$ , где  $M(s) = [K(s)P_n(s)W_d(s)] / [1 + K(s)P_n(s)]^{-1}$ ,  $W_d(s)$  – заданная весовая дробно-рациональная функция, при условии, что замкнутый контур с ПИ регулятором асимптотически стабилен и  $|\Delta_0(j\omega)| \leq |W_d(j\omega)|$ . Для решения этой задачи использовалась команда  $d = \text{norm}(\text{sys}, \text{inf})$  пакета Control System Toolbox среды MATLAB, которая вычисляет  $H_{\infty}$  норму системы  $\text{sys}$ . При

$$W_d = \frac{0.5452s^3 + 0.02985s^2 - 0.0003305s - 1.585e-008}{s^3 + 0.1014s^2 + 0.0004888 + 8.085e-008}$$

область робастной устойчивости находится над кривой, приведенной на рис. 1.

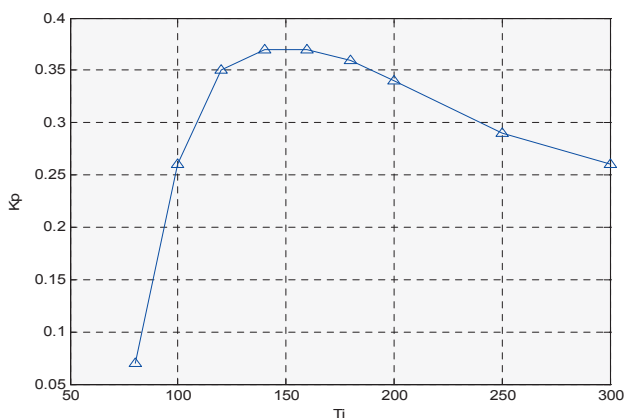


Рис. 1. Область робастной устойчивости ПИ регулятора

Минимизация критерия (1) проведена с помощью функции  $fminunc$  пакета Optimization Toolbox.  $fminunc$  осуществляет средне-масштабную оптимизацию и использует квази-Ньютоновский метод с смешанной процедурой квадратичного и кубического поиска. Этот метод использует формулу BFGS [7].

На основе экспертных оценок выбраны  $M_m^* = 0.8868$ ,  $M_c^* = 0.7413$ . Оптимальные параметры ПИ регулятора для рассматриваемого интервала выращивания  $K_p = 0.67$ ,  $T_i = 150$ .

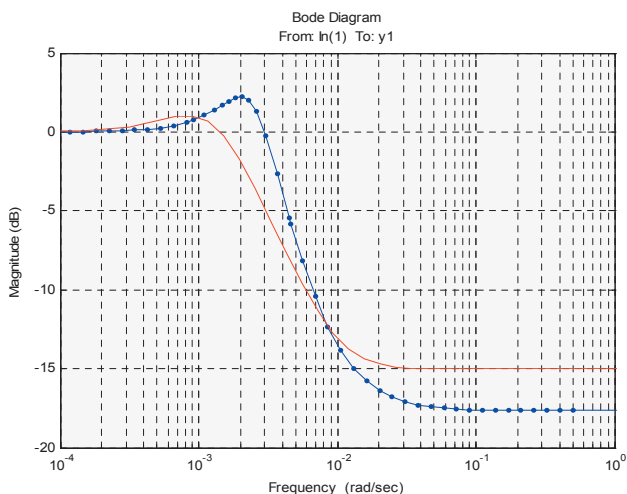


Рис. 2. АЧХ замкнутой системы

На рис. 2 – 4 приведены характеристики системы управления для номинальной (линия точками)  $P_n$

и возмущенной  $P$  передаточной функции объекта управления. Они показывают, что на всем интервале выращивания в системе управления с оптимальными параметрами ПИ регулятора перерегулирование не превышает 22% и качественные показатели вполне приемлемы для системы управления выращиванием.

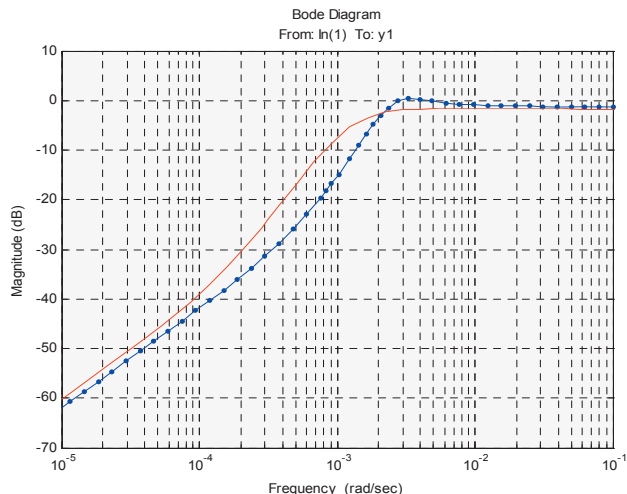


Рис. 3. АЧХ функции чувствительности системы

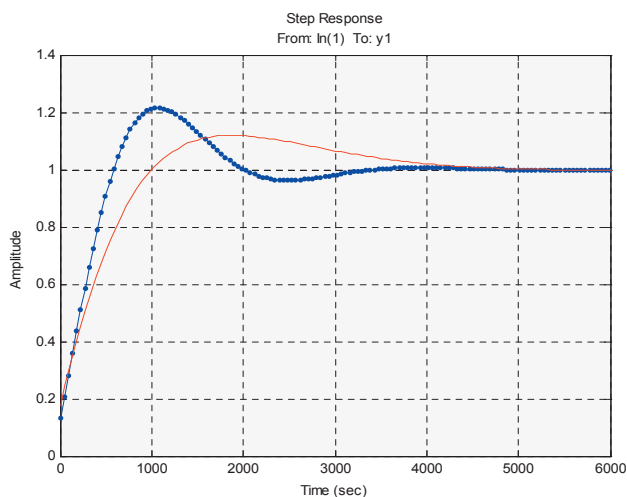


Рис. 4. Графики переходных процессов замкнутой системы

Оптимизация параметров ПИ регулятора диаметра СМК на всех интервалах кристаллизации обеспечивает при выращивании монокристаллов CsJ(Na) диаметром до 300 мм устойчивый рост кристалла со скоростью до 1.5 мм/час и точностью поддержания диаметра до 2.5 %.

#### 4. Выводы

Рассмотренный алгоритм синтеза робастного ПИД регулятора методом  $H_{\infty}$  оптимизации может быть использован для повышения эффективности управления технологическим процессом, в котором оценки параметров объекта управления проводятся на основе данных нормальной эксплуатации.

Література

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – Москва: «Наука», 2002 – 304 с.
2. Рост кристаллов / [Горилицкий В. И., Гринев Б. В., Заславский Б. Г. и др.]. – Харьков: АКТА, 2002. – 535 с.
3. Суздаль В.С. Параметрическая идентификация VARMAX моделей процесса кристаллизации крупногабаритных монокристаллов / В. С. Суздаль, Ю. М. Епифанов, А. В. Соболев, И. И. Тавровский // Нові технології. Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління. – 2009. – №4(26). – С. 23–29.
4. Grimble M.J.  $H_{\infty}$  controllers with a PID structure / M. J. Grimble // Trans. ASMEJ. Dynam. Syst. Meas. Control. – 1990. – Vol. 1.112. – P. 325 – 330.
5. Chen B.S. A genetic approach to mixed  $H_2/H_{\infty}$  optimal PID Control / B. S. Chen, Y. M. Chiang, C. H. Lee // IEEE Control System Magazine. – 1995. – Vol. 15. – P. 51–56.
6. Ho W. K. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications / W. K. Ho, C. C. Hang, L. S. Cao // Automatica. – 1995. – 31(3). – P. 497–502.
7. Broyden C.G. The Convergence of a Class of Double-Rank Minimization Algorithms / C. G. Broyden // Journal Inst. Math. Applic. – 1970. – Vol. 6. – P. 76–90.

*В роботі обґрунтовано вплив просторового квантування енергетичного спектру електронного газу на його концентрацію в тонких пластинкових кристалах. Показано, що при певних умовах спостереження тонкоплівкові кристали можуть випромінювати неперервні та дискретні спектри променів світла*

*Ключові слова: хвильова функція, закон дисперсії, ефективна маса, потенціальна яма*

*В работе обосновано влияние пространственного квантования энергетического спектра электронного газа на его концентрацию в тонких пластинчатых кристаллах. Показано, что при определенных условиях наблюдения тонкопластинчатый кристалл может излучать непрерывные и дискретные лучи света*

*Ключевые слова: волновая функция, закон дисперсии, эффективная масса, потенциальная яма*

*The thesis grounds the influence of spatial quantization of electron gas energy spectrum on its concentration in thin lamellar crystals. It is shown that under certain observing conditions thin-film crystals may emit continuous and discrete spectrums of light rays*

*Key words: wave function, effective mass, dispersion law, potential well*

УДК 621.373.8+621.382

# ТОНКА КРИСТАЛІЧНА ПЛІВКА ЯК КВАНТОВА РОЗМІРНА СТРУКТУРА

**Я. С. Буджак**

Доктор фізико-математичних наук, професор\*

**О. В. Зуб**

Аспірантка\*

E-mail: oliazub@gmail.com.ua

\*Кафедра напівпровідникової електроніки  
Національний університет «Львівська політехніка»  
вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013

## 1. Вступ

Із квантової механіки відомо, що в тонкій кристалічній пластині з мікроскопічною товщиною  $d$  може

спостерігатися так зване просторове квантування енергетичного спектру носіїв струму, яке приводить до того, що багато властивостей тонкої пластини мають кореляційну залежність від товщини  $d$ .