

5. Сиротин Н. Н., Техническая диагностика авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / Н. Н. Сиротин, Ю. М. Коровкин. - М.: Машиностроение, 1979.-272с.
6. Ахмедзянов А. М., Диагностика состояния ВРД по термогазодинамическим параметрам [Текст] / А. М. Ахмедзянов, Н. Г. Дубравский, А. П. Тунаков. - М.: Машиностроение, 1983.-206с.
7. Симбирский Д. Ф., Программный комплекс для эксплуатационного мониторинга выработки ресурса основных деталей авиационного двигателя Д-18Т [Текст] / Д. Ф. Симбирский, А. В. Олейник, В. А. Филяев и др. //Авіаційно-космічна техніка і технологія. - Х.: НАКУ "ХАГ".-2004.-вип. 7/15.-с.145-150.
8. Панин В. В. Моделирование условий совместной работы элементов ТРДД при оценке запасов устойчивости на переходных режимах в эксплуатации [Текст] / В. В. Панин // Проблеми експлуатації та надійності авіаційної техніки. - К.: КМУЦА, - 1997. - С. 97-99. (139п).
9. Панин В. В. Газодинамическая устойчивость компрессоров авиационных ГТД [Текст] / В. В. Панин. - К.: КМУГА, 1998. - 152 с. (60м).

*В статті розглядається динамічна модель змєвикового теплообмінника. Запропонований математичний опис теплообмінника враховує нелінійність теплообмінних процесів. В моделі враховано нелінійність коефіцієнтів тепловіддачі та проведено порівняння розрахунків із лінійною моделлю*

*Математична модель може використовуватися для розрахунку систем автоматизації технологічних процесів із застосуванням теплообмінників*

*В статье рассматривается динамическая модель змеевикового теплообменника. Предложенное математическое описание теплообменника учитывает нелинейность теплообменных процессов. В модели учтена нелинейность коэффициентов теплоотдачи и проведено сравнение расчетов с линейной моделью*

*Математическая модель может использоваться для расчета систем автоматизации технологических процессов с использованием теплообменников*

*In the article the dynamic model helical-coil heat exchanger is examined. The offered mathematical description heat exchanger considers nonlinearity heat-exchange processes. Nonlinearity of heat transfer factors is considered in model and a comparison with linear model calculations is fulfilled*

*The mathematical model can be used for calculation of automation systems of the technological processes with heat exchangers*

УДК 681.5.015.8:519

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ ТЕПЛООБМІННИКА

**І.М. Голінко**

Кандидат технічних наук, доцент\*  
Контактний тел.: 067-441-62-19, (044) 332-21-89  
E-mail: igor.golinko@conislab.net

**А.І. Кубрак**

Кандидат технічних наук, професор\*  
Контактний тел.: (044) 406-94-08

**А.С. Кравченко\***

Контактний тел.: 098-264-83-92  
E-mail: deward@yandex.ru

\*Кафедра автоматизації теплоенергетичних процесів  
Національний технічний університет України "Київський  
політехнічний інститут"

### Вступ

Бурхливий розвиток комп'ютерної науки за останні 40 років істотно вплинув на підходи та методи си-

стемного аналізу та синтезу автоматичних систем керування (АСК) технологічними процесами (ТП). Проте, ускладнення математичних моделей АСК ТП у ряді випадків дають скромніші результати ніж очі-

кується, а лінійні спрощення не дозволяють адекватно “оцінити хід” процесу у області всього робочого діапазону.

Перед спеціалістами АСК ТП постає завдання визначення меж деталізації математичної моделі складних ТП. Із одної сторони – модель повинна бути простою для її дослідження та синтезу АСК, а із іншого – повинна враховувати особливості ТП (суттєві нелінійності, взаємозв'язки каналів впливу, збурення та ін.).

Теплообмінні апарати отримали широке розповсюдження в технологічних процесах теплоенергетики, хімії, нафтохімії, у харчовій промисловості. Даний об'єкт є складним для математичного опису, а тому його модель повинна бути достатньо точною, але при цьому зручною для використання в розрахунках АСК.

### Постановка завдання

Процес теплообміну протікає в широкому діапазоні зміни режимів. При цьому можуть суттєво змінюватися теплофізичні параметри матеріальних потоків і динамічні характеристики теплообмінника. Оптимізація динамічних процесів та теплових розрахунків для даних апаратів потребують повного та всебічного дослідження в різних режимах роботи. Оскільки отримання аналітичних рішень для таких систем існує тільки в загальному вигляді [1], моделювання теплообмінних процесів доводиться реалізовувати числовими методами.

Темі числового інтегрування систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, що описують теплообмінні процеси присвячено багато робіт. Серед них можна виділити [2] – [4]. Їх аналіз показує, що автори пропонують числовий розв'язок для лінійних моделей, який справедливий тільки в околі основного статичного режиму.

А що робити коли у моделі необхідно враховувати зміну витрати теплоносія в технологічних межах від 0 до 100%? З курсу теплотехніки відомо [5], що коефіцієнт тепловіддачі залежить від витрати матеріального потоку і постійним значенням не обійтися, якщо зміна витрати суттєва.

Таким чином, завдання звелось до отримання динамічної моделі теплообмінного апарата із врахуванням основних нелінійностей.

### Моделювання температурного режиму теплообмінника

За основу взято математичну модель змійовикового теплообмінника [1].

Розрахункова схема представлена на рис. 1. Математична модель містить 4 динамічні елементи: теплоносії із розподіленою вздовж осі труби температурою  $\theta^0(x,t)$  та швидкістю протікання у трубках  $W_0(t)$ , теплообмінна трубка із розподіленою вздовж неї температурою  $\theta^1(x,t)$ , теплоносії у міжтрубному просторі з однаковою температурою  $\theta^2(t)$  та витратою теплоносія  $Q_2(t)$ , а також корпус теплообмінника, який представляється зосередженою акумулюючою ємкістю з температурою  $\theta^3(t)$ :

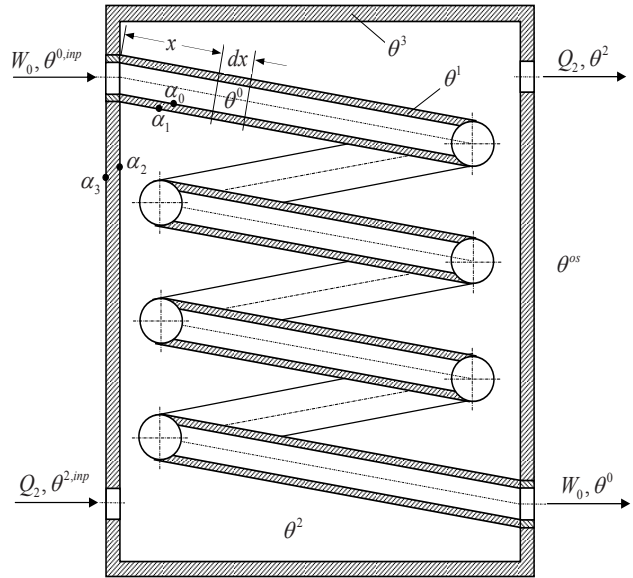


Рис. 1. Розрахункова схема змійовикового теплообмінника.

$$\begin{cases} T_0 \frac{\partial \theta^0(x,t)}{\partial t} + T_0 W_0(t) \frac{\partial \theta^0(x,t)}{\partial x} + \theta^0(x,t) = \theta^1(x,t), \\ T_1 \frac{\partial \theta^1(x,t)}{\partial t} + \theta^1(x,t) = b_0 \theta^0(x,t) + b_1 \theta^2(t), \\ T_2 \frac{d\theta^2(t)}{dt} + \theta^2(t) = \frac{b_2}{l} \int_0^l \theta^1(x,t) dx + b_3 \theta^3(t) + b_4 \theta^{2,inp}(t), \\ T_3 \frac{d\theta^3(t)}{dt} + \theta^3(t) = b_5 \theta^2(t) + b_6 \theta^{os}(t). \end{cases} \quad (1)$$

Тут:

$$T_0 = \frac{S_0 \rho_0 c_0}{\alpha_0 p_0}, T_1 = \frac{S_1 \rho_1 c_1}{\alpha_0 p_0 + \alpha_1 p_1},$$

$$T_2 = \frac{G_2 c_2}{Q_2 c_2 + \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2}, T_3 = \frac{G_3 c_3}{\alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3},$$

$$b_0 = \frac{\alpha_0 p_0}{\alpha_0 p_0 + \alpha_1 p_1}, b_1 = 1 - b_0, b_2 = \frac{\alpha_1 F_1}{Q_2 c_2 + \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2},$$

$$b_3 = \frac{\alpha_2 F_2}{Q_2 c_2 + \alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2}, F_1 = n p_1 l,$$

$$b_4 = 1 - b_2 - b_3, b_5 = \frac{\alpha_2 F_2}{\alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3}, b_6 = 1 - b_5.$$

Детальніше із коефіцієнтами моделі можна ознайомитися в [1].

Потрібно враховувати, що в процесі роботи теплообмінного апарата температури рідин в трубі та міжтрубному просторі суттєво змінюються. В результаті цього змінюються теплофізичні параметри матеріальних потоків, і, як наслідок, коефіцієнти моделі. Таким чином проводити адекватні розрахунки при використанні (1) можна лише в околі основного статичного режиму (значення коефіцієнтів моделі постійні). Основними нелінійними параметрами у даному процесі є коефіцієнти тепловіддачі від теплоносія до теплообмінних трубок  $\alpha_0$  та від трубок до теплоносія в

міжтрубному просторі  $\alpha_1$  [2]. Причому ці параметри впливають майже на всі коефіцієнти моделі (1).

Для врахування основних нелінійностей отримана динамічна модель, яка враховує зміну коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_0$  та  $\alpha_1$ :

$$\left\{ \begin{aligned} &T_0(\alpha_0) \frac{\partial \theta^0(x,t)}{\partial t} + T_0(\alpha_0) W_0(t) \frac{\partial \theta^0(x,t)}{\partial x} + \theta^0(x,t) = \theta^1(x,t), \\ &T_1(\alpha_0, \alpha_1) \frac{\partial \theta^1(x,t)}{\partial t} + \theta^1(x,t) = \\ &= b_0(\alpha_0, \alpha_1) \theta^0(x,t) + b_1(\alpha_0, \alpha_1) \theta^2(t), \\ &T_2(\alpha_0, \alpha_1) \frac{\partial \theta^2(t)}{\partial t} + \theta^2(t) = \\ &= \frac{b_2(\alpha_1)}{1} \int_0^1 \theta^1(x,t) dx + b_3(\alpha_1) \theta^3(t) + b_4(\alpha_1) \theta^{2,inp}(t), \\ &T_3 \frac{d\theta^3(t)}{dt} + \theta^3(t) = b_5 \theta^2(t) + b_6 \theta^{os}(t), \end{aligned} \right. \quad (2)$$

де:

$$T_0(\alpha_0) = \frac{S_0 \rho_0 c_0}{\alpha_0(\theta^0, W_0) p_0};$$

$$T_1(\alpha_0, \alpha_1) = \frac{S_1 \rho_1 c_1}{\alpha_0(\theta^0, W_0) p_0 + \alpha_1(\theta^2, Q_2) p_1};$$

$$T_2(\alpha_1) = \frac{G_2 c_2}{Q_2 c_2 + \alpha_1(\theta^2, Q_2) F_1 + \alpha_2 F_2};$$

$$T_3 = \frac{G_3 c_3}{\alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3};$$

$$b_0(\alpha_0, \alpha_1) = \frac{\alpha_0(\theta^0, W_0(t)) p_0}{\alpha_0(\theta^0, W_0) p_0 + \alpha_1(\theta^2, Q_2) p_1};$$

$$b_1(\alpha_0, \alpha_1) = 1 - b_0(\alpha_0, \alpha_1);$$

$$b_2(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\alpha_1(\theta^2, Q_2) F_1}{Q_2 c_2 + \alpha_1(\theta^2, Q_2) F_1 + \alpha_2 F_2};$$

$$b_3(\alpha_1) = \frac{\alpha_1(\theta^2, Q_2) F_1}{Q_2 c_2 + \alpha_1(\theta^2, Q_2) F_1 + \alpha_2 F_2};$$

$$b_4(\alpha_1) = 1 - b_2(\alpha_1) - b_3(\alpha_1);$$

$$b_5 = \frac{\alpha_2 F_2}{\alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3}; b_6 = 1 - b_5.$$

Кожух корпусу теплоізолюється від навколишнього середовища, тому його температура  $\theta^3(t)$  змінюється в незначних межах. З цих причин коефіцієнти  $\alpha_2, \alpha_3$  будемо вважати постійними.

Значення коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_0, \alpha_1$  визначається за критеріальними залежностями [5].

$$\alpha_0 = 0.021 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.43} \Psi, \quad (3)$$

$$\alpha_1 = 0.26 \frac{\lambda}{d} \text{Re}^{0.65} \text{Pr}^{0.33} \varepsilon_s. \quad (4)$$

Для даного типу калорифера, враховуючи залежність теплофізичних параметрів від зміни температур динамічних елементів та витрати теплоносія отримаємо:

$$\begin{aligned} \alpha_0(\theta^0, W_0) &= \\ &= 0.0512 \left( -8 \cdot 10^{-6} [\theta^0(x,t)]^2 + 0.0019 \theta^0(x,t) + 0.5761 \right) \times \\ &\times \frac{W_0^{0.8}}{\left( 2 \cdot 10^{-5} [\theta^0(x,t)]^{-0.93} \right)^{0.8}} \left( 198.64 [\theta^0(x,t)]^{-1.0261} \right)^{0.43}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1(\theta^2, Q_2) &= \\ &= 0.0312 \left( -8 \cdot 10^{-6} [\theta^2(x,t)]^2 + 0.0019 \theta^2(x,t) + 0.5761 \right) \times \\ &\times \frac{Q_2^{0.65}}{\left( 2 \cdot 10^{-5} [\theta^2(x,t)]^{-0.93} \right)^{0.65}} \left( 198.64 [\theta^2(x,t)]^{-1.0261} \right)^{0.33}. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналitiчного розв'язку система рівнянь (2) із урахуванням (5), (6) немає. Для подальших досліджень на ПЕОМ здійснюється перехід до дискретної моделі:

$$\left\{ \begin{aligned} \theta_{s,v+1}^0 &= \theta_{s,v}^0 + e_0 [\theta_{s,v}^1 - e_4 (\theta_{s,v}^0 - \theta_{s-1,v}^0) - \theta_{s,v}^t], \\ \theta_{s,v+1}^1 &= \theta_{s,v}^1 + e_1 [b_0 \theta_{s,v}^0 + b_1 \theta_v^3 - \theta_{s,v}^1], \\ \theta_{v+1}^3 &= \theta_v^3 + e_2 \left\{ \frac{b_2}{m} [(\theta_{0,v}^1 + \theta_{m_0,v}^1) / 2 + \sum_{s=1}^{m-1} \theta_{s,v}^1] + b_3 \theta_v^4 + b_4 \theta_v^{3,inp} - \theta_v^3 \right\}, \\ \theta_{v+1}^4 &= \theta_v^4 + e_3 [b_5 \theta_v^3 + b_6 \theta_v^{os} - \theta_v^4] \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\text{Тут: } e_0 = \frac{\tau}{T_0}, e_1 = \frac{\tau}{T_1}, e_2 = \frac{\tau}{T_2}, e_3 = \frac{\tau}{T_3}, e_4 = \frac{T_0 W_0}{h},$$

$\tau$  – крок за часом,  $h$  – крок за координатою  $x$ . Для спрощення запису в коефіцієнтах системи (7) їх залежність від режиму не підкреслюється.

Усі коефіцієнти моделі (7) розраховуються на кожному кроці чисельного інтегрування із урахуванням (5) та (6). Підхід до алгоритмізації розв'язку подібних задач описано у [2] – [4]. Для чисельного розв'язку (7) розроблено прикладну програму в середовищі Turbo Pascal. Програма для моделювання процесів у калорифері має графічний інтерфейс та складається із функціональних модулів, що коротко описані нижче.

Модуль вводу геометричних та теплофізичних параметрів теплообмінника дозволяє задавати основні геометричні параметри та теплофізичні властивості матеріальних потоків. Також у даному модулі розраховуються коефіцієнти моделі, що не змінюються під час моделювання.

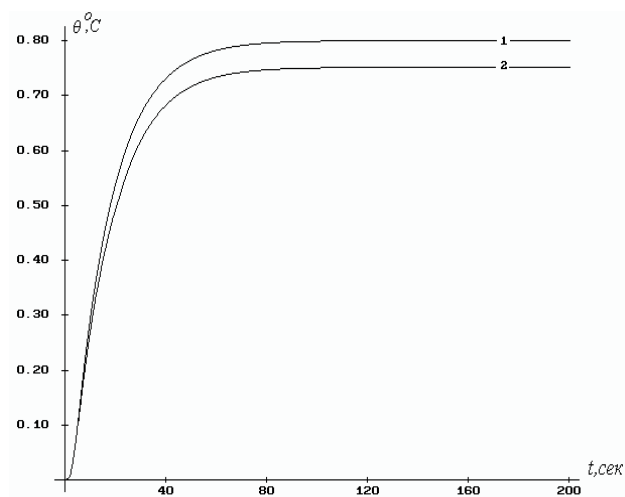
Модуль розрахунку основного статичного режиму теплообмінника. Призначенням даного модуля є розрахунок температурних полів для розподілених елементів моделі (початкові умови). Кожний раз коли користувач змінює параметри моделі (геометричні, та (чи) теплофізичні) даний модуль розраховує основний статичний режим для системи (2). Тут чисельно розв'язується система диференціальних рівнянь (2) де часткові похідні змінних за часом тотожні нулю. Крім усталих температурних полів можна формувати графіки статичних характеристик.

Модуль розрахунку динамічного режиму теплообмінника за нелінійною моделлю реалізує розв'язок дискретної моделі (7). На кожному кроці чисельного інтегрування за часом та за координатою  $x$  перераховуються коефіцієнти моделі  $e_0 \dots e_4$  із урахуванням (5) та (6), які реалізовано у виді функцій-підпрограм.

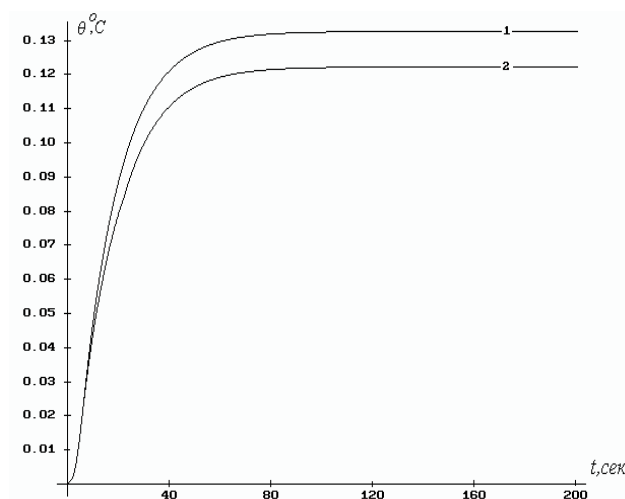
Модуль розрахунку динамічного режиму теплообмінника за лінійною моделлю (1) реалізує алгоритм, що описаний у [3].

Модуль порівняння розв'язків. Даний модуль проводить нормування кривих розгону до перехідних характеристик, а також дозволяє проводити порівняння розв'язків за моделями (1) та (2).

Результати моделювання перехідних процесів для теплообмінника за основними каналами зображено на рис. 2. Чисельний розв'язок системи (2) представлено графіком 1, а системи (1) – графіком 2.



а)



б)

Рис. 2. Перехідні процеси у теплообміннику: а) канал: зміна температури теплоносія в трубі → температура в міжтрубному просторі; б) канал: зміна температури навколишнього середовища → температура теплоносія в міжтрубному просторі

## Висновки

У статті автори не ставили за мету показати чисельний розв'язок системи (7) для конкретного типу змійовикового теплообмінника (для цього потрібно представити більш ніж тридцять параметрів моделі). Рис. 2 носить скоріше якісний характер, ніж кількісний. Автори проводили моделювання різних типів теплообмінних апаратів, де в якості теплоносіїв використовувалася вода. Дослідження показали що різниця між лінійною та нелінійною моделями складають 10...20%, а в деяких випадках і більше.

Отримана динамічна модель змійовикового теплообмінника дозволяє адекватно оцінити динамічні характеристики апарату в широкому діапазоні зміни режиму роботи та враховує нелінійні залежності, які впливають на результати розв'язку. Також математичну модель (7) можна використовувати для дослідження динамічних режимів кожухотрубних теплообмінних апаратів. Для цього необхідно змінити кількість теплообмінних трубок. Цей параметр задається  $n$  у коефіцієнті  $b_2$ . Запропонована математична модель може використовуватися спеціалістами АСУ ТП для синтезу систем керування змійовикових та кожухотрубних теплообмінних апаратів.

## Література

1. Жученко А.И., Кубрак Н.А., Голико И.М. Динамика объектов с распределенными параметрами: Учебн. пособие. – К.: «ЭКМО», 2005. – 121с.
2. Федоров В.И., Марценюк З.А. Метод элементарных балансов для расчета нестационарных процессов поверхностных теплообменных аппаратов. – К., «Наук. Думка», 1977, – 143 с.
3. Кваско М.З., Кубрак Н.А. Динамічні моделі типових теплообмінних апаратів: Навч. посібник. – К.: ІЗМН, 1999. – 136с.
4. Остапенко Ю.О. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів керування. – К.: „Задруга”, 1999. – 420с.
5. Исаченко В.П. Теплопередача: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.