

Література

- 1 Петров Э.Г. Территориально распределенные системы обслуживания./ Петров Э.Г., Пискалова В.П., Бескоровайный В.В. - К.: «Техніка», 1992 - 208 с
- 2 Петров Э.Г. Методология структурного системного анализа и проектирования крупномасштабных ИУС/ Петров Э.Г., Чайников С.И., Овезгельдыев А.О. - Харьков: «Рубикон», 1997. - 140 с.
- 3 Нефедов Л.И. Синтез пространственно-распределенной логистической информационной системы ВУЗа./ Нефедов Л.И., Запорожцев С.Ю., Плугина Т.В., Шевченко М.В. // Коммунальное хозяйство городов. Х.: «Техніка», 2004 - №55-с. 209-214.

□   □

*Розглянуто метод визначення параметрів руху для різноманітних об'єктів вимірювань. Цей метод оснований на формуванні та алгоритмічній обробці двовимірної інформації (зображень). Розроблено заходи по підвищенню точності визначення параметрів руху*

*Ключові слова: параметри руху, двовимірна інформація, зображення*

□   □

*Рассмотрен метод определения параметров движения для различных объектов измерений. Этот метод основан на формировании и алгоритмической обработке двумерной информации (изображений). Разработаны мероприятия по повышению точности определения параметров движения*

*Ключевые слова: параметры движения, двумерная информация, изображение*

□   □

*The method of definition of parameters of motion for various objects of measurements is considered. This method is based on formation and algorithmic processing of the two-dimensional information (images). The measures on increase of accuracy of definition of parameters of motion are developed*

*Key words: parameters of motion, two-dimensional information, image*

□   □

УДК 621.317

# ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ОБ'ЄКТІВ ВИМІРЮВАНЬ НА ОСНОВІ ДВОВИМІРНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

**Ю.О. Подчашинський**  
Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра автоматизації та управління в технічних системах  
Житомирський державний технологічний університет  
вул. Черняхівського, 103, м. Житомир, Україна, 10005  
Контактний тел.: (0412) 37-84-82  
E-mail: ju-p@ztu.edu.ua

**1. Вступ**

Актуальність теми досліджень. Одним із ефективних методів вимірювань механічних величин є алгоритмічна обробка сигналів, які містять інформацію про об'єкт вимірювань. Наприклад, це може бути двовимірна інформація про геометричні параметри та параметри руху даного об'єкта. Параметри руху ха-

рактеризують роботу різноманітних елементів машин, двигунів, пристроїв та агрегатів. Вказані параметри руху можуть бути використані для оцінки якості роботи машин та пристроїв, удосконалення їх конструкції [1, 2]. Ці параметри також пов'язані з іншими механічними величинами (динамічні напруження, сили та крутні моменти, що діють на об'єкт вимірювань) [2]. Тому актуальною задачею є підвищення точності

вимірювань параметрів руху різноманітних об'єктів на основі алгоритмічної обробки двовимірної інформації.

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями.** Більшість існуючих методів вимірювань параметрів руху вимагають наявності механічного зв'язку з об'єктом вимірювань [1, 3, 4]. Це не завжди можливо по умовам проведення вимірювань або створює небажаний вплив на об'єкт вимірювань. Також для сучасних технічних пристроїв важливим є підвищення точності вимірювань параметрів руху, що неможливо без застосування алгоритмічної обробки результатів вимірювань на цифровій ЕОМ.

Тому важливою проблемою при розробці засобів вимірювань параметрів руху є створення безконтактних методів вимірювань на основі двовимірної інформації, які включають алгоритмічні методи підвищення точності вимірювань.

**Аналіз досліджень і публікацій за темою досліджень.** Відомо багато конструкцій приладів для вимірювання параметрів руху на основі механічної взаємодії між об'єктом вимірювань і приладом з резистивними, ємнісними або електромагнітними перетворювачами. Наприклад, це тахометри та вимірювачі кутових прискорень і кутового положення об'єкту вимірювань [1, 3, 4].

Недоліками методів на основі механічної взаємодії є необхідність забезпечення механічного зв'язку з об'єктом вимірювань та взаємний вплив засобу вимірювань і об'єкту вимірювань. Ці методи забезпечують вимірювання інтегральних значень параметрів руху, усереднених за деякий інтервал часу. Для даних методів у більшості випадків відсутня можливість вимірювань миттєвих значень параметрів руху об'єктів вимірювань.

Вимірювання переміщень на основі оптичних методів забезпечується фотоелектричними перетворювачами [5, 6, 7]. Перевагами цих методів є можливість безконтактних вимірювань, відсутність механічного навантаження на елементи приладу.

Відомі ряд варіантів побудови приладів для вимірювання параметрів обертального руху з використанням оптичних методів та фотоелектричних перетворювачів, але в них відсутні алгоритмічні методи підвищення точності результатів вимірювань [8, 9, 10, 11].

**Метою статті** є розробка заходів по підвищенню точності визначення параметрів руху різноманітних об'єктів вимірювань на основі двовимірної інформації та алгоритмічних методів її обробки.

**2. Постановка задачі та методи визначення параметрів руху об'єктів вимірювань на основі двовимірної інформації**

За допомогою пристроїв формування двовимірної інформації можна отримати послідовність двовимірних масивів (цифрових зображень)  $f_i(x, y)$ ,  $i = 1, K$ ,  $x = 1, N$ ,  $y = 1, M$ , що характеризують стан і просторове положення об'єкта вимірювань в моменти часу  $t_i = i \cdot \delta_d$  ( $K$  – загальна кількість двовимірних масивів,  $N, M$  – розміри масивів у дискретних точках,  $\delta_d$  – інтервал дискретності часової послідовності масивів).

В загальному випадку об'єкт вимірювань переміщується в тривимірному просторі, але послідовність двовимірних масивів відображає проекцію траєкторії руху на деяку площину  $xOy$ . У випадку цифрових зображень ця площина перпендикулярна осі оптичної системи пристрою формування зображень. В кожному  $i$ -му масиві маємо проекцію об'єкта вимірювань на вказану площину  $xOy$ . Ця проекція представляє собою фігуру, якій належить  $N_{O_{Bi}}$  точок з координатами  $x_{ij} = x_j(t_i)$ ,  $y_{ij} = y_j(t_i)$ ,  $j = \overline{1, N_{O_{Bi}}}$  в двовимірному масиві. Далі цю проекцію будемо називати двовимірним зображенням об'єкта вимірювань або просто об'єктом вимірювань.

Задача визначення параметрів руху об'єктів вимірювань полягає в тому, що потрібно визначити ці параметри на інтервалі спостереження  $T_c = K\delta_d$  шляхом застосування процедур алгоритмічної обробки до отриманої послідовності двовимірних масивів.

Якщо траєкторія руху об'єкта вимірювань паралельна площині  $xOy$ , то рух двовимірного зображення цього об'єкта вимірювань можна вважати плоским рухом в даній площині. Тоді  $N_{O_{Bi}} = N_{OB} = const$ . Цей рух можна розкласти на поступальний та обертальний рух. Якщо з центром мас плоского двовимірного зображення об'єкта вимірювань пов'язати рухову систему координат  $x_1O_1y_1$ , то отримуємо поступальний рух об'єкта з вказаним центром мас в системі координат  $xOy$  і обертальний рух об'єкта відносно цього центра мас в системі координат  $x_1O_1y_1$  (рис. 1).

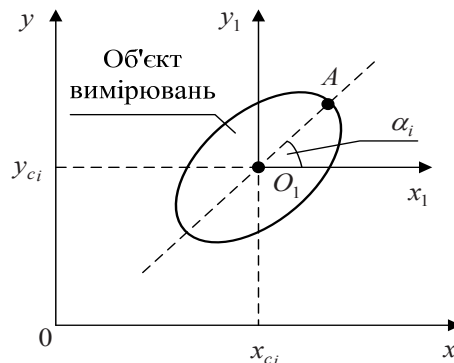


Рис. 1. Системи координат для визначення поступального та обертального руху об'єкта вимірювань на основі двовимірної інформації

Центральні моменти порядку  $(\beta + \gamma)$  для двовимірного зображення  $Q_{O_{Bi}}$  об'єкта вимірювань [12, 13] дорівнюють:

$$\mu_{\beta\gamma} = \iint_{Q_{O_{Bi}}} (x - x_{ci})^\beta (y - y_{ci})^\gamma f_i(x - x_{ci}, y - y_{ci}) dx dy,$$

де  $x_{ci}, y_{ci}$  – координати центра мас двовимірного зображення об'єкта вимірювань у  $i$ -му двовимірному масиві.

Якщо розглядати дискретні відліки  $i$ -го двовимірного масиву  $f_i(x, y)$  після виділення області, що належить об'єкту вимірювань, то

$$f_i(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in Q_{O_{Bi}}, \\ 0, & (x, y) \notin Q_{O_{Bi}}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_{\beta\gamma} = \sum_{j=1}^{N_{OB}} \left[ \left( \sum_{\eta=0}^{\beta} (-1)^{\eta} C_{\beta}^{\eta} x_{ij}^{\beta-\eta} x_{ci}^{\eta} \right) \cdot \left( \sum_{\lambda=0}^{\gamma} (-1)^{\lambda} C_{\gamma}^{\lambda} y_{ij}^{\gamma-\lambda} y_{ci}^{\lambda} \right) \right] = \sum_{j=1}^{N_{OB}} (x_{ij} - x_{ci})^{\beta} (y_{ij} - y_{ci})^{\gamma}, \quad (2)$$

де  $C_{\beta}^{\eta}, C_{\gamma}^{\lambda}$  – біноміальні коефіцієнти.

Координати центра мас об'єкта вимірювань дорівнюють:

$$\bar{r}_{ci} = \bar{r}_c(t_i) = (x_{ci}, y_{ci}) = (m_{i0} / S_{OB}, m_{01} / S_{OB}),$$

де  $S_{OB}$  – площа об'єкта вимірювань на двовимірному зображенні.

Якщо математична модель об'єкта вимірювань відповідає (1), то

$$x_{ci} = x_c(t_i) = \frac{1}{N_{OB}} \sum_{j=1}^{N_{OB}} x_{ij}, \quad y_{ci} = y_c(t_i) = \frac{1}{N_{OB}} \sum_{j=1}^{N_{OB}} y_{ij}. \quad (3)$$

Кутове положення об'єкта вимірювань може бути визначене по положенню на двовимірному зображенні двох опорних точок, що належать цьому об'єкту, або на основі напрямку головних осей інерції об'єкта, що обчислюється на основі центральних моментів.

Кутове положення об'єкта вимірювань також може бути визначене як кут між віссю  $O_x x_1$  і напрямком осі мінімального моменту інерції об'єкта [13, 14]:

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \arctg \frac{2\mu_{11}}{\mu_{02} - \mu_{20}} + \lambda \frac{\pi}{2},$$

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \mu_{20} \geq \mu_{02}, \mu_{30} \geq 0, \\ 1, & \text{якщо } \mu_{20} < \mu_{02}, \mu_{30} \geq 0, \\ 2, & \text{якщо } \mu_{20} \geq \mu_{02}, \mu_{30} < 0, \\ 3, & \text{якщо } \mu_{20} < \mu_{02}, \mu_{30} < 0. \end{cases} \quad (4)$$

На основі послідовності двовимірних масивів, вимірюючи координати окремих точок і центра мас об'єкта вимірювань, а також його кутове положення, можна визначити такі параметри руху цього об'єкта:

1. Поточні координати окремих точок та центра мас об'єкта вимірювань в системі координат  $xOy$ :

$$\bar{r}_{ij} = \bar{r}_j(t_i) = (x_j(t_i), y_j(t_i)),$$

$$\bar{r}_{ci} = \bar{r}_c(t_i) = (x_c(t_i), y_c(t_i)).$$

2. Вектори переміщень окремих точок об'єкта вимірювань в системі координат  $xOy$ :

$$d\bar{r}_j = (dx_j, dy_j) = (x_{j(i-q)} - x_{j(i-1-q)}, y_{j(i-q)} - y_{j(i-1-q)}), \quad q = \overline{1, i-1},$$

в тому числі модуль і проекції переміщень  $dr_j = |d\bar{r}_j|$ ,  $dx_j$ ,  $dy_j$ .

3. Вектори швидкості і прискорення окремих точок об'єкта вимірювань в системі координат  $xOy$ :

$$\bar{v}_{ij} = \bar{v}_j(t_i) = (v_{xj}(t_i), v_{yj}(t_i)) = \left. \frac{d\bar{r}_j(t)}{dt} \right|_{t=t_i},$$

$$\bar{a}_{ij} = \bar{a}_j(t_i) = (a_{xj}(t_i), a_{yj}(t_i)) = \left. \frac{d^2\bar{r}_j(t)}{dt^2} \right|_{t=t_i},$$

в тому числі їх модуль і проекції  $v_{ij} = |\bar{v}_{ij}|$ ,  $v_{xij}, v_{yij}$ ,  $a_{ij} = |\bar{a}_{ij}|$ ,  $a_{xij}, a_{yij}$ .

4. Вектор переміщень об'єкта вимірювань з центром мас  $(x_{ci}, y_{ci})$  в системі координат  $xOy$ :

$$d\bar{r}_c = (dx_c, dy_c) = (x_{c(i-q)} - x_{c(i-1-q)}, y_{c(i-q)} - y_{c(i-1-q)}), \quad q = \overline{1, i-1},$$

в тому числі модуль і проекції переміщень  $dr_c = |d\bar{r}_c|$ ,  $dx_c$ ,  $dy_c$ .

5. Вектори швидкості і прискорення об'єкта вимірювань з центром мас  $(x_{ci}, y_{ci})$  в системі координат  $xOy$ :

$$\bar{v}_{ci} = \bar{v}_c(t_i) = (v_{cx}(t_i), v_{cy}(t_i)) = \left. \frac{d\bar{r}_c(t)}{dt} \right|_{t=t_i},$$

$$\bar{a}_{ci} = \bar{a}_c(t_i) = (a_{cx}(t_i), a_{cy}(t_i)) = \left. \frac{d^2\bar{r}_c(t)}{dt^2} \right|_{t=t_i}.$$

в тому числі лінійні швидкість і прискорення  $v_{ci} = |\bar{v}_{ci}|$ ,  $a_{ci} = |\bar{a}_{ci}|$ , а також проекції векторів швидкості і прискорення  $v_{cxi}, v_{cyi}$ ,  $a_{cxi}, a_{cyi}$ .

6. Поточне кутове положення об'єкта вимірювань в системі координат  $x_1O_1y_1$ :  $\alpha_i = \alpha(t_i)$ .

7. Кутове переміщення об'єкта вимірювань в системі координат  $x_1O_1y_1$ :

$$d\alpha = \alpha_i - \alpha_{(i-k)}, \quad \text{де } k = \overline{1, i-1}.$$

8. Кутову швидкість і прискорення об'єкта вимірювань в системі координат  $x_1O_1y_1$ :

$$\omega_i = \omega(t_i) = \left. \frac{d\alpha(t)}{dt} \right|_{t=t_i} \left[ \frac{\text{рад}}{A} \right],$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon(t_i) = \left. \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2} \right|_{t=t_i} \left[ \frac{\text{рад}}{A^2} \right].$$

Чисельне диференціювання для кутової швидкості і прискорення в процесі вимірювань (в реальному часі) виконується за формулами

$$\omega_i = \frac{d\alpha_i}{dt} = \frac{\alpha_i - \alpha_{i-q}}{q \cdot \delta_{\Delta}}, \quad \varepsilon_i = \frac{d^2\alpha_i}{dt^2} = \frac{\alpha_i - 2\alpha_{i-q} + \alpha_{i-2q}}{(q \cdot \delta_{\Delta})^2}, \quad (5)$$

а для накопичених в запам'ятовуючому пристрої даних – за формулами

$$\omega_i = \frac{\alpha_{i+q} - \alpha_{i-q}}{2q \cdot \delta_{\Delta}}, \quad \varepsilon_i = \frac{\alpha_{i+q} - 2\alpha_i + \alpha_{i-q}}{(q \cdot \delta_{\Delta})^2}. \quad (6)$$

Якщо потрібно оцінити миттєві значення швидкості і прискорення, то  $q=1$ . Якщо оцінюються середні швидкість і прискорення на деякому інтервалі спостереження, то  $q>1$ .

**3. Заходи по підвищенню точності визначення параметрів руху на основі двовимірної інформації**

В автоматизованій системі для вимірювання механічних величин потрібно забезпечити суттєве підвищення точності процедур ідентифікації параметрів руху об'єктів вимірювань. Але розглянуті методи визначення цих параметрів містять ряд похибок, що в значній мірі впливають на точність приладової системи. Це такі основні похибки:

1. Похибка результатів обчислень координат центра мас і кутового положення об'єкта вимірювань за формулами (2) – (4). Ця похибка обумовлена похибками вимірювань координат точок об'єкта вимірювань, що використовуються в цих формулах.

2. Похибка результатів обчислень лінійної і кутової швидкості, лінійного і кутового прискорення на основі методів чисельного диференціювання за формулами (5) – (6). Ця похибка обумовлена використанням поточних значень координат точок, координат центра мас, кутового положення об'єкта вимірювань, які визначені з похибками, а також методичною похибкою чисельного диференціювання.

3. Похибка визначення координат точок, кутового положення і параметрів руху об'єкта вимірювань, обумовлена непаралельністю дійсної площини руху цього об'єкта і площини його двовимірного зображення.

Для зменшення і компенсації першої складової похибки необхідно:

– використовувати методи алгоритмічної обробки двовимірної інформації, що спрямовані на підвищення точності цієї інформації;

– визначати контури об'єкта вимірювань та його кутове положення на основі процедур лінійної апроксимації координат ряду точок. Це точки контурів об'єкта вимірювань або спеціальних міток, що нанесені на поверхню цього об'єкта [15].

Для зменшення і компенсації другої складової похибки необхідно використовувати алгоритмічні методи обробки результатів вимірювань (метод максимальної правдоподібності [16] та фільтр Калмана). Ці методи не містять в явному вигляді операцій чисельного диференціювання і дозволяють отримати згладжені оцінки параметрів руху, що входять до вектора стану об'єкта вимірювань.

Для зменшення і компенсації третьої складової похибки необхідно використовувати алгоритмічні методи корекції геометричних викривлень двовимірної інформації [17].

**4. Підвищення точності визначення параметрів обертального руху об'єктів вимірювань в реальному часі**

В розробленому методі вимірювань параметрів обертального руху [15, 16, 18] безпосередньо вимірюється поточне кутове положення об'єкта вимірювань. Інші параметри (кутова швидкість і прискорення) повинні бути ідентифіковані шляхом алгоритмічної обробки результатів вимірювань. Тому потрібно представити параметри обертального руху у вигляді вектора стану об'єкта вимірювань і застосувати фільтр Калмана [19] для отримання оцінок цих параметрів в реаль-

ному часі. Такий підхід дозволяє уникнути операцій чисельного диференціювання результатів вимірювань поточного кутового положення і суттєво підвищити точність і швидкодію процедур визначення параметрів обертального руху.

Вектор стану об'єкта вимірювань, наприклад деякого тіла обертання, запишемо у вигляді:

$$Z(t) = [\alpha(t) \quad \omega(t) \quad \epsilon(t)]^T \tag{7}$$

Математичною моделлю обертального руху в дискретній формі для випадку відсутності збурень є різницеве рівняння

$$Z_i = \Phi_{i-1} Z_{i-1}, \tag{8}$$

де  $\Phi_{i-1}$  – перехідна матриця (матриця динаміки об'єкта вимірювань).

Наприклад, для обертального руху з постійним кутовим прискоренням при  $\delta_d = \text{const}$  маємо:

$$\Phi_{i-1} = \Phi = \begin{bmatrix} 1 & \delta_d & \delta_d^2 / 2 \\ 0 & 1 & \delta_d \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

В реальних процесах обертального руху різноманітних тіл обертання завжди мають місце випадкові збурення  $\Lambda(t) = [\lambda_\alpha(t) \quad \lambda_\omega(t) \quad \lambda_\epsilon(t)]^T$ , які обумовлені:

– дією зовнішніх збурюючих впливів на об'єкт вимірювань, що приводить до похибок кутового положення  $\lambda_\alpha(t)$  відносно ідеальної математичної моделі (7), (8);

– нестабільністю підтримання параметрів руху за допомогою системи керування об'єктом вимірювань, наприклад наявністю похибки підтримання кутової швидкості (частоти обертання)  $\lambda_\omega(t)$ ;

– обмеженням порядку похідної ( $\epsilon(t) = \epsilon_0 = \text{const}$ ) в математичній моделі обертального руху (8) з перехідною матрицею (9), тому для математичної моделі реальних процесів обертального руху  $\epsilon(t) = \epsilon_0 + \lambda_\epsilon(t) \neq \text{const}$ .

Тому для реальних процесів обертального руху

$$Z_i = \Phi_{i-1} Z_{i-1} + \Lambda_{i-1}, \tag{10}$$

Для кожного двовимірного масиву вимірюється поточне кутове положення об'єкта вимірювань

$$\alpha_i^* = H_i Z_i + \xi_i, \tag{11}$$

де  $H_i$  – матриця вимірювань, в даному випадку  $H_i = H = [1 \quad 0 \quad 0]^T$ ,  $\xi_i$  – похибка вимірювань кутового положення для  $i$ -го двовимірного масиву, наприклад, похибка лінійної апроксимації двовимірного зображення мітки на поверхні тіла обертання.

На основі дискретного фільтра Калмана можуть бути отримані оцінки параметрів обертального руху у вигляді:

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{i/i} &= \hat{Z}_{i/(i-1)} + \Gamma_i (\alpha_i^* - H \hat{Z}_{i/(i-1)}), \\ \hat{Z}_{i/(i-1)} &= \Phi \hat{Z}_{(i-1)/(i-1)}, \\ \Gamma_i &= P_{i/(i-1)} H^T (H P_{i/(i-1)} H^T + \Psi_i)^{-1}, \end{aligned} \tag{12}$$

$$P_{i/(i-1)} = \Phi P_{(i-1)/(i-1)} \Phi^T + Q_i,$$

$$P_{i/i} = P_{i/(i-1)} (I - \Gamma_i H),$$

де  $\hat{Z}_{i/(i-1)}$  – прогнозована оцінка вектора стану для моменту часу  $i\delta_d$  на основі результатів вимірювань кутового положення від початку вимірювань до моменту часу  $(i-1)\delta_d$ ,  $\hat{Z}_{i/i}$  – уточнена оцінка вектора стану для моменту часу  $i\delta_d$  на основі результатів вимірювань кутового положення від початку вимірювань до моменту часу  $i\delta_d$ ,  $\Gamma_i$  – матриця коефіцієнтів підсилення фільтра Калмана,  $P_{i/(i-1)}$  – коваріаційна матриця похибок прогнозованої оцінки вектора стану,  $P_{i/i}$  – коваріаційна матриця похибок уточненої оцінки вектора стану,  $\Psi_i$  – коваріаційна матриця результатів вимірювань вихідних величин об'єкта вимірювань,  $Q_i$  – коваріаційна матриця випадкових збурень  $\Lambda_i$  для реального процесу обертального руху,  $I$  – одинична матриця.

В даному випадку для рівняння (11)  $\Psi_i = \sigma_\alpha^2$ , тобто коваріаційна матриця результатів вимірювань дорівнює дисперсії визначення поточного кутового положення об'єкта вимірювань. Якщо для обертального руху з постійним кутовим прискоренням вважати, що складові частини випадкових збурень  $\Lambda_i$  є некорельованими, то

$$Q_i = \begin{bmatrix} \sigma_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\epsilon^2 \end{bmatrix},$$

де  $\sigma_\alpha^2$ ,  $\sigma_\omega^2$  і  $\sigma_\epsilon^2$  – дисперсія випадкових процесів  $\lambda_\alpha(t)$ ,  $\lambda_\omega(t)$  і  $\lambda_\epsilon(t)$  відповідно. В загальному випадку, матриці  $\Psi_i$  і  $Q_i$  визначаються, виходячи з властивостей конкретних об'єктів вимірювань, збурень, що діють на ці об'єкти, та задач, що вирішуються в ході досліджень цих об'єктів.

У випадку визначення параметрів обертального руху в реальному часі необхідно використовувати формули (12). Якщо ідентифікація параметрів проводиться для накопиченої в пам'яті ЕОМ послідовності двовимірних масивів, то з метою підвищення точності ідентифікації доцільно використовувати прямий та обернений фільтр Калмана. В цьому випадку оцінка вектора стану дорівнює [19]:

$$\hat{Z}_{\Sigma i/i} = \hat{Z}_{\Sigma i/(i-1)} + \Gamma_{\Sigma i} (\hat{Z}_{\Sigma i/(i-1)} - \hat{Z}_{\Sigma i/i}),$$

$$\Gamma_{\Sigma i} = P_{\Sigma i/i} (P_{\Sigma i/i} + P_{\Sigma i/(i-1)})^{-1},$$

$$P_{\Sigma i/i} = (I - \Gamma_{\Sigma i}) P_{\Sigma i/i},$$

де відповідними індексами позначено результати обчислень в прямому і оберненому фільтрі. Звідси отримуємо оцінки параметрів обертального руху для математичної моделі (10):

$$\hat{Z}_{\Sigma i/i} = \hat{P}_{\Sigma i/i} \left( (P_{\Sigma i/i})^{-1} \hat{Z}_{\Sigma i/i} + (P_{\Sigma i/(i-1)})^{-1} \hat{Z}_{\Sigma i/(i-1)} \right),$$

$$P_{\Sigma i/i} = \left( (P_{\Sigma i/i})^{-1} + (P_{\Sigma i/(i-1)})^{-1} \right)^{-1}.$$

В результаті отримуємо згладжені оцінки параметрів обертального руху для різноманітних тіл обертання на основі двовимірної інформації та алгоритмічних методів її обробки.

## 5. Висновки

Використання двовимірної інформації у вигляді часової послідовності двовимірних масивів забезпечує такі переваги при визначенні параметрів руху об'єктів вимірювань:

1. Більшість існуючих засобів вимірювань визначають усереднені значення параметрів руху за деякий інтервал часу. Це обумовлено їх інерційними властивостями, наявністю механічного зв'язку з об'єктом вимірювань та, як наслідок, обмеженою швидкодією. На відміну від цього, запропонована в даній статті реєстрація послідовності двовимірних масивів (зображень об'єкта вимірювань) безконтактним способом з високою частотою кадрів дозволяє визначити миттєві значення параметрів руху та підвищити швидкодію засобів вимірювань.

2. В кожному двовимірному масиві реєструється рух кожної точки об'єкта вимірювань. Це дозволяє отримати та зафіксувати великий об'єм вимірювальної інформації про стан об'єкта та його окремих ділянок, що недоступний при проведенні вимірювань існуючими засобами. За рахунок цього забезпечується підвищення точності та розширення функціональних можливостей засобів вимірювань.

3. Введення двовимірної інформації в цифрову ЕОМ дозволяє організувати її алгоритмічну обробку та підвищити точність вимірювань параметрів руху. Особливо значним є підвищення точності вимірювань при використанні процедур лінійної апроксимації [15] та фільтрації. При цьому значно перевищується межа точності, властива існуючим засобам вимірювань.

Таким чином, можна забезпечити підвищення точності і швидкодії, розширення функціональних можливостей засобів вимірювань параметрів руху різноманітних об'єктів вимірювань. Цей ефект досягається на основі використання двовимірної інформації та алгоритмічних методів її обробки.

Напрямок подальших досліджень може бути вивчення впливу зовнішніх збурюючих впливів на точність вимірювань параметрів руху об'єктів. Також доцільно дослідити похибки вимірювань, пов'язані з обмеженням порядку похідної в математичній моделі (8) з перехідною матрицею (9).

## Література

1. Шваб, И. А. Измерение угловых ускорений / И. А. Шваб, А. В. Селезнев. – М. : Машиностроение, 1983. – 160 с.
2. Одинок, С. С. Средства измерения крутящего момента С. Одинок, Г. Е. Топилин. – М. : Машиностроение, 1977. – 160 с.
3. Засоби та методи вимірювань неелектричних величин : підручник / Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, Б. І. Стадник та інші ; за ред. Є. С. Поліщука. – Львів : Бескид Біт, 2008. – 618 с.

4. Рябыкин, С. Л. Средства измерения параметров движения : учебное пособие для вузов / С. Л. Рябыкин, Ф. Я. Загавура. – К. : Вища школа, 1987. – 136 с.
5. Спектор, С. А. Электрические измерения физических величин. Методы измерений : учебное пособие для вузов / С. А. Спектор. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 320 с.
6. Сарвин, А. А. Системы бесконтактных измерений геометрических параметров / А. А. Сарвин. – Л. : Издательство Ленинградского университета, 1983. – 144 с.
7. Измерительные сканирующие приборы / под ред. Б. С. Розова. – М. : Машиностроение, 1980. – 198 с.
8. Пат. 56722 А Україна, МПК G 01 P 3/36. Пристрій для вимірювання кутової швидкості та прискорення / Кухарчук В. В., Білинський Й. Й., Білинська М. Й. ; заявник і власник патенту Вінницький державний технічний університет. – № 2002086941 ; заявл. 23.08.02 ; опубл. 15.05.03, Бюл. № 5.
9. Пат. 55791 А Україна, МПК G 01 P 3/36. Пристрій для вимірювання кутової швидкості / Кухарчук В. В., Білинська М. Й. ; заявник і власник патенту Вінницький державний технічний університет. – № 2002065111 ; заявл. 20.06.02 ; опубл. 15.04.03, Бюл. № 4.
10. Пат. 63-052066 Япония, МКИ G 01 P 3/36. Revolution indicator / Fujimoto Koichi ; заявник і власник патенту OMRON TAT-EISI ELECTRONICS CO. – № 61-196520 ; заявл. 21.08.86 ; опубл. 05.03.88, – 5 с.
11. А. с. 1631437 СССР, МКИ G 01 P 3/40. Способ измерения скорости вращения вала: / Г.А. Новиньков (СССР). – № 4650413/10 ; заявл. 03.02.89 ; опубл. 28.02.91, Бюл. № 8.
12. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М. : Техносфера, 2005. – 1072 с.
13. Анисимов, Б. В. Распознавание и цифровая обработка изображений : учебное пособие для вузов / Б. В. Анисимов, В. Д. Курганов, В. К. Злобин. – М. : Высшая школа, 1983. – 295 с.
14. Техническое зрение роботов / В. И. Мошкин, А. А. Петров, В. С. Титов, Ю. Г. Якушенков ; под ред. Ю. Г. Якушенкова. – М. : Машиностроение, 1990. – 272 с.
15. Подчашинський, Ю.О. Підвищення точності вимірювань параметрів обертового руху на основі алгоритмічної обробки двовимірної вимірювальної інформації / Ю. О. Подчашинський // Восточно-Европейський журнал передових технологій. – 2009. – № 1/3 (37). – С. 17 – 22.
16. Подчашинський, Ю. О. Вимірювання параметрів обертового руху на основі алгоритмічної обробки двовимірних відеозображень / Ю. О. Подчашинський // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2008. – № 4(47). – С. 100 – 108.
17. Горелик, С. Л. Телевизионные измерительные системы / С. Л. Горелик, Б. М. Кац, В. И. Киврин. – М. : Связь, 1980. – 169 с.
18. Пат. 77514 С2 Україна, МПК (2006) G 01 P 3/36. Пристрій для вимірювання кутової швидкості / Подчашинський Ю. О. ; заявник і власник патенту Житомирський державний технологічний університет. – № 20041008814 ; заявл. 28.10.04 ; опубл. 15.12.06, Бюл. № 12.
19. Форсайт, Д. Компьютерное зрение. Современный подход / Д. Форсайт, Ж. Понс. – М. : Вильямс, 2004. – 928 с.