

УДК 534.014.4-629.3.015

# ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КИНЕМАТИЧЕСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ДВИЖЕНИЮ КАРЬЕРНЫХ САМОСВАЛОВ

Ю.С. Рудь  
И.С. Радченко  
В.Ю. Белоножко  
А.С. Ткаченко

*Розроблені основи теорії коливань механічних систем із кінематичним збудженням, в т.ч. визначені основні енергетичні співвідношення коливань механічних систем, джерелом яких є кінематичне збудженням, одержані рівняння для визначення повної роботи сили за час проходження одиначної нерівності дорожнього полотна*

*Ключеві слова: теорія, коливання, механічна система, кінематичне збудження, кінетична енергія, потенційна енергія, рівняння Лагранжа другого роду, робота сили, кар'єрні самоскиди*

*Разработаны основы теории колебаний механических систем с кинематическим возбуждением, в т.ч. определены основные энергетические соотношения колебаний механических систем, вызванных кинематическим возмущением, найдены уравнения для определения полной работы силы за время прохождения единичной неровности дорожního полотна*

*Ключевые слова: теория, колебания, механическая система, кинематическое возбуждение, кинетическая энергия, потенциальная энергия, уравнение Лагранжа второго рода, работы силы, карьерные самосвалы*

*Bases of theory of vibrations of the mechanical systems are worked out with kinematics excitation, including basic power correlations of vibrations of the mechanical systems, caused by kinematics indignation are certain, found equalization for determination of complete work of force in times of passing of single unevenness of travelling linen*

*Keywords: theory, vibrations, mechanical system, kinematics excitation, kinetic energy, potential energy, equalization of Lagrange the second family, works of force, quarry tippers*

## Постановка проблема и ее связь с научными и практическими задачами

Украина обладает мощной горно-обогатительной промышленностью, включающей ряд крупных горно-обогатительных комбинатов (ГОКов), где железорудное сырье добывается открытым способом – в карьерах. По территории карьеров железорудное сырье транспортируется с помощью большегрузных авто-

мобильных самосвалов, каждый из которых является сложной и дорогостоящей механической системой. Карьерные самосвалы приобретаются по импорту у машиностроителей Беларуси (БелАЗ), США (Caterpillar), Японии (Komatsu). Затраты на обслуживание и ремонт самосвалов фирм Caterpillar и Komatsu в пять раз превышают затраты на содержание аналогичных по грузоподъемности самосвалов БелАЗ. При этом общий объем ремонтных работ на импортных машинах,

как более надежных, меньший, чем на самосвалах БелАЗ. Известно, что для карьеров по добыче известняка и мела с объемом перевозок горной массы 2-5 млн. м<sup>3</sup>, в 2006 г. затраты на запасные части и комплектующие на один самосвал БелАЗ грузоподъемностью 30-42 т составили в среднем около 4 тыс. долл. (без учета затрат на шины и смазочные материалы). Для импортных самосвалов того же класса потребовалось запасных частей на сумму в среднем около 20 тыс. долл. на одну машину в год (здесь не учтена стоимость ремонтных работ, проведенных подрядными организациями) [1].

Эксплуатационные затраты, объем ремонтных работ, технического обслуживания и количества запасных частей, необходимых для поддержания работоспособности самосвалов на требуемом уровне, в значительной степени определяется состоянием карьерных дорог. В руководстве по эксплуатации [2] на участке дороги, равной базе самосвала, допускается пять неровностей глубиной 3-5 см или одна неровность глубиной до 10 см (правда скорость движения при этом ограничивается 25 км/ч). Неровности реального дорожного полотна карьерных дорог очень часто не вписываются в эти диапазоны. Движение карьерного самосвала по поверхности, которая имеет большие выступы и впадины, приводит к возникновению значительных колебаний механических систем автомобиля при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна.

Колебания узлов и деталей самосвала (как и других машин) могут быть собственными и вынужденными, они изменяются в зависимости от динамических характеристик механических систем автомобиля, условий его движения и, в значительной степени, от профиля дороги. На гладких покрытиях дорог основными колебаниями являются те, источником которых являются несбалансированные элементы колес, двигателя, трансмиссии. Эти колебания изменяются прямо пропорционально скорости движения автомобиля. При движении автомобиля его несбалансированные элементы могут привести к возникновению сложных форм периодически возникающих сил, действующих в различных направлениях. Колебания механических систем автомобиля в вертикальном, продольном и поперечном направлениях, а также свободные колебания двигателя и других деталей и элементов кузова, лимитируют скорость транспортирования железорудного сырья по карьерным дорогам, их нагрузочную способность и долговечность. Поэтому при эксплуатации и проектировании карьерных самосвалов актуальной задачей является теоретические исследования колебаний механических систем самосвалов при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна.

#### Анализ последних исследований и публикаций

При проектировании механических систем разной сложности в различных отраслях промышленности - машиностроении, железнодорожном транспорте, строительстве широко применяется теория колебаний [3-6]. При инженерных расчетах механических систем, а также при исследованиях их колебаний традиционно учитывается такое воздействие на систему, которое

проявляется в виде заданной силы - обычно задаваемой в виде периодической функции времени.

#### Цель работы

Целью данной работы является теоретические исследования колебаний механических систем карьерных самосвалов при кинематическом возбуждении колебаний от неровностей дорожного полотна.

#### Изложение основного материала исследований

Колебания механических систем самохвала, при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна, увеличивают энергетические затраты на транспортировку сырья, ухудшают эксплуатационные характеристики автомобиля, снижают долговечность эксплуатации деталей и узлов, снижают работоспособность водителя. С целью уменьшения негативного влияния неровностей дорожного полотна на частоту и амплитуду колебаний механических систем автомобиля они монтируются на сварной раме, которая устанавливается на переднюю и заднюю подвеску. Подвеска служит для связи колес со сварной рамой, воспринимает колебания, возникающие от контакта колес с неровностями дорожного полотна, гасит колебания рамы, воспринимает и передает силы, действующие на самосвал. Передняя подвеска состоит из двух одинаковых колес 1 на бескамерных пневматических шинах 2, двух пневмогидравлических цилиндров 3, закрепленных в раме 4, продольного рычага балки передней оси 5 с шарниром и поперечной штанги 6.

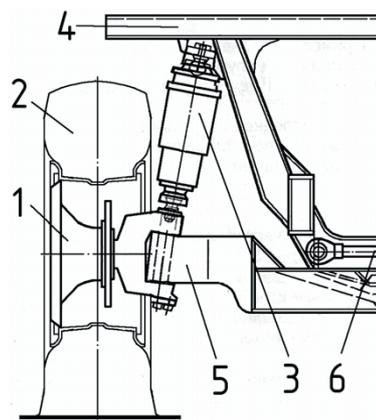


Рис. 1. 1 - колесо; 2 - шина; 3 - пневмогидравлический цилиндр; 4 - рама; 5 - продольный рычаг балки передней оси; 6 - штанга

Пневмогидравлический цилиндр 1 подвески представляет собой пневматическую рессору поршневого типа в комбинации с гидравлическим амортизатором. Амортизатор гасит колебания путем сопротивления перетеканию масла из одной полости в другую через калиброванные отверстия. Рабочим элементом в цилиндре является газообразный азот. Пневмогидравлические цилиндры передней и задней подвесок самосвала имеют аналогичную конструкцию и отличаются лишь количеством заправляемого масла и величиной

давления газа. Пневмогидравлические цилиндры воспринимают только вертикальные нагрузки, поперечные штанги – поперечные. Математическая модель подвески карьерного самосвала, которая построена на основе реальной конструкции и позволяет провести теоретические исследования колебаний механических его систем, при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна, показана на рис. 2.

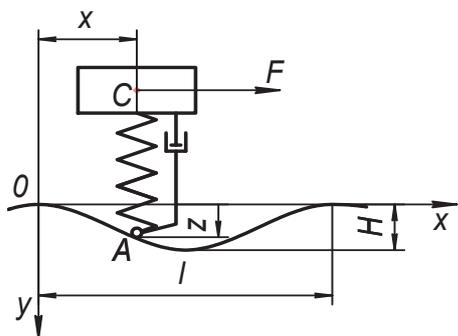


Рис. 2. Схема к составлению дифференциальных уравнений движения одномассовой системы на пути с плавными неровностями

В настоящей работе колебания механических систем карьерного самосвала исследованы с использованием энергетического баланса при кинематическом возбуждении системы, возникающем при движении автомобиля по дороге, имеющей случайные отклонения дорожного полотна от плоскости в виде отдельных углублений. По существу, данная задача подобна задаче исследования колебаний механической системы при изменении ее параметров (жесткости или массы) как заданных функций времени (обычно периодических). Если нарушить состояние равновесия такой механической системы, то будут совершаться своеобразные колебания: с одной стороны их нельзя назвать свободными, поскольку система неавтономна и испытывает заданное внешнее воздействие в виде изменения параметров, а с другой стороны, они не являются вынужденными, так как внешнее воздействие не проявляется в виде заданной силы.

**Энергетический баланс при кинематическом возмущении колебаний**

Определим основные энергетические соотношения при колебаниях механической системы самосвала, которые вызваны кинематическим возмущением. Для этого рассмотрим переднюю и заднюю части самосвала, которые закреплены на подвеске, как одномассовую систему - как груз массой m, установленный на пружине, с демпфером вязкого трения (рис. 3). Эта система движется вдоль пути x с единичной плавной неровностью высотой H. Динамическое воздействие неровности дорожного полотна на систему определяется, в основном, энергией вертикальных колебаний груза в конце неровности. На энергию колебаний расходуется часть работы движущей силы F. Другая часть работы идет на потери в демпфере.

Для составления дифференциальных уравнений движения груза с массой m (кг), введем следующие

обозначения: x, y - декартовы координаты центра масс C груза; y - характеризует смещение центра масс от положения статического равновесия. Эти координаты принимаем за обобщенные;  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ ;  $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$  - соответствующие обобщенные скорости центра масс C; z - смещение колеса от плоскости дорожного полотна до уровня неровности; T – кинетическая энергия системы, Дж; П – потенциальная энергия системы, Дж; Ф – функция рассеивания, Дж; c – коэффициент жесткости пружины, Н/м; Q<sub>x</sub>, Q<sub>y</sub> - обобщенные силы; b - коэффициент, который учитывает потери энергии при преодолении сил трения.

Предположим, что очертание неровности описывается уравнением

$$z = \frac{H}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi x}{l} \right) \right), \tag{1}$$

где l - длина углубления (неровности) дорожного полотна.

Кинетическая энергия рассматриваемой системы равна:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2). \tag{2}$$

Потенциальная энергия этой системы равна:

$$P = -mgz + \frac{1}{2} c (y - z)^2. \tag{3}$$

Функция рассеяния в таких обозначениях может быть записана в следующем виде:

$$\Phi = \frac{1}{2} (b \dot{y} - c \dot{z})^2. \tag{4}$$

Обобщенные координаты равны (рис. 2):

$$Q_y = 0; Q_x = F. \tag{5}$$

Из рис. 2 видно, что

$$z = z(x).$$

Записываем для системы уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} + Q_y, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} + Q_x. \tag{7}$$

Берем соответствующие производные, подставляя их значения в уравнения (6)-(7) и получим уравнения движения:

$$m\ddot{y} + b(\dot{y} - \dot{z}) + c(y - z) = 0; \tag{8}$$

$$m\ddot{x} + \left[ mg + b(\dot{y} - \dot{z}) + c(y - z) \right] \frac{\partial z}{\partial x} + F. \tag{9}$$

Уравнение (8) является дифференциальным уравнением движения механической системы по оси y. Уравнение (9) также имеет ясный физический смысл.

Обозначим перемещение массы m относительно точки опирания пружины через η, т. е.

$$\eta = y - z; y = \eta + z; \dot{y} = \dot{\eta} + \dot{z}; \ddot{y} = \ddot{\eta} + \ddot{z}. \tag{10}$$

Тогда уравнение (6) можно переписать в следующем виде:

$$m\ddot{\eta} + b\dot{\eta} + c\eta = -m\dot{z}. \quad (11)$$

Предполагаем, что под действием силы F система движется вдоль оси x с постоянной скоростью v, т.е.  $x = v \cdot t$ . Тогда из уравнения (1) получаем, что

$$z = \frac{H}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi \cdot v \cdot t}{l}\right) \right); \quad (12)$$

$$\dot{z} = \frac{H}{2} \cdot \frac{2\pi \cdot v}{l} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot v \cdot t}{l}\right); \quad (13)$$

$$\ddot{z} = \frac{H}{2} \cdot \left(\frac{2\pi \cdot v}{l}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot v \cdot t}{l}\right) = \frac{H}{2} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t). \quad (14)$$

Уравнение (14) перепишем в следующем виде:

$$\ddot{\eta} + \frac{b}{m} \dot{\eta} + \frac{c}{m} \eta = -\frac{H}{2} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t). \quad (15)$$

Введем следующие обозначения:

$$2n = \frac{b}{m}; \quad k^2 = \frac{c}{m}; \quad \omega = \frac{2\pi \cdot v}{l}. \quad (16)$$

Тогда из (12) находим:

$$\ddot{\eta} + 2n \cdot \dot{\eta} + k^2 \eta = -\frac{H}{2} \cdot \omega^2 \cos(\omega t). \quad (17)$$

При  $n < k$  общее решение однородного дифференциального уравнения (17), можно записать в следующем виде [7-9]:

$$\eta_1 = e^{-nt} (A \cdot \cos(k_1 \cdot t) + B \cdot \sin(k_1 \cdot t)), \quad (19)$$

где произвольные постоянные A и B определяются из начальных условий,  $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$ .

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (17) запишем в виде

$$\eta_2 = D \cdot \cos(\omega t - \epsilon). \quad (18)$$

где D и  $\epsilon$  – постоянные интегрирования. Отсюда

$$\dot{\eta}_2 = -D \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \epsilon); \quad \dot{\eta}_2 = -D \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t - \epsilon). \quad (19)$$

Из равенств (18), (19) и (17) находим

$$tg(\epsilon) = \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2} \quad (20)$$

и

$$D^2 = \frac{\left(\frac{H\omega^2}{2}\right)^2}{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}. \quad (21)$$

Равенства (19) и (20) определяют постоянные интегрирования, поэтому общее решение неоднородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = e^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + D \cos(\omega t - \epsilon). \quad (22)$$

Относительная скорость рассматриваемой массы  $\dot{\eta}$  определяется из (22) дифференцированием его по времени t

$$\dot{\eta} = -ne^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + e^{-nt} (-Ak_1 \sin(k_1 t) + Bk_1 \cos(k_1 t)) - D \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \epsilon) \quad (23)$$

Записываем начальные условия

$$\eta_{t=0} = \eta(0) = 0; \quad \dot{\eta}_{t=0} = \dot{\eta}(0) = 0, \quad (24)$$

которые означают то, что масса механической системы  $\eta$  до достижения ею неровности дорожного полотна не колеблется.

Из уравнений (22), (23) и начальных условий (24) находим постоянные интегрирования A и B. При этом из формулы (22) при  $t = 0$  находим:

$$0 = 1 \cdot (A + 0) + D \cos(-\epsilon); \quad 0 = A + D \cos(\epsilon);$$

$$A = -D \cos(\epsilon). \quad (25)$$

Из уравнения (23) при  $t = 0$  находим:

$$0 = -nA + Bk_1 + D\omega \sin(\epsilon); \quad B = \frac{nA - D\omega \sin(\epsilon)}{k_1}. \quad (26)$$

Следовательно, относительное смещение массы определяется равенством

$$\eta = e^{-nt} \left( -D \cos(\epsilon) \cos(k_1 t) + \frac{(nD \cos(\epsilon) - D\omega \sin(\epsilon))}{k_1 \sin(k_1 t) + D \cos(\omega t - \epsilon)} \right), \quad (27)$$

где D и  $\epsilon$  определяются равенствами (20) и (21).

С физической точки зрения первое слагаемое в (27) описывает затухающие колебания (на это указывает наличие множителя  $e^{-nt}$ ). Второе слагаемое определяет вынужденные колебания, обусловленные неровностями. Амплитуда этих колебаний D определяется равенством (21). Из этого равенства видно, что D будет максимальным, если знаменатель в равенстве (21) будет минимальным. Обозначим

$$f(\omega) = (k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2,$$

найдем первую производную  $\frac{\partial f}{\partial \omega}$  и приравняем ее к нулю

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} = 2(k^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 8n^2\omega = 0.$$

Отсюда

$$-(k^2 - \omega^2) + 2n^2 = 0; \quad \omega = \sqrt{k^2 - 2n^2}. \quad (28)$$

Так как  $\omega = \frac{2\pi v}{l}$ , то скорость v, при которой амплитуда колебаний, вызванных неровностями дорожного полотна, имеет максимальную величину, равна:

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k^2 - 2n^2}, \text{ м/с.} \quad (29)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости квадрата амплитуды колебаний системы  $D^2(\omega)$  от их частоты  $\omega$  для частного случая. Из этого рисунка видно, что в зависимости от величины коэффициента  $n$ , учитывающего сопротивление движению, существует два значения скорости, при которой амплитуда колебаний, вызванных неровностями дорожного полотна, будет наибольшей.

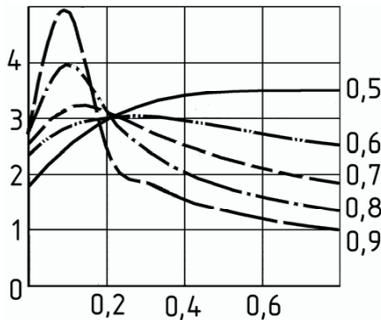


Рис. 3. График зависимости  $D^2(\omega)$

**Вычисление полной работы силы F за время прохождения неровности дорожного полотна**

Для вычисления работы силы F за время прохождения неровности дорожного полотна для простоты будем предполагать, что  $v = \dot{x} = \text{const}$ ,  $\ddot{x} = 0$ . В таком случае из равенства (9) находим

$$F = -(mg + b\dot{\eta} + c\eta) \frac{\partial z}{\partial x}. \quad (30)$$

Элементарная работа силы F равна

$$\delta A = F \delta x = -(mg + b\dot{\eta} + c\eta) \delta z. \quad (31)$$

Из (1) находим

$$\delta z = \frac{H}{2} \sin\left(\frac{2\pi vt}{l}\right) \frac{2\pi v}{l} \delta t. \quad (32)$$

Для удобства вычисления интегралов в равенстве (30) для функций  $\eta$  и  $\dot{\eta}$  из равенства (27) мы нашли

$$\eta = \frac{H}{2 \cdot [(1-\beta^2)^2 + 4\gamma^2 \cdot \beta^2]} \left\{ e^{-2\pi\beta\gamma} \left[ \frac{\gamma(1+\beta^2)}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \sin(2\pi\tau\beta\sqrt{1-\gamma^2}) - (1-\beta^2) \cdot \left[ \cos(2\pi\tau\beta\sqrt{1-\gamma^2}) + (1-\beta^2) \cdot \cos(2\pi\tau) - 2\gamma\beta \sin(2\pi\tau) \right] \right\}, \quad (33)$$

где  $\tau = \frac{t}{2t_1}$ ;  $\beta = \frac{2t_1}{T}$ ;  $\gamma = \frac{n}{k}$ ;  $2t_1 = \frac{1}{v}$  - время движения по неровности;  $T = \frac{2\pi}{k}$  - период свободных колебаний массы системы.

Относительная скорость массы равна

$$\dot{\eta} = \frac{1}{2t_1} \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Возьмем производную равенств (34) и найдем

$$\dot{\eta} = \frac{\pi H}{2t_1 [(1-\beta^2)^2 + 4\gamma^2 \beta^2]} \left\{ e^{-2\pi\beta\gamma} \left[ 2\gamma \cos(2\pi\tau\beta\sqrt{1-\gamma^2}) + \frac{1-\beta^2-2\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \sin \right] \right\} \times \left[ \sin(2\pi\tau\beta\sqrt{1-\gamma^2}) \right] \times \beta - \left[ (1-\beta)^2 \cdot \sin(2\pi\tau) + 2\gamma \cdot \beta \cdot \cos(2\pi\tau) \right] \quad (34)$$

В конце неровности дорожного полотна, т.е. при  $\tau = 1$ ;  $z = 0$ ;  $\dot{z} = 0$  и

$$y_{(\tau=1)} = \eta_{(\tau=1)}; \quad (35)$$

$$\dot{y}_{(\tau=1)} = \dot{\eta}_{(\tau=1)}. \quad (36)$$

Вычисляем интегралы в равенстве (30)

$$A(mg) = - \int_0^{\frac{l}{v}} mg \cdot \frac{H}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi vt}{l}\right) \cdot \frac{2\pi v}{l} \delta t = mg \cdot \frac{H}{2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi vt}{l}\right) \times \frac{2\pi v}{l} \cdot \frac{1 \cdot l}{2\pi v} \Big|_0^{\frac{l}{v}} = 0 \quad (37)$$

Из равенства (30) имеем

$$A = - \int_0^{\frac{l}{v}} b\dot{\eta} \cdot H\pi \cdot \sin(2\pi\tau) \delta\tau - \int_0^{\frac{l}{v}} c\eta \cdot H\pi \cdot \sin(2\pi\tau) \delta\tau. \quad (38)$$

Подставив в формулу (34) значения величин  $\eta$  и  $\dot{\eta}$  из (31) и (32), найдем после простых, но довольно громоздких преобразований:

$$A = 0,5CH^2Q_1, \quad (39)$$

где

$$Q_1 = \frac{1}{2 [(1-\beta^2)^2 + 4\gamma^2 \beta^2]^2} \times \left\{ [(1-\beta^2)^2 - 4\gamma^2] \left[ (1 - e^{-2\pi\beta\gamma} \cos(2\pi\beta\sqrt{1-\gamma^2})) + \left( \left( \frac{\gamma [4(1-\gamma^2) - (1+\beta^2)^2]}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot e^{2\pi\beta\gamma} \cdot \sin(2\pi\beta\sqrt{1-\gamma^2}) \right) \right) \right] + \frac{\gamma\pi}{\beta [(1-\beta^2)^2 + 4\gamma^2 \beta^2]} \right\} \quad (40)$$

Из формулы (40) при  $\gamma = 0$  находим

$$Q_1 = \frac{\sin(\pi\beta)}{(1-\beta^2)^2}. \tag{41}$$

В табл. 1 приведены вычисленные значения коэффициента  $Q_1$  для некоторых величин параметра

$$\beta = \frac{\ell}{vT} = \frac{\ell k}{v2\pi} = \frac{\ell}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

На рис. 4 показан график зависимости  $Q_1(\beta, \gamma)$ . Из этого рисунка видно, что при  $\beta < 0,5$  коэффициент  $Q_1$  с увеличением  $\gamma = \frac{n}{k} = n \cdot \sqrt{\frac{m}{c}}$  быстро возрастает. Для  $0,7 < \beta < 1$  на кривых  $Q_1(\gamma)$  наблюдается максимум.

**Расчет полной механической энергии**

Полная механическая энергия колебания груза  $t$  при кинематическом возбуждении колебаний, вызванных неровностью дороги, равна

$$E = \frac{1}{2} m \dot{\eta}_{\tau=1}^2 + \frac{1}{2} c \eta_{\tau=1}^2. \tag{42}$$

После подставки в эту формулу соответствующих значений из (50) и (51) и преобразований, находим

$$E = 0,5cH^2O_2, \tag{43}$$

где

$$O_2 = \frac{1}{4 \cdot [(1-\beta^2)^2 + 4\beta^2\gamma^2]^2} \cdot (B_2^2 + C_2^2), \tag{44}$$

**Таблица 1**

Зависимость коэффициента  $Q_1$  от параметра  $\gamma$  при различных величинах  $\beta$

$\gamma$	$\beta$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,097	0,375	0,79	1,282	1,778	2,208	2,516	2,666	2,645
0,1	3,4	2,2	2,096	2,249	2,479	2,755	3,161	3,932	4,877
0,2	6,644	3,896	3,213	2,997	2,944	2,985	3,104	3,148	2,55
0,3	9,806	5,44	4,142	3,555	3,227	3,016	2,815	2,458	1,886
0,4	12,875	6,838	4,911	3,963	3,38	2,945	2,528	2,057	1,586
0,5	15,857	8,114	5,557	4,265	3,449	2,834	2,297	1,806	1,391
0,6	18,772	9,304	6,123	4,5	3,473	2,721	2,118	1,628	1,245
0,7	21,655	10,453	6,648	4,698	3,479	2,62	1,977	1,492	1,129
0,8	24,551	11,605	7,163	4,882	3,481	2,533	1,864	1,383	1,035
0,9	27,517	12,806	7,69	5,064	3,486	2,462	1,77	1,293	0,958

продольной плоскости возникают при одинаковом профиле дороги под левыми и правыми колесами автомобиля. Различие в этом профиле вызывает колебания в поперечной плоскости. Вследствие линейности системы и симметрии конструкции автомобиля эти виды колебаний можно рассматривать независимо.

Рассмотрим движение по неровной дороге карьерного самосвала, например, БелАЗ – 755 со скоростью  $V = 30$  км/ч = 8,33 м/с. Предположим, что глубина выбоины дорожного полотна  $H = 0,1$  м, а ее длина  $L = 0,5$  м. В таком случае параметр  $\omega$  равен

$$\omega = \frac{2\pi v}{\ell} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 8,33}{0,5} = 104,625 \text{ с}^{-1}.$$

При равномерном распределении полной массы  $m_n$  и эксплуатационной массы  $m_a$  по осям самосвала находим жесткость пневматических рессор передней  $C_n$  задней  $C_a$  подвески

$$C_n = \frac{m_n - m_a}{f_c} = \frac{31400 - 2050}{6 \cdot 10^{-2}} = 1,82 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$$

$$C_a = \frac{m_n - m_a}{f_c} = \frac{63800 - 19700}{6 \cdot 10^{-2}} = 7,35 \cdot 10^5 \text{ Н/м},$$

где  $f_c \approx 6 \cdot 10^{-2}$  м - «статический» прогиб пневматических рессор.

При коэффициенте вязкого трения  $b = 5000$  Н·с/м коэффициент  $n$  равен

$$n = \frac{b}{2 \cdot m_n} = \frac{5000}{2 \cdot 31400} = 0,0796 \text{ с}^{-1}.$$

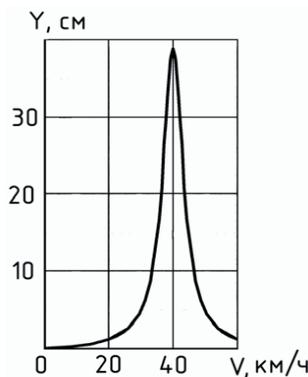


Рис. 4. График зависимости  $Q_1(\beta, \gamma)$  от скорости  $V$

$$B_2 = \ell^{-2\pi\beta\gamma} \cdot \left[ \frac{\gamma \cdot (1+\beta^2)}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \sin(2\pi\beta\sqrt{1-\gamma^2}) - (1-\beta^2) \cdot \cos(2\pi\beta \cdot \sqrt{1-\gamma^2}) \right] + (1-\beta^2); \tag{45}$$

$$C_2 = \ell^{-2\pi\beta\gamma} \left[ 2\gamma \cdot \cos(2\pi\beta \cdot \sqrt{1-\gamma^2}) + \frac{1-\beta^2-2\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \sin(2\pi\beta \cdot \sqrt{1-\gamma^2}) \right] - 2\gamma. \tag{46}$$

*Численный пример.* В качестве примера исследуем колебания самосвала при его движении по неровной дороге. Предположим, что колебания автомобиля в

Частота собственных колебаний равна для передней оси

$$k_n = \sqrt{\frac{C}{m_n}} = \sqrt{\frac{1,82 \cdot 10^5}{31400}} = \sqrt{5,796} = 2,408 \text{ с}^{-1}$$

для задней оси

$$k_a = \sqrt{\frac{C}{m_n}} = \sqrt{\frac{7,35 \cdot 10^5}{63800}} = 3,394 \text{ с}^{-1}.$$

Период свободных колебаний для передней оси

$$T_{\Pi} = \frac{2\pi}{k_{\Pi}} = \frac{6,28}{2,408} = 2,608 \text{ с}.$$

Время движения колес по неровности

$$t_1 = \frac{\ell}{2v} = \frac{0,5}{2 \cdot 8,33} = 0,33 \text{ с}.$$

Соответственно коэффициенты

$$\gamma = \frac{n}{k_{\Pi}} = \frac{0,0796}{2,408} = 0,033; \quad \beta = \frac{2t_1}{T_{\Pi}} = \frac{0,06}{2,608} = 0,023.$$

При этих значениях соответствующих коэффициентов величина работы  $A$  равна

$$A = \frac{C \cdot H}{2} \cdot O_1 = \frac{1,82 \cdot 10^5 \cdot 0,1^2}{2} \cdot 5 = 4550 \text{ (Дж)}.$$

При этом расход топлива на преодоление неровности находим из равенства  $m \cdot \lambda = A$ . Откуда

$$m = \frac{A}{\lambda} = \frac{4550}{42 \cdot 10^6} = 0,00011 \approx 0,11 \text{ г}.$$

Здесь обозначили массу сгораемого в двигателе самосвала топлива через  $m$  (кг), теплоту сгорания дизельного топлива через  $\lambda = 42 \cdot 10^6$  Дж/кг.

Таким образом, если при перемещении самосвала по плоскому дорожному полотну наблюдается расход топлива в двигателе 1,5 г/м (150 кг на 100 км пути), то при перемещении самосвала по дорожному полотну, имеющему одну неровность (выбоину) глубиной  $H = 0,1$  м и длиной  $L = 0,5$  м, дополнительно расходуется 0,11 г/м. Общий расход топлива для перемещения самосвала по такому дорожному полотну составит  $m = 1,5 + 0,11 = 1,61$  г/м (161 кг на 100 км пути), т.е. при этом наблюдается увеличение расхода топлива на 7%.

### Выводы

Разработаны основные положения теории колебаний механических систем с кинематическим возбуждением и предложено ее применение к движению самосвалов на карьерных дорогах с реальным дорожным покрытием, имеющим значительные отклонения от

плоскости. Применение этой теории дает возможность сделать следующие конкретные выводы:

1. Кинематическое возбуждение колебаний механических систем карьерных самосвалов от внешних воздействий (неровности дорожного полотна) приводит к получению вынужденных колебаний, которые при соответствующем выборе системы отсчета можно описывать обыкновенными дифференциальными уравнениями.

2. Работа, затраченная на колебания механической системы, полностью определяется внутренними параметрами системы: коэффициентом жесткости  $C$ , коэффициентом затухания  $n$ , полной массой системы  $m_c$ .

3. При движении карьерного самосвала по неровной дороге возникают колебания механических систем в продольной и (или) поперечной плоскости: колебания в продольной плоскости возникают при одинаковом профиле дороги под левыми и правыми колесами автомобиля. Различие в этом профиле вызывает колебания в поперечной плоскости. Вследствие линейности системы и симметрии конструкции автомобиля эти виды колебаний можно рассматривать независимо.

### Литература

1. <http://s-tehnika.com.ua/info/64/>.
2. Карьерные самосвалы Белаз 7555В, 7555Е и их модификации. Руководство по эксплуатации 7555В-3902015 РЭ. – Республика Беларусь. – 25-2 с.
3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 438 с.
4. Ден-Гартог Дж. Механические колебания. – М.: Физматгиз, 1960.
5. Мандельштам Л.И. Лекции по колебаниям. Собр. Трудов. – М.: Издательство АН СССР, 1955.
6. Рудь Ю.С., Радченко І.С., Кузьміч С.М., Білоножко В.Ю. Теорія коливаний. – Кривий Ріг: Мінерал, 2001. – 391 с.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1974.
8. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1970.
9. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1988.