УДК 628.16

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАТНО-ОСМОТИЧЕСКОЙ ДЕМИНЕРАЛИЗАЦИИ ВОДЫ

**С.С. Шоботов\*** E-mail: troy20@ukr.net

А.А. Квитка

Кандидат химических наук, доцент Кафедра кибернетики химико-технологических процессов\* Контактный тел.: (044) 406-82-12 E-mail: alkvi@ukr.net

Фендри Фредж

Аспирант Лаборатория ионного обмена и адсорбции\* E-mail: zahar@voda.com.ua \*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

ницей системы водоочистки, является необходимым условием для решения задачи оптимизации системы. Некоторые модели [2, 3] учитывают динамику процесса обратного осмоса, но при решении задачи структурной оптимизации необходимо рассматривать установившийся режим. Потому, процесс выбора модели сводился к поиску статической модели.



## Рис. 1. Принципиальная схема двухстадийной мембранной установки деминерализации воды

Модели [4, 5] предлагают детальный анализ диффузионных процессов, процессов гидродинамики либо изменения ионного состава потоков, однако их использование в промышленных условиях затруднительно вследствие сложности получения необходимых данных.

Розглянуто математичну модель процесу зворотньоосмотичного мембранного розділення, представлено алгоритм та результати структурної оптимізації стадії зворотного осмосу двостадійної баромембранної установки демінералізації води Ключові слова: зворотний осмос, мембранна демінералізація, математична модель, структурна оптимізація

Рассмотрена математическая модель процесса обратноосмостического мембранного разделения, представлены алгоритм и результаты структурной оптимизации стадии обратного осмоса двухстадийной мембранной установки деминерализации воды

Ключевые слова: обратный осмос, мембранная деминерализация, математическая модель, структурная оптимизация

This article consider mathematical model of reverse osmosis membrane separation process, represents algorithm and results of reverse osmosis stage of two-stage water treatment baromembrane unit structure optimization

Keywords: reverse osmosis, membrane demineralization, mathematical model, structure optimization

#### 1. Введение

Нехватка пресной питьевой воды является одной из глобальных и наиболее острых мировых проблем. В то же время дефицит пресной воды для технологических нужд является критическим фактором, препятствующим развитию экономики и промышленности целого ряда стран, в том числе расположенных на морских побережьях. Из разработанных в последние десятилетия методов деминерализации морской воды в настоящее время для промышленной эксплуатации в основном используются два метода – термической дистилляции и обратного осмоса. [1].

В рамках настоящей работы был рассмотрен метод обратного осмоса, применяемый на одной из стадий двухстадийной мембранной установки по деминерализации воды (рис. 1).

## 2. Математическое моделирование процесса деминерализации воды на мембранах обратного осмоса

Математическое описание мембранного элемента, который является элементарной структурной еди-

Исходя из предъявленных требований и вышеперечисленных рассуждений, среди имеющихся в литературе моделей предпочтение было отдано модели, предложенной компанией *Dow Chemical* [6]:

$$Q_{p} = N_{e}S_{e}A(\pi)TCF \cdot FF \cdot P_{f} - \frac{\Delta P_{fc}}{2}P_{p} - \pi \left(\frac{C_{fc}}{C_{f}} - (1 - R)\right) (1)$$

$$\int_{0.125} \frac{1}{\pi} < 25$$

$$A(\bar{\pi}) = \begin{cases} 0.125, \pi \le 23 \\ 0.125 - 0.011 \left(\frac{\bar{\pi} - 25}{35}\right), 25 \le \bar{\pi} \le 200 \\ 0.070 - 0.0001 \left(\bar{\pi} - 200\right), 200 \le \bar{\pi} \le 400 \end{cases}$$
(2)

$$TCF = \begin{cases} \exp\left(2640\left(\frac{1}{298} - \frac{1}{273 + T}\right)\right), T \ge 25^{\circ}C \\ \exp\left(3020\left(\frac{1}{298} - \frac{1}{273 + T}\right)\right), T \le 25^{\circ}C \end{cases}$$
(3)

$$\Delta P_{fc} = 0.01 n \cdot q_{fc} \quad q_{fc} = \frac{Q_f - Q_c}{2}$$
(4)

$$\frac{C_{fc}}{C_{f}} = \frac{-R \cdot \ln\left(1 - \frac{Y}{Y_{L}}\right)}{Y - (1 - Y_{L}) \ln\left(1 - \frac{Y}{Y_{L}}\right)} - \text{точный расчет}$$
(5)

$$\left. \frac{C_{fc}}{C_{f}} \right|_{Y_{L},R=1} = -\frac{\ln(1-Y)}{Y}$$
 – приближенный расчет (6)

$$Y_{L} = 1 - \frac{\pi_{f} p f \cdot R}{P_{f} - \Delta P_{fc} - P_{p}} \quad pf = \exp(0.7 \cdot Y)$$
(7)

$$\bar{\pi} = \pi_f \frac{C_{fc}}{C_f} \text{pf} \quad \pi_f = 1.12 (273 + T) \sum_{i=1}^n m_i$$
(8)

$$C_{p} = B \cdot C_{fc} \cdot pf \cdot TFC \frac{N_{e}S_{e}}{Q_{p}}$$
(9)

где Q<sub>f</sub>, Q<sub>p</sub>, Q<sub>c</sub> – расход исходной воды, пермеата и концентрата, соответственно, м<sup>3</sup>/час; C<sub>f</sub>, C<sub>p</sub>, C<sub>c</sub> – концентрация растворенных веществ для исходной воды, пермеата и концентрата, соответственно, мг/л; N<sub>e</sub> – количество параллельно соединенных элементов; S<sub>e</sub> – эффективная площадь поверхности мембраны; A( $\pi$ ) – показатель проницаемости растворителя через мембранных элементов серии BW), час/м; B – показатель проницаемости растворенных веществ через мембрану, м/час; TCF – температурный поправочный коэффициент (равен 1 при T = 25°C); FF – коэффициент засорения мембраны;  $\pi$  – осмотическое давление, Па; pf – коэффициент концентрационной поляризации; mi – мольная концентрация i-го иона.

Данная модель позволяет на основе паспортных характеристик элемента (площадь поверхности мембраны  $S_e$  и степень солеизвлечения R) и входных величин (расход раствора  $Q_f$ , концентрация растворенных веществ  $C_f$ , давление, создаваемое раствором  $P_f$ ), получаемых в результате эксперимента, рассчитать характеристики выходного потока, либо решить обратную задачу, получения характеристик входного потока. Параметры A (проницаемость растворителя) и B(проницаемость растворенных солей через мембрану), присутствующие в модели являются характеристика ми мембраны Они рассчитываются для каждого типа мембран и зависят от параметров входного раствора.

На основе экспериментально-статистического подхода (ПФЭ) была проверена гипотеза о наличии функциональных зависимостей показателей проницаемости **A** и **B** от входных параметров (характеристик входного потока). Исходя из предположения, что экспериментальные данные описываются уравнением регрессии первого порядка с учетом двойных взаимодействий, для трех факторов было получено уравнение вида:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_2 + b_{23} x_2 x_3$$
(10)

Для нижеперечисленных трех факторов на основе плана эксперимента З<sup>3</sup> для каждого типа мембранного элемента были получены уравнения регрессии (10) для коэффициентов **A** и **B** при дисперсии адекватности, не превышающей 3%. В качестве доверительных интервалов изменения входных параметров выбирались значения величин, не превышающие указанных как граничные в паспорте мембранного элемента каждого типа:

- расход: 0.0125 ÷ 0.06 м<sup>3</sup>/час;
- концентрация: 100 ÷ 2000 мг/л;
- давление: 1 ÷ 20 атм.

Как видно на примере рис. 2, значения, рассчитанные по модели, с достаточной точностью описывают экспериментальные.

#### 3. Задача оптимизации

Рассмотрена двухстадийная мембранная установка деминерализации воды, каждая стадия которой может состоять из нескольких последовательных подстадий; подстадия состоит из **m** мембранных модулей соединенных параллельно, а каждый модуль, в свою очередь, содержит **N** мембранных элементов, соединенных последовательно по концентрату. Концентрат второй стадии возвращается на рецикл, смешиваясь с исходным потоком, поступает на вход первой стадии.



## Рис. 2. Сравнение значений проницаемости (А) для элемента XLE-2540, полученных экспериментально, и рассчитанных по модели (А')

В качестве объекта оптимизации была выбрана вторая стадия, в основе которой лежит процесс обратного осмоса. Для этой стадии известно качество поступающей на вход воды (концентрация растворенных в ней солей, мг/л), задан тип используемых мембранных элементов, известны их паспортные характеристики. Необходимо рассчитать расход входного потока, количество модулей и мембранных элементов, при которых расход выходного потока будет равен требуемому значению, концентрация пермеата не будет превышать максимально допустимое значение, а суммарное количество мембранных элементов для стадии будет минимальным  $\Sigma NT \rightarrow min$ .

Таким образом, решалась задача минимизации капитальных затрат, выраженных через общее количество мембранных элементов, при заданных параметрах исходного потока и ограничениях на характеристики получаемого продукта. При решении задачи были приняты следующие допущения:

1. На рассматриваемой стадии используется только параллельное соединение модулей.

2. В каждом модуле элементы могут соединяться только последовательно.

3. Используется мембранные элементы одного типа.

4. Все модули рассматриваемой стадии содержат одинаковое количество элементов.

5. Для данного этапа расчета входной поток не зависит от количества и параметров концентрата.

## 4. Алгоритм расчета

В качестве метода оптимизации был выбран комбинированный метод, включающий генетический алгоритм и градиентный метод. Генетический алгоритм при правильно подобранных параметрах позволяет достаточно быстро найти глобальный оптимум, уточнение которого проводилось при помощи градиентного метода. На основе входных параметров генетический алгоритм формирует начальную популяцию, то есть набор случайных решений по модели. На каждой итерации полученные решения сравниваются, выбираются наилучшие для получения последующих приближений исходных параметров и решений, а худшие отсеиваются в соответствии с критерием оптимизации. Так как генетические алгоритмы имеют случайный характер и не всегда приводят к точному значению точки оптимума при заданных настройках, для уточнения оптимального решения использовался градиентный метод, который в качестве начального приближения использует решение, полученное при помощи генетического алгоритма.

Оптимальные настройки генетического алгоритма, такие как начальное количество особей, тип скрещивания и мутации, алгоритм выбора родительской пары, подбирались итерационно при непосредственном проведении расчетов с целью сведения к минимуму времени работы алгоритма.

Разработанный алгоритм реализован в виде программы в среде Matlab, которая позволяет с использованием стандартных инструментов провести оптимизацию с помощью генетических алгоритмов. Входные параметры и ограничения задаются в конфигурационном файле. Для расчетов необходимо задавать пределы, в которых будут варьироваться искомые величины. В итоге программа выводит на экран значение расхода входного потока, количество модулей и элементов, при которых найден оптимум, а также значение концентрации пермеата, для проверки соответствия ограничению по концентрации.

#### 5. Результаты оптимизации

Полученные результаты, часть которых приведена в табл. 1, свидетельствуют о том, что оптимальная структура системы в каждом случае состоит из двух подстадий (секций), содержащих определенное количество параллельно соединенных элементов. Применение последовательного соединения элементов (соединения в модули) не приводило к улучшению показателей.

## Таблица 1

Результаты расчетов

Входные параметры			Результаты		
Q <sub>p</sub> , 10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup> / час	C <sub>f</sub> ,	C <sub>p</sub> ,	Q <sub>f</sub> ,	C <sub>p</sub> ,	∑Nm
_	мг/л	мг/л	м <sup>3</sup> /час	мг/л	
8,33	3000	< 100	0,4083	77.79	8
12,5	2000	< 100	0,5583	74.57	12
6,25	1000	< 70	0,0583	62.55	2

Такой результат может быть объяснен тем, что для мембранных элементов Filmtec, при их последовательном соединении, на следующий элемент подается концентрат, а пермеат на выходе этого элемента смешивается с пермеатом с предыдущего элемента. Это приводит к понижению общего показателя солеизвлечения по сравнению с показателем для одного элемента и повышению количества пермеата на выходе, то есть производительности установки. Такая структура системы деминерализации воды позволяет получать определенное количество пермеата с минимальным содержанием солей при минимальных капитальных затратах на мембранные фильтры (в основном определяются их стоимостью), но требует больших затрат исходной воды, практически в десятки раз больше количества получаемого продукта. Этот подход может быть экономически оправдан в тех случаях, если затраты на исходную воду минимальны и не превышают капитальных затрат на оборудование.

#### 6. Выводы

В данной работе проведена структурная оптимизация технологической схемы обратноосмотической деминерализации воды при помощи комбинирования генетического алгоритма и градиентного метода на примере элементов Filmtec XLE-2540. Структурная оптимизация позволила получить экономически оправданный результат только для тех случаев, когда суммарные затраты на исходную воду достаточно низкие.

В дальнейшем планируется:

 усовершенствовать критерий оптимальности, введя в него показатели стоимости мембранных элементов и модулей, исходной воды и конечного продукта;

 получить характеристики и математическую модель мембранных элементов стадии нанофильтрации, и провести ее структурную оптимизацию;

 используя разработанные алгоритмы расчетов и программу, провести структурную оптимизацию всей технологической схемы.

## Литература

- Фендри Фредж. Обессоливание морской воды перспективы и проблемы : наук.-техн. журн. / Фендри Фредж, Т.Е.Митченко, И.М.Астрелин // Екологія, довкілля та безпека життєдіяльності – 2008. – №6. – С. 48-54.
- Jamal K. Mathematical modeling of reverse osmosis systems / K. Jamal, M. A. Khan, M. Kamil // Desalination. 2002. Vol. 160. – C. 29-42.
- 3. Zhao Yu. Incorporation of osmotic pressure in an integrated incremental model for predicting RO or NF permeate concentration / Yu Zhao, S. Taylor // Desalination. 2004. Vol. 174 C. 145-149.
- Kahdim, A.S. Modeling of reverse osmosis systems / Abdul Sattar Kahdim, Saleh Ismail, Alaa' Abdulrazaq Jassim // Desalination. – 2003. – Vol. 158 – C. 323-329.
- Suhan Kim. Mideling concentration polarization in reverse osmosis processes / Suhan Kim, Eric M.V. Hoek // Desalination. 2005. – Vol. 186 – C. 111-128.
- 6. FILMTEC Reverse osmosis membranes // Technical Manual / Dow Liquid Separations. USA, 2004. 179 c. C. 91-95.

Вирішені основні задачі оптимального розташування сонячного колектору на місцевості: кут нахилу колектору, вплив азимутального кута розташування колектора на його ККД

-0

Ключові слова: сонячний колектор, кут нахилу до горизонту, азимутальний кут, коефіцієнт пропускання

Решены основные задачи оптимального расположения солнечного коллектора на местности: угол наклона коллектора, влияние азимутального угла расположения коллектора на его КПД

Ключевые слова: солнечный коллектор, угол наклона к горизонту, азимутальный угол, коэффициент пропускания

The primary goals of an optimum arrangement of a solar collector on district are solved: the corner of an inclination of a collector, influence of an azimuthal corner of an arrangement of a collector on its efficiency

Key words: solar collector, corner of an inclination of a solar collector to horizon, azimuthal corner, transparency factor

#### 1. Вступ

Використання сонячної енергії є досить перспективним з точки зору поліпшення екологічної ситуації,

#### УДК 662.997

# ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗТАШУВАННЯ СОНЯЧНИХ КОЛЕКТОРІВ В ГЕЛІОСИСТЕМАХ

# **Я.М. Козлов** Аспірант Кафедра теплоенергетики\* Контактний тел.: (0562) 47-33-49 E-mail: and8705@yandex.ru

М.П. Сухий

Кандидат технічних наук, профессор, завідуючий кафедри Кафедра енергетики\* Контактний тел.: (0562) 47-33-49

## К.М. Сухий

Кандидат хімічних наук, доцент, викладач Кафедра переробки пласмас та фото- нано- і поліграфічних матеріалів\* Контактний тел.: (0562) 47-05-29 E-mail: ksukhyy@rambler.ru \*ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет» пр. Гагаріна, 8, м. Дніпропетровськ, Україна, 49005

зниження витрат органічного палива й залежності багатьох країн світу від імпорту палива, оскільки велика кількість енергії витрачається на покриття таких потреб як виробництво низькопотенційного тепла для