

УДК 621.35.001.1

*На підставі варіаційного принципу максимуму потоку механічної енергії за допомогою методу малих обурень розроблений критерій переходу осевого компресорного рівня до режимів зриву, що обертається, з врахуванням особливостей формування профільного і торцевого примежових шарів*

*Ключові слова: компресор, примежовий шар, обертовий зрив, характеристики, експеримент*

*На основании вариационного принципа максимума потока механической энергии с помощью метода малых возмущений разработан критерий перехода осевой компрессорной ступени к режимам вращающегося срыва, с учетом особенностей формирования профильного и торцевого пограничных слоев*

*Ключевые слова: компрессор, пограничный слой, вращающийся срыв, характеристики, эксперимент*

*On the basis of variation principle of a maximum of stream of mechanical energy by the method of small indignations the criterion of transition of the axial compressor stage is developed to the modes of the revolved derangement, taking into account the features of forming type and butt-end boundary layers*

*Keywords: compressor, boundary layer, rotating stall, characteristics, experiment*

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ СРЫВА В СТУПЕНИ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА С УЧЕТОМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФИЛЬНОГО И ТОРЦЕВОГО ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

**В. А. Коваль**

Доктор технических наук, координатор НТЦ прогрессивных технологий\*

Контактный тел.: (057) 717-13-19

E-mail turbogaskoval1@rambler.ru

**Е. А. Ковалева**

Аспирант\*

Контактный тел.: (057) 95-95-94

\*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, 61046

## Введение

Улучшение топливной экономичности ГТД связано с ростом степени повышения давления в компрессоре, а для высоконапорных МОК типично снижение запасов газодинамической устойчивости в области малых  $n_{пр}$ . При этом часто перед возникновением низкочастотных помпажных колебаний рабочего тела в проточной части возникает вращающийся срыв, границу которого необходимо надежно прогнозировать. В противном случае появляющиеся нерасчетные динамические напряжения, приводящие к поломке машины.

Несмотря на давность изучения проблемы, связанной с неустойчивыми режимами, многочисленность теоретических и экспериментальных исследований в этом направлении, в настоящее время еще отсутствует общепринятая теория, отражающая это сложное явление.

В результате – не высокая надежность определения границы срыва. Это создает необходимость задания на расчетном режиме достаточно больших запасов устойчивости ( $\Delta K_y = 20...30\%$ ), которые в процессе эксплуатации двигателя должны быть не ниже 8...10%. В связи со сказанным, расчетную точку на характеристике компрессора выбирают при меньшем значении  $\pi_k^*$ , что приведет к снижению КПД компрессора и КПД термодинамического цикла, а, следовательно, и к ухудшению экономичности всего ГТД.

Результаты последних исследований свидетельствуют о трехмерных аспектах возникновения срывных режимов и существенном влиянии профильного и торцевого пограничных слоев (аэродинамического загромождения). Применение современных методов моделирования течения в проточной части осевого компрессора достаточно надежно для области расчетного

режима и правой ветви характеристики машины [1]. Непосредственно вблизи границы срыва адекватность 3-D программного комплекса ANSYS CFX можно считать условно приемлемой. На рис. 1 показана экспериментальная и рассчитанная с помощью указанного пакета характеристики вентиляторной ступени С-12. Здесь полученная в результате вычислений крайняя левая точка  $\bar{C}_\alpha = 0,316$  соответствует началу неустойчивого режима (потеря решения системы уравнений Навье–Стокса), опытное же значение –  $\bar{C}_\alpha \approx 0,3$ . Для двухступенчатого компрессора АИ-24-5-6 качественно наблюдается та же картина, но с большим смещением вправо смоделированной границы устойчивой работы. Причина заключается в том, что принятая штатная модель турбулентной вязкости не в полной мере описывает процессы развитого отрыва потока.

Сказанное выше свидетельствует об актуальности решения задачи о потери устойчивости при введении профильного и торцевого загромождения потока пограничным слоем.

**Постановка задачи**

Расчетная схема строится на основе критерия устойчивости, отбирающего наблюдаемые формы движения потока, предложенного В.Н. Ершовым в вариационной постановке при условии максимума потока  $J$  механической энергии  $H$  и постоянном массовом расходе  $G$  через определяющее сечение активного диска  $f$ . Это условие записывается в виде [2]

$$\begin{cases} J = \int_f \rho H C_\alpha df = \max, \\ G = \int_f \rho C_\alpha df = \text{const.} \end{cases} \quad (1)$$

Экстремум  $J$  при заданном  $G$  находится в результате решения определяющего уравнения Эйлера-Лагранжа, записываемого в форме

$$\frac{\partial E}{\partial(\rho C_\alpha)} - \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial(\rho C_\alpha)}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial(\rho C_\alpha)}{\partial r} \right)} = 0, \quad (2)$$

где  $x$  и  $r$  – независимые координаты на поверхности  $f$ ;  $E = \rho C_\alpha H - \lambda \rho C_\alpha$ ;  $\lambda$  – неопределенный множитель, постоянное значение которого определяется расходом  $G$ .

Третий член уравнения (2), судя по его структуре, характеризует взаимное влияние элементарных сечений лопатки, поскольку определяет функцию от радиуса. Следует отметить, что по условию поставленной задачи энергообмен и диссипация в каждой точке сечения определяются расходной составляющей  $C_\alpha$  и не зависят от условий течения в соседних точках.

В отличие от расчетной схемы [2], где распределение  $C_\alpha$  находится при условии  $\partial(\rho H C_\alpha) / \partial C_\alpha^2 = \lambda$ , в предлагаемой авторами 2-D постановке задачи форма движения потока в виде  $C_\alpha = f(r)$  определяется с учетом кривизны линий тока, а также профильного и торцевого оттеснения пограничными слоями. Модель профильного пограничного слоя приведена в работе [3], а торцевого пограничного слоя – в предыдущем номере одноименного журнала. Разработанный метод достаточно адекватно описывает особенности течения в межвенцовых зазорах, в частности, о чем свидетельствуют результаты расчета,

полученные с помощью пакета ANSYS CFX и новой 2-D схемы решения задачи (рис. 2). Оба метода выявляют вихревую зону отрыва потока в привтулочной зоне направляющего аппарата (НА) ступени С-12. Более подробно это сопоставление приведено в работе [2].

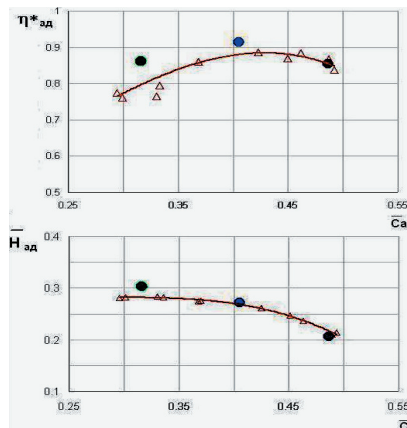


Рис. 1. Характеристики ступени С-12:  $\Delta$  – опыт;  $\bullet$  – расчет ANSYS CFX

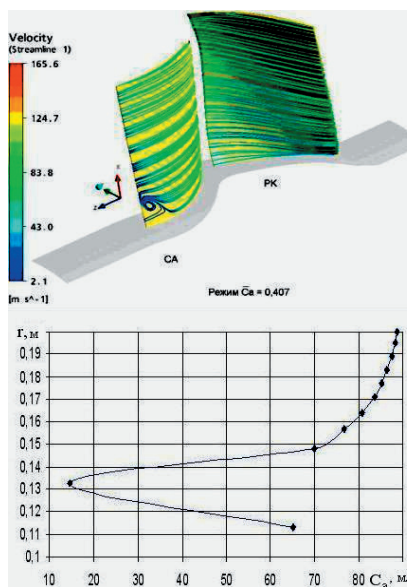


Рис. 2. Особенности моделирования течения за НА ступени С-12 различными методами

Поскольку математическая модель перехода к срывным режимам строится с учетом загромождения профильного и торцевого загромождения, то при расчетах полагается, что:

- взаимное влияние сечений лопатки на предсрывном режиме проявляется только посредством массо- и энергообмена в профильном пограничном слое при его радиальном перемещении к концам лопаток. В случае применения уравнения неразрывности и потока механической энергии возмущающее действие радиального потока на продольное течение наиболее существенно проявляется в пределах  $\delta^*$  и  $\delta^* + \delta^{***}$  соответственно;
- в оттесненном характерными толщинами профильного пограничного слоя потоке энергообмен и диссипация в каждой точке определяется осевой составляющей скорости  $C_\alpha$  и не зависят от условий течения в

соседних точках. Распределение скоростей в отесненном потоке принимается равномерным вдоль шага.

Первое допущение является достаточно важным, поскольку интенсивные радиальные перемещения жидкости к периферийным сечениям в пограничном слое могут служить конечными возмущениями, приводящими к потере устойчивости движения с образованием срывных зон, а решение задачи строится для отесненного потока. Проверим корректность указанного допущения. Для этого оценим область профильного пограничного слоя на рабочей лопатке с наибольшим возмущающим воздействием радиального потока на продольное движение рабочего тела. Введем функцию возмущения  $F(\bar{\epsilon})$ , характеризующую взаимное влияние сечений рабочей лопатки и, следовательно, согласно вариационной постановке задачи для каждого элементарного сечения, определенную как

$$F(\bar{\epsilon}) = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial E}{\partial \left( \frac{\partial(\rho C_\alpha)}{r} \right)} \quad (3)$$

Поскольку взаимодействие сечений проявляется через пограничный слой посредством возмущающего действия радиального потока на продольный, то соотношение скоростей этих потоков в профильном пограничном слое  $(u/U)_{np}$  можно рассматривать в качестве параметра, характеризующего функцию возмущения  $F(\bar{\epsilon})$ . При использовании уравнений неразрывности и потока механической энергии эта функция в области профильного пограничного слоя  $0 \leq \eta \leq 1$  будет соответственно определена как

$$\left\{ \begin{array}{ll} F(\bar{\epsilon}) = 0 & \text{при } (\bar{\epsilon}) = 0 \quad (\eta = 1) \\ F(\bar{\epsilon}) \Rightarrow \max & \text{при } (\bar{\epsilon}) = 1 \quad (\eta \rightarrow 0) \\ F(\bar{\epsilon}^{-3}) = 0 & \text{при } (\bar{\epsilon}^{-3}) = 0 \quad (\eta = 1) \\ F(\bar{\epsilon}^{-3}) \Rightarrow \max & \text{при } (\bar{\epsilon}^{-3}) = 0 \quad (\eta \rightarrow 0) \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $\bar{\epsilon} = \text{tg}\theta / (\text{tg}\theta)_{\eta \rightarrow 0}$ ,  $\theta$  - угол наклона линий тока в профильном пограничном слое,  $\eta = C/\delta$  - безразмерная толщина пограничного слоя (рис. 3), показатели степени при параметре  $\bar{\epsilon}$  характеризуют применимость к уравнению неразрывности (степень 1) и механической энергии (степень 3).

Для оценки области пограничного слоя, где величины  $\bar{\epsilon}$  и  $\bar{\epsilon}^{-3}$  имеют наибольшие значения, определим углы наклона предельных линий тока в пограничном слое у втулочного сечения рабочего колеса  $r = 0,675$  ступени С-12, где радиальные перетекания проявляются в большей мере [3]. В качестве характерного режима примем режим, соответствующий началу формирования срывных зон в устойчивом состоянии пограничного слоя ( $\bar{C}_\alpha = 0,3$ ).

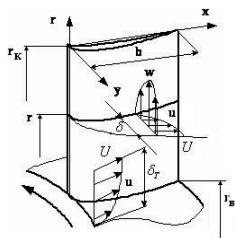


Рис. 3. Схема течения в пограничных слоях

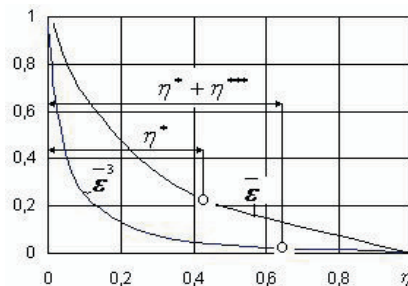


Рис. 4. Изменение параметра возмущения по толщине слоя

С этой целью воспользуемся методом [4], согласно которому угол наклона линий тока можно определить из соотношения

$$(1 - \eta) \frac{d\theta}{d\eta} + A_0 \theta = -B\eta^n - D\eta^{2n} + (B + D), \quad (5)$$

где  $A_0 = A \frac{\partial P}{\partial x}$ ;  $A = \frac{\delta}{\rho U^2 \xi_0}$ ;  $\bar{U} = \frac{U}{\omega \cdot r}$ ;

$$B = \frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{2A\bar{U} \cos \beta_2}{(1 + \bar{U} \cos \beta_2)^2}; \quad D = \frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{A\bar{U}^2 \cos^2 \beta_2}{(1 + \bar{U} \cos \beta_2)^2}.$$

Входящие в указанные выражения величины найдем из следующих условий:

- параметры продольного потока в трехмерном пограничном слое вычисляем с помощью основных соотношений плоского турбулентного пограничного слоя;
- режим, предшествующий возникновению вращающегося срыва, соответствует предотрывному состоянию пограничного слоя в области задней кромки;
- на предотрывных режимах толщина пограничного слоя на спинке лопатки существенно больше толщины на корытце, поэтому  $\delta \approx \delta_{en}$ .

В расчетах величину  $\delta$  рассматриваемого сечения решетки определим из условия  $\delta = \delta_t \cdot t \cdot \sin \beta_2$ ,  $345 \leq 8C\delta = C\delta_t$  согласно [3] принимаем равной 0,65. При этом формпараметр  $H_{12}$  достигает значения 2,2.

Для вычисления комплекса  $\rho U^2 \xi_0$  воспользуемся зависимостью Людвига и Тилмана для градиентного течения в пограничном слое [5]

$$\frac{\xi_0}{2} = \frac{\tau_0}{\rho U^2} = 0,123 \cdot 10^{-0,638 H_{12}} \cdot \text{Re}^{*-0,268} \quad (5a)$$

Учитывая связь между формпараметрами  $H_{12}$  и  $H^*$  в случае предотрывного профиля скорости  $H = (3H_{12} - 3) / 4H_{12}$  [6], выразим толщину потери импульса  $\delta^{**}$ , входящую в число  $\text{Re}^{**}$ , как

$$\delta^{**} = \delta \frac{3H_{12} - 3}{4H_{12}^2}.$$

Продольный градиент давления  $\partial P / \partial x$  определим из условия безотрывного обтекания, которое согласно рекомендациям Бури можно записать в виде

$$\frac{\delta^{**}}{\rho U} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\delta^{**}}{U} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \leq 0,06 \cdot \text{Re}^{*-0,25} \quad (6)$$

Результаты оценочного расчета изменения величин  $\bar{\epsilon}$  и  $\bar{\epsilon}^{-3}$  по толщине пограничного слоя показаны на рис. 4.

Анализ распределения параметров возмущения свидетельствуют о том, что в области пограничного слоя  $0 \leq \eta < \eta^*$  величина  $\bar{\epsilon}$  изменяется в пределах  $0,25 < \bar{\epsilon} \leq 1,0$ , а область  $0 \leq \eta < (\eta^* + \eta^{***})$  соответствует

изменению величины  $\varepsilon^{-3}$  в пределах  $0,03 < \varepsilon^{-3} \leq 1,0$ . Это свидетельствует о том, что вне указанных областей пограничного слоя функции возмущения  $F(\varepsilon)$  и  $F(\varepsilon^{-3})$  принимают малое значение, т.е. принятое допущение можно считать справедливым.

Таким образом, не смотря на интенсивные радиальные течения в пограничном слое, направленные от втулочных сечений к концам лопаток, которые могут явиться возмущающим фактором системы при потере ее устойчивости, предложенная схема профильного вытеснения потока является правомочной.

Разработка критерия перехода к срыву

Поскольку момент потери устойчивости движения определяется возмущениями, вносимыми в систему (компрессорную ступень) в целом, то анализ необходимо проводить по интегральным (осредненным) характеристикам ступени, которые вычисляются в межвенцовых зазорах компрессора по радиусу  $s$  по помощью разработанной 2-D математической модели [7].

Уравнение расхода, если учитывается загромождение профильным и торцевым пограничным слоем, можно представить в форме

$$G = \frac{2\pi}{(r_k^2 - r_B^2)} \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} \rho_2 C_{2a} (1 - \bar{\delta}_t^*) r dr = \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{(r_k^2 - r_B^2)} [(r_k - \delta_k^*)^2 - (r_B + \delta_B^*)^2] C_{2acr} (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*),$$

где  $\delta_k^*$  и  $\delta_B^*$  условные толщины вытеснения торцевого пограничного слоя на втулке и периферии, определяемые с помощью разработанного метода, приведенного в предшествующем выпуске одноименного журнала.  $\delta_t^* = H_{12} \delta_t^{**} = H_{12} \delta^{**} / \sin \beta_2$  - интегральные толщины профильного пограничного слоя в проекции на окружное направление.

При этом задачу на устойчивость течения, отвечающего максимуму потока механической энергии (по определению - невозмущенного течения), следует решать, воспользовавшись вторым методом А.М. Ляпунова и составив функцию по аналогии с [2]

$$V = 2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} \rho r C_{2a} r dr - 2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} [\rho C_{2a}]_0 r dr, \quad (8)$$

где невозмущенное движение  $[\rho H C_{2a}]_0$  удовлетворяет экстремума (максимума) интеграла

$$2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} [\rho C_{2a}]_0 r dr, \quad (9)$$

который для случая осредненного по радиусу потока имеет вид

$$\frac{\pi}{(r_k^2 - r_B^2)} [(r_k - \delta_k^*)^2 - (r_B + \delta_B^*)^2] \rho C_{2acr} (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*) H. \quad (10)$$

Течение, характеризуемое величиной  $\rho H C_{2a}$ , отличается от невозмущенного течения  $[\rho H C_{2a}]_0$  бесконечно малыми отклонениями, достаточно произвольными, но не нарушающего расхода рабочего тела через кольцевое сечение и подчиняющимися зависимостям, накладываемым характеристиками элементарной решетки.

Так как при невозмущенном движении должен обеспечиваться максимум потока механической энергии, функционал  $V$  должен быть меньше нуля:  $\partial V < 0$ .

Полная производная по времени  $\partial V / \partial t$  примет вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} \rho r C_{2a} r dr) - \frac{\partial}{\partial t} (2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} [\rho C_{2a}]_0 r dr). \quad (11)$$

При неизменной плотности  $\rho$  (в первом приближении), разложив величину  $H C a$  в ряд Тейлора и ограничиваясь вторыми членами при малой величине возмущения, можно записать

$$H C a = [H C a]_0 + \left[ \frac{\partial (H C a)}{\partial C a} \right]_0 C a + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 (H C a)}{\partial C a^2} \right]_0 C a^2 + \dots$$

И так как отнесение  $\delta_k^*$ ,  $\delta_B^*$  предполагается фиксированным, а величина  $H$  для каждой точки сечения зависит только от  $C a$ , то функционал  $V$  примет вид

$$V = 2\pi \int_{r_B + \delta_B^*}^{r_k - \delta_k^*} \left[ \frac{\partial^2 (H C a)}{\partial C a^2} \right]_0 (\delta C a)^2 r dr - \frac{\pi}{(r_k^2 - r_B^2)} [(r_k - \delta_k^*)^2 - (r_B + \delta_B^*)^2] \frac{\partial^2 [C a (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*) H]}{\partial C a^2} \leq 0. \quad (12)$$

Условие  $\partial V < 0$  выполняется, если во всей области сечения имеет место неравенство

$$\frac{\partial^2 (H C a)}{\partial C a^2} - \frac{\pi}{2(r_k^2 - r_B^2)} [(r_k - \delta_k^*)^2 - (r_B + \delta_B^*)^2] \frac{\partial^2 [C a (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*) H]}{\partial C a^2} \leq 0. \quad (13)$$

Условие (13) можно рассматривать как критерий устойчивости движения потока, переписав его в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 (H C a)}{\partial C a^2} \leq \frac{\pi}{2(r_k^2 - r_B^2)} [(r_k - \delta_k^*)^2 - (r_B + \delta_B^*)^2] \frac{\partial^2 [C a (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*) H]}{\partial C a^2}. \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) учитывают загромождение как профильным, так и торцевым пограничными слоями.

Продифференцировав сложную функцию  $H C a (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*)$  по  $C a$ , получим следующее неравенство:

$$\left[ \left( \frac{\partial^2 H}{\partial C a^2} \cdot C a + 2 \frac{\partial H}{\partial C a} \right) \cdot (1 - \bar{\delta}_{tcr}^*) - 2 \frac{\partial \bar{\delta}_{tcr}^*}{\partial C a} \cdot \left( \frac{\partial H}{\partial C a} \cdot C a + H \right) - H C a \cdot \frac{\partial^2 \bar{\delta}_{tcr}^*}{\partial C a^2} \right]. \quad (15)$$

Полученное условие возникновения вращающегося срыва в ступени осевого компрессора (15) отличается от критерия

$$\frac{\partial^2 (H C a)}{\partial C a^2} \leq 0, \quad (16)$$

предложенного В.Н. Ершовым [2], поскольку в явном виде учитывает особенности загромождения проточной части и межлопаточного канала профильным и пограничным слоями. Несмотря на то, что входящее в выражение (16) значение напора  $H$  может быть определено с реалистическим учетом потерь и углов отстава-

ния потока, тем не менее, в него не входят величина  $\bar{\delta}_t^*$  и ее производные  $\partial \bar{\delta}_t^* / \partial C_\alpha$  и  $\partial^2 \bar{\delta}_t^* / \partial C_\alpha^2$ , которые, как показывает анализ, существенно влияют на момент потери устойчивости течения [3].

Для дальнейшего анализа рассмотрим экспериментальную напорную характеристику ступени С-12 (рис. 1), представленную аналитически в виде полинома  $\bar{H} = -2,8875\bar{C}_\alpha^2 + 1,9147\bar{C}_\alpha - 0,0337$ . Производные  $\partial \bar{\delta}_t^* / \partial C_\alpha$  и  $\partial^2 \bar{\delta}_t^* / \partial C_\alpha^2$  вычислим, используя экспериментальные данные, полученные на основании обобщения результатов траверсирования потока в относительной системе координат [3]. При этом соотношение для  $\bar{\delta}_t^*$  в аналитическом виде можно представить как  $\bar{\delta}_t^* = 5,760 - 45,21C_\alpha + 119,2C_\alpha^2 - 104,8C_\alpha^3$  (рис. 5).

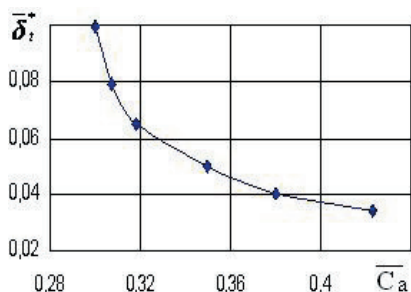


Рис. 5. Интегральная характеристика профильного пограничного слоя за РК С-12

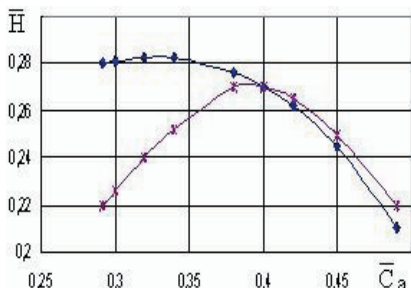


Рис. 6. К анализу напорных характеристик ступени С-12:  
 —◇— действительная характеристика  
 —x— измененная характеристика

Численное решение уравнения (15) для правой и левой частей при указанных исходных данных дает значение  $\bar{C}_{\alpha \text{ срв}} \approx 0,294$ , что соответствует опыту. При решении уравнения (16) начало срыва соответствует  $\bar{C}_{\alpha \text{ срв}} \approx 0,22$ , и для того, чтобы получить адекватный результат, необходимо напорную характеристику изменить, как показано на рис. 6, что не соответствует реальной ситуации. Полученные результаты свидетельствуют о перспективности разработанного подхода.

**Заключение**

В настоящее время авторами проводятся доработка предложенной схемы прогнозирования срывных режимов и ее тестирование на других объектах, включая полноразмерные испытания КНД ГТД ДН80 на стенде ГП НПКГ «Зоря»-«Машпроект».

**Литература**

1. Коваль В. А., Ковалева Е.А., Литвинов Е.В. Анализ возможности применения трехмерного пакета ANSYS CFX для проведения численного эксперимента на компрессорных ступенях// Компрессорная техника и пневматика. – М.: 2009, – №8. – С.19–23.
2. Ершов В.Н. Ершов В.Н. Неустойчивые режимы турбомашин (вращающийся срыв). – М.: Машиностроение, 1966. - 179 с.
3. Основы проектирования газотурбинных двигателей и установок / Б.П. Васильев, В.А. Коваль, В.В. Канаков, В.В. Романов и др. – Харьков: Контраст, 2005. – 375 с.
4. Марков Н.М. Теория и расчет лопаточного аппарата осевых турбомашин: М.: Машиностроение, 1966. – 239 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974, - 711с.
6. Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения.–М.: Наука 1974,-367 с.
7. Грейцер Е.М. Явление срыва в осевых компрессорах (обзор)// Теоретические основы в инженерных расчетах. Тр. Американского общества инженеров-механиков. Русский перевод. – 1980, - т.102, №2. – С.72-97.