

Описано аналітичний спосіб аналізу електромагнітних кіл активних магнітних підшипників (АМП) з метою знаходження виразів магнітних сил і енергій. Наведено результати розрахунків для одного з варіантів конструкції осевого АМП, що підтверджують адекватність математичного опису

Ключові слова: активний магнітний підшипник, пондеромоторна сила

Описан аналитический способ анализа электромагнитных цепей активных магнитных подшипников (АМП) с целью нахождения выражений магнитных сил и энергии. Приведены результаты расчетов для одного из вариантов конструкции осевого АМП, которые подтверждают адекватность математического описания

Ключевые слова: активный магнитный подшипник, пондеромоторная сила

The analytical method of electromagnetic circuit analysis for active magnetic bearings (AMB) is described. The computation results for one of construction variant of axial AMB are presented. It confirms the adequacy of the mathematical description

Key words: active magnetic bearing, ponderomotive force

СПОСОБ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНЫХ СИЛ В АКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ РОТОРНЫХ МАШИН

Г. Ю. Мартыненко

Кандидат технических наук, доцент
Кафедра динамики и прочности машин
Национальный технический университет «Харьковский
политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002
Контактный тел.: (057) 707-68-79
E-mail: gmartynenko@kpi.kharkov.ua

1. Введение

Применение активных магнитных подшипников (АМП) в роторных машинах различного назначения, таких как компрессоры, генераторы, гидравлические турбины, детандер-генераторные агрегаты, газотурбинные электростанции, энергоаккумулирующие установки и др., обусловлено их несомненными преимуществами по сравнению с традиционными опорами роторов – подшипниками скольжения и качения, а также газодинамическими [1-2]. К их основным достоинствам относятся отсутствие смазочных маслосистем, снижение потерь на трение, сравнительно большой зазор и т.д.

Принцип действия АМП заключается в том, что ротор удерживается в определенной позиции в радиальном или осевом направлении магнитными полями, создаваемыми электромагнитами [1-4]. Напряжения, которые подаются на обмотки электромагнитов, размещенных в корпусе роторной машины, изменяются в зависимости от положения ротора в пространстве в соответствии с применяемым законом управления. Этот закон реализуется системой управления (СУ), в которую также входят датчики положения и усилители. С их помощью получают сигналы рассогласования в сравнении с сигналами, соответствующими центральному (номинальному) положению ротора. Выбранный закон управления и его параметры определяют значения магнитных сил, создаваемых электромагнитами, в зависимости от положения ротора, а значит, обу-

славливают вид и параметры силовых характеристик АМП, которые в большинстве случаев являются нелинейными симметричными и жесткими.

2. Постановка задачи

Цель исследований – подтверждение адекватности предложенного в [5] способа аналитического определения зависимостей энергии магнитного поля в цепях АМП, магнитных потоков в участках этих цепей и пондеромоторных (магнитных) сил, а также выявление его преимуществ по сравнению с другими.

Предметом исследований является один из возможных конструктивных вариантов осевого АМП, который приведен на рис. 1. Это электромагнит двухстороннего действия со статорами в виде броневых сердечников. Структурная схема системы управления упрощенно изображена на рис. 1а, элементная (она же в дальнейшем расчетная) – на рис. 1б. Здесь введены следующие обозначения: 1 – статоры осевого АМП, выполненные из стали; 2 – номера внутренних и наружных полюсов; 3 – нумерация электромагнитов; 4 – направление магнитных потоков; 5 – опорный участок ротора; 6 – диск осевого АМП, расположенный на роторе; 7 – номинальный зазор δ_a между полюсами и диском, находящемся в центральном положении, с каждой стороны. В расчетной схеме принята пространственная правая декартова система координат, центр которой O совпадает с центром масс диска $O_3(x_3, y_3, z_3)$, находяще-

гося в центральном положении, т.е. при $x_3 = y_3 = z_3 = 0$. Точки $O_1(x_1, y_1, z_1)$ и $O_2(x_2, y_2, z_2)$ есть некоторые точки (например, центры опорных участков радиальных магнитных или других подшипников), принадлежащие оси ротора и отстоящие от O_3 на l'_1 и l'_2 соответственно.

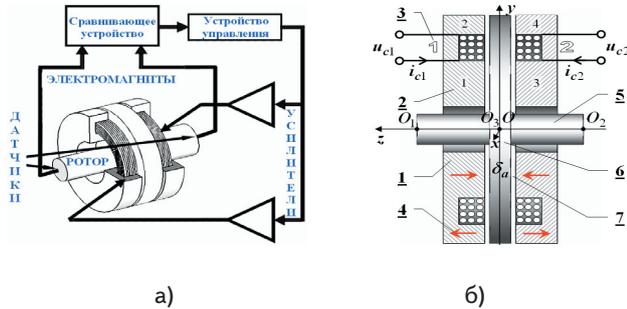


Рис. 1. Схемы осевого АМП: а) структурная, б) расчетная

Кроме того, под i_{c1} и i_{c2} понимаются токи в обмотках левой и правой катушек, т.е. катушек, расположенных со стороны положительного и отрицательного направлений оси Oz соответственно, а под u_{c1} и u_{c2} – управляющие напряжения, подаваемые на обмотки (соответственно на левую и правую) полюсных катушек для создания магнитных сил и удержания диска вблизи центрального положения. Активные сопротивления обмоток – r_{c1} и r_{c2} соответственно, а количество витков в них – w_1 и w_2 .

Для анализа электромагнитных цепей с целью описания зависимостей магнитных сил в различных АМП, в т.ч. и осевого АМП (рис. 1), могут применяться разные способы.

Так, например, в [2] предлагается упрощенная формула вычисления суммарной силы в направлении оси z , создаваемой совместным действием обоих электромагнитов осевого АМП, описанного выше:

$$F_{Mz} = \frac{\mu_0 w_1^2 (S_{p1} + S_{p2}) i_{c1}^2}{4(\delta_a + z_3)^2} - \frac{\mu_0 w_2^2 (S_{p3} + S_{p4}) i_{c2}^2}{4(\delta_a - z_3)^2}, \quad (1)$$

где S_{p1}, \dots, S_{p4} – площади полюсов.

К ее недостатку можно отнести внесенную линеаризацию магнитной силы и учет только плоскопараллельного зазора между диском и полюсами.

Последний недочет присущ также и методике конечноэлементного расчета силовых характеристик осевого АМП, изложенной в работе [6]. В ней приведены результаты расчетных исследований по определению зависимостей магнитных сил с учетом закона управления для осевого АМП со следующими параметрами: наружный и внутренний диаметры электромагнитов $D_{out3} = 120$ и $D_{in3} = 50$ мм соответственно, длина каждого электромагнита в осевом направлении – 21 мм, наружный и внутренний диаметры обмоток – $D_{w3} = 100$ и $d_{w3} = 72$ мм соответственно, толщина диска – 20 мм, $w_1 = w_2 = 300$, $r_{c1} = r_{c2} = 5$ Ом, $\delta_a = 3$ мм. Параметры системы управления: частота управления – 300-400 Гц, напряжение $U_0 = 24$ В, а алгоритм управления описан в [7]. На рис. 2 представлены закон управления и силовые характеристики, точность определения которых подтверждена сравнением с экспериментальными данными (см. рис. 2б – круглые маркеры) [6].

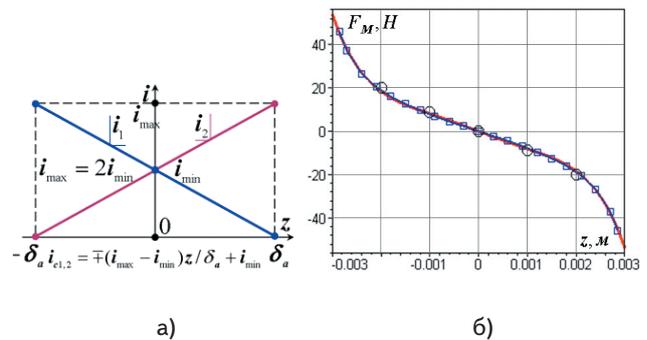


Рис. 2. Зависимости параметров осевого АМП от осевого смещения: а) токов управления, б) магнитной силы в осевом направлении

3. Математическая формулировка способа определения магнитных характеристик осевого АМП

Расчет магнитной цепи осевого АМП предлагается производить на основе закона, подобного второму закону Кирхгофа для электрических цепей, с использованием эквивалентных схем замещения магнитных цепей, представленных на рис. 3. Здесь приняты следующие обозначения: Φ_k – магнитные потоки в участках цепи; Φ_{Ck} – контурные потоки; R_k – магнитные сопротивления участков цепи, причем R_{pk} – полюсов, R_{gk} – воздушных зазоров между полюсами и ротором, R_{sk} – участков яра статора между двумя полюсами, R_{lk} – рассеяния между полюсами (пазов заполненных медной обмоткой), R_{ak} – диска; $e_k = i_{ck} w_k$ – магнитодвижущие силы катушек.

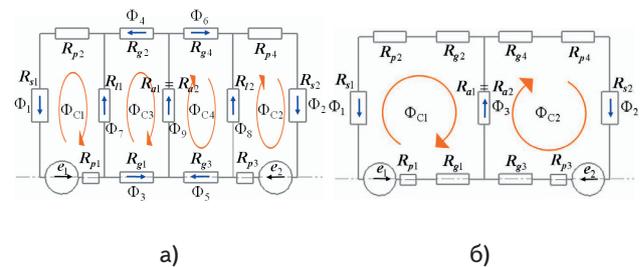


Рис. 3. Эквивалентные схемы замещения магнитных цепей: а) с учетом, б) без учета потоков рассеяния через пазы, заполненные медными обмотками

Использование метода контурных потоков, который является аналогом метода контурных токов, приводит к системе алгебраических уравнений относительно контурных потоков. Для схемы замещения с учетом потоков рассеяния (рис. 3а) она имеет вид:

$$\begin{cases} \Phi_{C1}(R_{s1} + R_{l1} + R_{p1} + R_{p2}) - \Phi_{C3}R_{l1} = -i_{c1}w_1 \\ \Phi_{C2}(R_{s2} + R_{l2} + R_{p3} + R_{p4}) - \Phi_{C4}R_{l2} = i_{c2}w_2 \\ \Phi_{C3}(R_{l1} + R_{a1} + R_{g1} + R_{g2}) - \Phi_{C1}R_{l1} - \Phi_{C4}R_{a2} = 0 \\ \Phi_{C4}(R_{l2} + R_{a2} + R_{g3} + R_{g4}) - \Phi_{C2}R_{l2} - \Phi_{C3}R_{a1} = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

а для схемы без учета потоков рассеяния (рис. 3б):

$$\begin{cases} \Phi_{C1}(R_{s1} + R_{p1} + R_{p2} + R_{g1} + R_{g2} + R_{a1}) - \Phi_{C2}R_{a2} = -i_{c1}w_1 \\ \Phi_{C2}(R_{s2} + R_{p3} + R_{p4} + R_{g3} + R_{g4} + R_{a2}) - \Phi_{C1}R_{a1} = i_{c2}w_2 \end{cases}. \quad (3)$$

Решение этих систем позволяет найти контурные потоки, через которые определяются и магнитные потоки во всех ветвях [5]. Так потоки несмежных ветвей равны контурным потокам, если их направления

совпадают, и равны контурным потокам с обратным знаком, если не совпадают. Также определяются и потоки смежных ветвей.

Для схемы с учетом потоков рассеяния (рис. 3а) потоки в участках цепи:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= -\Phi_{C1}, & \Phi_4 &= -\Phi_{C3}, & \Phi_7 &= \Phi_{C3} - \Phi_{C1}, \\ \Phi_2 &= \Phi_{C2}, & \Phi_5 &= \Phi_{C4}, & \Phi_8 &= \Phi_{C2} - \Phi_{C4}, \\ \Phi_3 &= -\Phi_{C3}, & \Phi_6 &= \Phi_{C4}, & \Phi_9 &= \Phi_{C4} - \Phi_{C3}, \end{aligned} \quad (4)$$

а для схемы без учета потоков рассеяния (рис. 3б):

$$\Phi_1 = -\Phi_{C1}, \quad \Phi_2 = \Phi_{C2}, \quad \Phi_3 = -\Phi_{C1} + \Phi_{C2}. \quad (5)$$

Тогда, учитывая, что энергия всей магнитной цепи – есть сумма энергий участков этой цепи, приходим к выражениям магнитной энергии осевого АМП, которые для схем замещения с учетом и без учета потоков рассеяния имеют соответственно вид [5]:

$$W = \frac{1}{2} \left[(R_{s1} + R_{p1} + R_{p2})\Phi_1^2 + (R_{s2} + R_{p3} + R_{p4})\Phi_2^2 + R_{g1}\Phi_3^2 + \right. \\ \left. + R_{g2}\Phi_4^2 + R_{g3}\Phi_5^2 + R_{g4}\Phi_6^2 + R_{a1}\Phi_7^2 + R_{a2}\Phi_8^2 + R_{a1}\Phi_9^2 \right] \quad (6)$$

и

$$W = \frac{1}{2} \left[(R_{s1} + R_{p1} + R_{p2} + R_{g1} + R_{g2})\Phi_1^2 + \right. \\ \left. + (R_{s2} + R_{p3} + R_{p4} + R_{g3} + R_{g4})\Phi_2^2 + R_{a1}\Phi_3^2 \right]. \quad (7)$$

Пондеромоторные (магнитные) силы в направлениях обобщенных координат, в качестве которых для участка ротора как твердого тела (рис. 1б) могут быть выбраны переменные x_1, y_1, x_2, y_2, z_3 , определяются так [5]:

$$F_{Mx1} = -\frac{\partial W}{\partial x_1}, \quad F_{My1} = -\frac{\partial W}{\partial y_1}, \quad F_{Mx2} = -\frac{\partial W}{\partial x_2}, \quad F_{My2} = -\frac{\partial W}{\partial y_2}, \quad F_{Mz3} = -\frac{\partial W}{\partial z_3}. \quad (8)$$

Токи в обмотках катушек связаны с полными магнитными потоками через контуры катушек (потокосцеплениями) Ψ_{c1}, Ψ_{c2} следующими выражениями:

$$i_{c1} = \frac{\partial W(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3, \Psi_{c1}, \Psi_{c2})}{\partial \Psi_{c1}}, \quad i_{c2} = \frac{\partial W(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3, \Psi_{c1}, \Psi_{c2})}{\partial \Psi_{c2}}. \quad (9)$$

Дальнейшие выкладки, в силу их громоздкости, будут производиться только для варианта схемы замещения, не учитывающей потоки рассеяния (рис. 3б), хотя действия согласно предлагаемому способу и в этом случае, и в случае других схем замещения, например, для радиальных АМП, будут аналогичны приведенным ниже.

Итак, для возможности нахождения токов i_{c1}, i_{c2} необходимо выражение для магнитной энергии (7) переписать, заменив магнитные потоки в участках цепи потокосцеплениями. Это может быть выполнено, если принять, что магнитный поток, охватываемый каждым витком катушки одинаков. Тогда суммарный или полный магнитный поток через контур катушки будет превосходить этот поток в количество раз равное числу витков катушки. Таким образом, принимая во внимание (5), имеем:

$$\Psi_{c1} = w_1 \Phi_1, \quad \Psi_{c2} = w_2 \Phi_2 \Rightarrow \Phi_1 = \frac{\Psi_{c1}}{w_1}, \quad \Phi_2 = \frac{\Psi_{c2}}{w_2}, \quad \Phi_3 = \frac{\Psi_{c1}}{w_1} + \frac{\Psi_{c2}}{w_2}. \quad (10)$$

Тогда формула (7) примет вид:

$$W = \frac{1}{2} \left[(R_{s1} + R_{p1} + R_{p2} + R_{g1} + R_{g2}) \frac{\Psi_{A1}^2}{w_1^2} + \right. \\ \left. + (R_{s2} + R_{p3} + R_{p4} + R_{g3} + R_{g4}) \frac{\Psi_{A2}^2}{w_2^2} + R_{a1} \left(\frac{\Psi_{A1}}{w_1} + \frac{\Psi_{A2}}{w_2} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

Для случая с учетом потоков рассеяния Φ_7, Φ_8 (рис. 2а) это можно сделать, разрешив систему двух последних уравнений из (2) относительно Φ_{C3}, Φ_{C4} , выразив их через Φ_{C1}, Φ_{C2} , и, используя (4), получить выражение для энергии магнитного поля, аналогичную (11).

Таким образом, приходим к выражениям магнитной энергии как функции потокосцеплений и обобщенных координат $W = W(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3, \Psi_{c1}, \Psi_{c2})$. В них магнитные сопротивления участков магнитопроводов и диска являются величинами постоянными, зависящими от геометрических и физических параметров АМП, и могут быть определены с использованием схематизации путей магнитных потоков [5], а выражения магнитных сопротивлений воздушных зазоров вносят зависимость от x_1, y_1, x_2, y_2, z_3 :

$$R_{gk} = \frac{1}{g_{gk}}, \quad g_{g1} = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{m3/2}}^{D_{o3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3+}(\rho, \alpha)}, \quad g_{g2} = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{m3/2}}^{D_{o3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3+}(\rho, \alpha)}, \quad (12)$$

$$(k=1..4) \quad g_{g3} = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{m3/2}}^{D_{o3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3-}(\rho, \alpha)}, \quad g_{g4} = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{m3/2}}^{D_{o3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3-}(\rho, \alpha)}$$

где g_{gk} – проводимости воздушных зазоров под полюсами АМП, $h_{z3\pm}$ – высота зазора под элементарной площадью полюсов, расположенных со стороны положительного и отрицательного направлений оси z соответственно.

Высота зазора может определяться по упрощенным формулам:

$$h_{z3\pm}(\rho, \alpha) = \delta_a \mp z_3, \quad (13)$$

и по уточненным, полученным удержанием бесконечно малых второго порядка в уравнении для диска (z_{D3}), плоскость которого определена перпендикулярным ей отрезком O_1O_2 , с коим она пересекается в точке O_3 [8]:

$$h_{z3\pm}(\rho, \alpha) = \delta_a \mp z_{D3}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3), \quad 345 \quad x = \rho \cos \alpha, \quad y = \rho \sin \alpha,$$

$$z_{D3} = z_3 - \frac{A}{C}(x - x_3) + \frac{B}{C}(y - y_3) = z_3 - \frac{x_1 - x_2}{l_1 + l_2}(x - x_3) - \frac{y_1 - y_2}{l_1 + l_2}(y - y_3). \quad (14)$$

Применение описанного аналитического подхода к получению выражений магнитной энергии (11), токов в обмотках (9) и магнитных сил (8) через обобщенные координаты и потокосцепления позволяет использовать их в математической модели динамики электромеханической системы «ротор в магнитных подшипниках» [8]. Кроме того, выражения для токов могут быть также получены непосредственно разрешением относительно них системы первых двух уравнений (2) или системы (3) с учетом формул (4), (5) и (10). Закон управления в этом случае будет учитываться в правой части уравнений,

являющихся формой записи закона полного тока для контуров системы [5]. Закон управления может быть представлен, например, в виде квадратичных зависимостей средних напряжений, подаваемых на обмотки АМП и обеспечивающих заданное изменение средних токов (без учета постоянной времени изменения токов в обмотках электромагнитов из-за индуктивности):

$$i_{c1,2} = \frac{(i_{\max} - 2i_{\min})z_3^2}{2\delta_a^2} \mp \frac{i_{\max}z_3}{2\delta_a} + i_{\min}, \quad u_{c1,2} = r_{c1,2} i_{c1,2}, \quad (15)$$

где $i_{\max} = U_0 / r_{c1,2}$, $r_{c1} = r_{c2}$, $i_{\max} = k_i i_{\min}$.

При $k_i = 2$ он совпадает с представленным на рис. 2а.

4. Методика расчета магнитных сил, создаваемых осевым АМП

Расчет магнитных сил с учетом закона управления (15) по формулам (8) требует некоторых дополнительных преобразований, суть которых заключается в следующем. Для учета закона управления необходима явная зависимость магнитной энергии от токов в (7). Тогда разрешим (3) относительно Φ_{C1}, Φ_{C2} :

$$\begin{cases} \Phi_{C1} = \frac{i_{c1}w_1R_2 - i_{c2}w_2R_{a2}}{R_{a1}R_{a2} - R_1R_2} \\ \Phi_{C2} = \frac{i_{c1}w_1R_{a1} - i_{c2}w_2R_1}{R_{a1}R_{a2} - R_1R_2} \end{cases} \quad (16)$$

где $R_1 = R_{s1} + R_{p1} + R_{p2} + R_{g1} + R_{g2} + R_{a1}$,
 $R_2 = R_{s2} + R_{p3} + R_{p4} + R_{g3} + R_{g4} + R_{a2}$.

Перепишем выражение (11), сведя его к выражению энергии магнитного поля в зависимости от обобщенных координат и потокоцеплений (аналогично приведенному в [3, стр. 55]):

$$W = \frac{1}{2} \left[\frac{R_1(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)}{w_1^2} \Psi_{c1}^2 + \frac{R_2(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)}{w_2^2} \Psi_{c2}^2 \right] \quad (17)$$

В выражении (17) переменные «механические» – $\mathbf{q} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, z_3\}$ и «электромагнитные» – $\Psi = \{\Psi_{c1}, \Psi_{c2}\}$ разделены, а зависимость от обобщенных координат обусловлена формулами (12) и (14) или (13).

Подставляя (17) в (8), приходим к выражениям для магнитных сил:

$$F_{Mqi} = - \left(\frac{\Psi_{c1}^2}{w_1^2} \frac{\partial R_1(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)}{\partial q_i} + \frac{\Psi_{c2}^2}{w_2^2} \frac{\partial R_2(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)}{\partial q_i} \right). \quad (18)$$

Далее, заменив в этом выражении переменные Ψ_{c1}, Ψ_{c2} на Φ_{C1}, Φ_{C2} , последовательно используя (10), (5) и (16), а затем, введя (15), получим формулы для вычисления магнитных сил в направлениях обобщенных координат с учетом закона изменения токов от смещения, т.е. управления:

$$F_{Mqi} = F_{Mqi}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3), \quad (19)$$

если учитывается зависимость высоты зазора от всех обобщенных координат (14). Если принимается, что высота зазора согласно (13) зависит только от координаты z_3 (плоскопараллельный зазор), тогда:

$$F_{Mqi} = F_{Mqi}(z_3). \quad (20)$$

5. Вариантные расчеты магнитных сил в осевых АМП

Расчетные исследования проводились для конструкционного варианта АМП, представленного на рис. 16, с указанными в п. 2 геометрическими параметрами. На рис. 4 представлен вид закона управления (15), соответствующего исходным параметрам системы управления (рис. 2а), а на рис. 5 приведены зависимости сил от осевого смещения ротора, рассчитанные по формулам (20) с использованием схемы замещения, не учитывающей потоки рассеяния (рис. 3б). Эти зависимости позволяют сделать вывод, что при принятых параметрах закона управления неучет сопротивлений магнитопровода приводит к неправильному определению осевой силы, так как во всем диапазоне геометрически возможных отклонений $F_{Mz} \equiv 0$ (рис. 5а). При других параметрах управления, возможно, силовые характеристики могут определяться более точно, но уже этот факт вынуждает отказаться в дальнейшем от использования такого подхода, на что ранее было указано в [9].

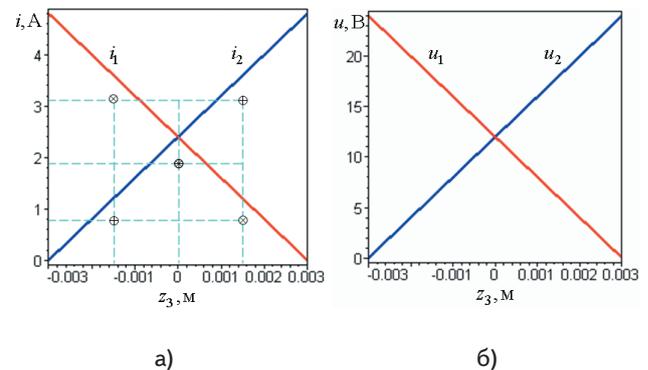


Рис. 4. Закон управления: а) средние токи в обмотках АМП, б) средние напряжения

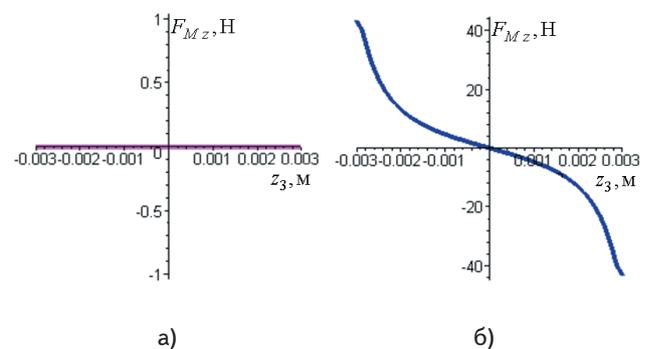


Рис. 5. Зависимости осевой силы, рассчитанные без учета потоков рассеяния при плоскопараллельном зазоре между полюсами и диском АМП: а) без учета, б) с учетом сопротивлений магнитопроводов

Магнитная сила, вычисленная с учетом сопротивлений (рис. 5б), соответствует зависимости, полученной методом конечных элементов (рис. 2б). Сравнительный анализ показывает, что расхождение с расчетными данными не превышает 3%, а с экспериментальными – 5%.

Оценка влияния на результат учета потоков рассеяния согласно схеме замещения (рис. 3а) при сравнении зависимостей сил, представленных на рис. 6, показывает, что расхождение не превосходит 2%, а

это позволяет в дальнейших исследованиях для этого АМП отказаться от их учета.

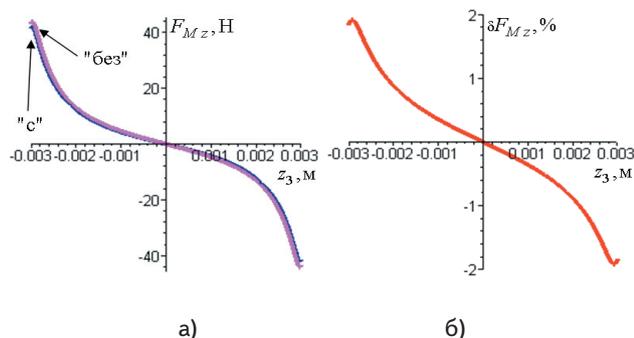


Рис. 6. Сравнение силовых характеристик АМП, рассчитанных с учетом и без учета потоков рассеяния: а) магнитные силы, б) расхождение

Дальнейшие исследования посвящены выяснению границ применимости для расчета сил формул (20), не учитывающих неплоскопараллельность зазора между полюсами и диском. Зависимости от всех обобщенных координат будут определяться выражением для нахождения высоты зазора под элементарной площадкой полюса, которое входит в формулу для вычисления магнитных проводимостей, а значит и сопротивлений воздушных зазоров (12). Эти параметры, рассчитанные с использованием (13) и (14), даны на рис. 7.

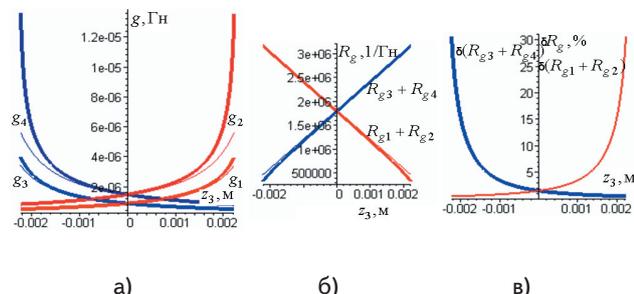


Рис. 7. Магнитные характеристики воздушных зазоров при смещении повернутого вокруг Ох диска: а) проводимости, б) сопротивления, в) погрешность

На рис. 7 иллюстрируется изменение указанных магнитных характеристик в случае модельной ситуации, когда по z смещается диск, повернутый вокруг оси Ох, срединная плоскость которого в центральном положении ($z_3 = 0$) при $k_\delta = 4$ определяется тремя точками:

$$P_1 = (0, 0, 0), P_2 = (0, D_{out3} / 2, \delta_a / k_\delta), P_3 = (D_{out3} / 2, 0, 0). \quad (21)$$

На приведенных рисунках тонкими и толстыми линиями выделены зависимости магнитных проводимостей (рис. 7а) и сопротивлений (рис. 7б), вычисленных соответственно без учета и с учетом зависимости зазора от наклона диска относительно оси Ох. При этом координата z_3 определяет положение центра масс диска. В этом случае, как и в ряде других, определено, что погрешность расчета магнитных сопротивлений без учета зависимости высоты зазора от угловых координат достигает 30% (рис. 7в). Это не позволяет в дальнейшем использовать (13) и требует применения формул (14).

Зависимости сил от осевых смещений ротора с диском, определяемых координатой z_3 , для описанной

расчетной ситуации при различных значениях k_δ в (21) представлены на рис. 8.

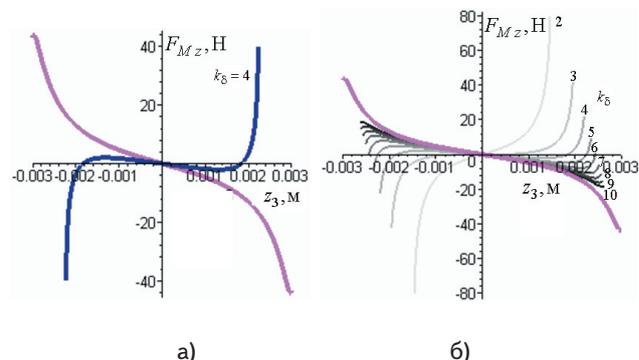


Рис. 8. Зависимости сил в АМП при различных углах поворота диска вокруг Ох, определяемых параметром k_δ : а) при $k_\delta = 4$, б) при $k_\delta = 2..10$

На рис. 8а дано сравнение магнитных сил, рассчитанных при плоскопараллельном зазоре и в случае смещения повернутого диска, угол наклона которого определяется параметром $k_\delta = 4$, т.е. при магнитных проводимостях и сопротивлениях, представленных на рис. 7. Зависимости магнитных сил в осевом направлении создаваемых АМП с заданными параметрами закона управления (рис. 2а) в пределах геометрически возможных осевых отклонений при различных углах поворота диска вокруг Ох представлены на рис. 8б. Здесь и далее характеристика магнитной силы при плоскопараллельном зазоре выделена более жирной линией, а цвет кривых, характеризующих зависимости сил для различных углов наклона определяется шкалой серого цвета, причем, чем светлее, тем больше угол наклона.

Анализ силовых характеристик позволяет сделать вывод, что зависимости магнитных сил в направлении оси Oz при выбранном законе управления с заданными параметрами нелинейны и существенным образом зависят от углов поворота диска относительно осей Ох и Оу, т.е. от всех других обобщенных координат x_1, y_1, x_2, y_2 . А при некоторых углах суммарная магнитная сила из восстанавливающей превращается в отталкивающую, что недопустимо.

Этот факт доказывает невозможность неучета взаимодействия координат, определяющих радиальные и осевые отклонения ротора в магнитных подшипниках при описании динамического поведения этой системы.

6. Магнитные силы при различных параметрах закона управления

Экспериментально полученные значения токов в катушках осевого АМП с заданными параметрами (п. 2), соответствующие различным смещениям диска, имеют значения отмеченные точками на рис. 4а. Их положение выявляет несоответствие принятых в расчетах параметров управления действительным.

На рис. 9 и 10 представлены силовые характеристики этого АМП при различных параметрах закона управления (15) – $k_1 = 2/5$ и $1/4$ соответственно.

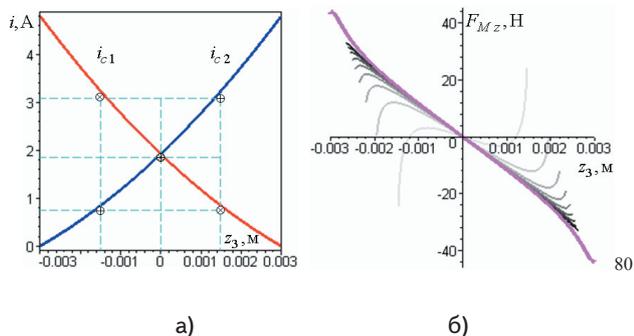


Рис. 9. Характеристики АМП при параметре закона управления $k_i = 0.4$: а) изменение средних токов, б) зависимость магнитной силы

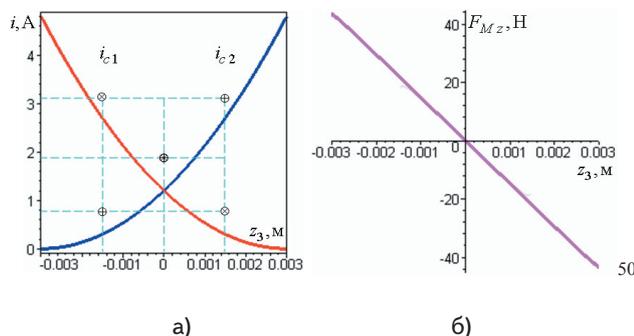


Рис. 10. Характеристики АМП при параметре закона управления $k_i = 0.25$: а) изменение средних токов, б) зависимость магнитной силы

Уточнение параметров закона управления позволило снизить расхождение между экспериментальными данными (рис. 2б) и расчетными (рис. 9б) до 2%.

Результаты расчетов, отображенные на рис. 10, демонстрируют, что подбором параметров закона управления можно добиться минимальной зависимости силовой характеристики осевого АМП от угла наклона диска.

7. Снижение энергопотребления АМП за счет уменьшения зазора

Для рассматриваемого осевого АМП (п. 2) номинальный зазор равен 3мм, что при указанных геометрических размерах магнитопроводов статоров и диска, а также площади полюсов, не является рациональным. Так при данных параметрах АМП в [3, стр. 197] рекомендуемым значением номинального зазора является значение $\delta_a = 1/2$ мм. Тогда для обеспечения такой же несущей способности АМП значения напряжений и токов управления могут быть снижены. Это, конечно же, приведет к снижению энергозатрат. Однако уменьшение номинального зазора ниже некоторого значения может создать эксплуатационные трудности, а также проблемы при выборе параметров управления, обеспечивающих требуемые жесткость и диапазон устойчивости.

На рис. 11 представлены зависимости магнитных сил (рис. 11б), рассчитанные при одновременном уменьшении номинального зазора в 6 раз и снижении напряжения U_0 в 5 раз по сравнению с параметрами, при которых силовые характеристики имеют вид, изображенный на рис. 9б. Анализ рис. 9а и 11а показывает, что при сохранении несущей способности АМП (рис. 9б и 11б) потребляемая им мощность снижается

более чем в 20 раз (так как система управления предполагает работу в импульсном режиме).

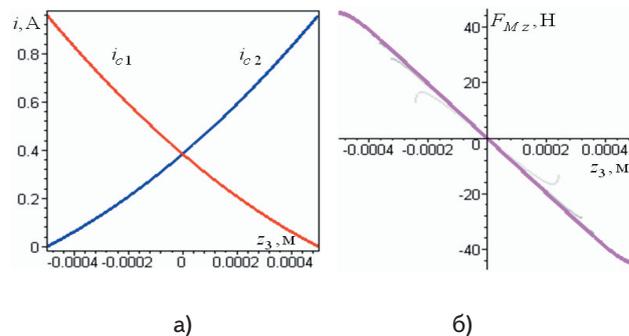


Рис. 11. Характеристики АМП при $\delta_a = 0.5$ мм, $U_0 = 4.8$ В и $k_i = 0.4$: а) изменение средних токов, б) зависимость магнитной силы

8. Радиальные магнитные силы, создаваемые осевым АМП

При проведении расчетных исследований обнаружено, что при неплоскопараллельном зазоре в АМП кроме осевой силы, создаются также и радиальные. Тогда система сил $F_{Mx1}, F_{My1}, F_{Mx2}, F_{My2}, F_{Mz3}$, согласно (8), будет определять главные вектор силы и момент, создаваемые осевым АМП.

Если рассматривать обобщенные координаты x_1, y_1, x_2, y_2 , определяющие радиальные отклонения ротора от положения равновесия (рис. 1б), то силы (8), вычисленные как первые производные по ним, можно рассматривать, например, как усилия в местах радиального опирания ротора (в точках O_1, O_2).

В расчетных исследованиях было принято, что $x_1 = x_2 = 0$, а y_1 и y_2 согласовано изменяются таким образом, чтобы обеспечить только поворот диска вокруг его центра масс. Расчеты выполнены для системы с параметрами: $l_1 = 96.75$ и $l_2 = 192.75$ мм, $\delta_r = 5.5$ мм – геометрически допустимое изменение x_1, y_1, x_2, y_2 в обоих направлениях, например, номинальный зазор в радиальных АМП. На рис. 12 представлены зависимости от координаты y_2 радиальных сил, действующих в точках O_1, O_2 в направлении оси Oy , для различных значений осевого отклонения центра масс диска – $z_{3I} = 0$, $z_{3II} = \pm 1$, $z_{3III} = \pm 2$ мм, причем более светлыми линиями выделены графики, соответствующие отрицательным значениям, а темными – положительным.

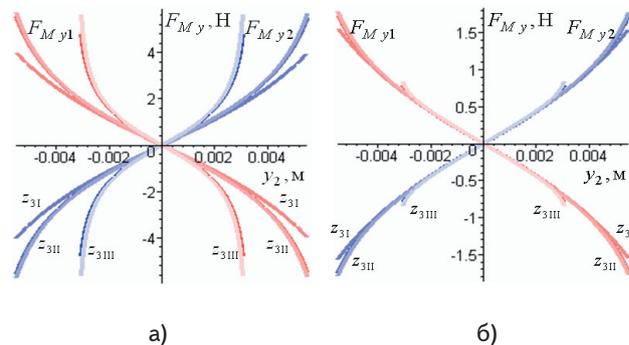


Рис. 12. Зависимости радиальных сил при различных параметрах для $\delta_a = 3 \ll$ и $U_0 = 24$ В : а) при $k_i = 0.4$, б) при $k_i = 0.25$

На рис. 12а и 12б представлены зависимости радиальных сил, рассчитанных при тех же параметрах, что и зависимости осевых сил, изображенных на рис. 9б и 10б соответственно. Анализ этих зависимостей позволяет прийти к выводу о том, что радиальные силы, действующие в местах радиальных опор, носят дестабилизирующий характер и являются отталкивающими, а не восстанавливающими, т.е. при повороте диска вокруг оси (в данном случае Ox) осевым АМП создается момент, действующий в направлении наклона.

Обнаруженная особенность осевого АМП позволяет объяснить поведение системы «ротор на комбинированном магнитном подвесе» [10] в области второй критической скорости вращения, когда ротор совершает движение типа конической прецессии. При проведении экспериментов на лабораторной модели при прохождении этой критической скорости в процессе разгонов наблюдались колебания с амплитудами, в несколько раз превышающими амплитуды колебаний при движении ротора с образованием цилиндрической прецессии вблизи первой критической скорости. С точки зрения приведенных расчетных данных этот факт находит объяснение, так как показано, что осевой АМП создает момент, совпадающий по направлению с угловым отклонением ротора, а это и приводит к увеличению амплитуд отклонений.

Интересным является результат расчета радиальных сил при уменьшении зазора до $\delta_a = 0.5$ мм со снижением управляющего напряжения ($U_0 = 4.8В$), зависимости которых для различных значений осевого отклонения центра масс диска ($z_{31} = 0$, $z_{311} = \pm 0.17$, $z_{3111} = \pm 0.33$ мм) приведены на рис. 13. Причем на рис. 13а показаны радиальные силы, которые рассчитаны при тех же параметрах, что и осевые на рис. 11б. Выявлено, что уменьшение в шесть раз номинального зазора при соответствующем уменьшении напряжения не приводит к изменению величины осевой силы (рис. 9б и 11б), однако величина радиальных усилий возрастает (рис. 12а и 13а). Их уменьшения можно добиться изменением параметров закона управления (рис. 13б).

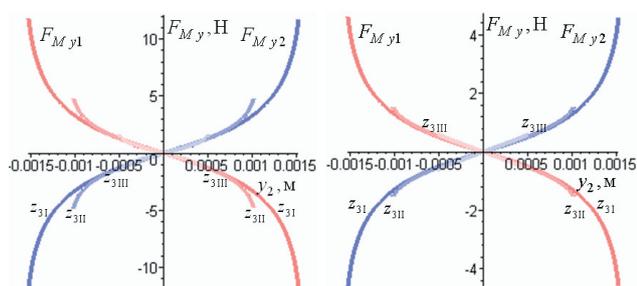


Рис. 13. Зависимости радиальных сил при различных параметрах для $\delta_a = 0.5$ мм и $U_0 = 4.8В$: а) при $k_i = 0.4$, б) при $k_i = 0.25$

9. Выводы

Адекватность предложенного способа аналитического определения магнитных характеристик АМП, таких как потоки, потокосцепления и энергия, электрических токов и механических пондеромоторных сил, доказана сопоставлением результатов расчета для одного из типов осевого АМП с экспериментальными и расчетными

данными, полученными с помощью численных методов. Показано, каким образом можно определить границы применимости эквивалентных схем замещения цепей АМП без учета и с учетом потоков рассеяния. Определена погрешность вычисления пондеромоторных сил в АМП без учета и с учетом взаимосвязанности поступательных и угловых перемещений ротора в АМП. Величина этой погрешности не позволяет пренебрегать ею.

Полученные выражения для указанных характеристик АМП могут использоваться в математических моделях для численного моделирования поведения роторов различных машин, в т.ч. газотранспортных и газотурбинных установок с роторами в магнитных подшипниках при различных эксплуатационных режимах. Кроме того, полученные зависимости пондеромоторных сил с учетом закона управления могут служить для выбора параметров как самих АМП, так и систем и алгоритмов управления, обеспечивающих устойчивость движения ротора на всех режимах работы.

Литература

1. G. Schweitzer, H. Bleuler and A. Traxler Active magnetic bearings. – Zurich: ETH, 1994. – 244 p.
2. Maslen E.H. Magnetic bearings. University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, Virginia, 2000. – 229 p.
3. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с.
4. Мартыненко Г.Ю. Магнитные подшипники как упруго-демпферные опоры роторов с управляемой жесткостью // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2008. – №47. – С. 111-124.
5. G. Martynenko Modelling the dynamics of a rigid rotor in active magnetic bearings [Электронный ресурс]: Proceedings 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2008). – St. Petersburg, 2008. – 6 p
6. Мартыненко Г.Ю. Определение силовых и жесткостных характеристик осевого активного магнитного подшипника при заданном законе управления // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2008. – №36. – С. 133-141.
7. Ульянов Ю.М., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М. Система управління осьовим рухом ротора на комбінованому магнітному підвісі з пасивними радіальними і активним осьовим підшипниками // Зб. наук. пр. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. – Вип. 97. – С. 107-118.
8. Мартыненко Г.Ю. Уточнение математической модели ротора на ЭМП за счет определения магнитной проводимости зазоров под полюсами с учетом взаимовлияния смещений в радиальном и осевом направлениях // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2006. – №32. – С. 179-192.
9. Мартыненко Г.Ю. Математическое описание динамического поведения ротора в магнитных подшипниках в зависимости от принятых упрощений (Часть 1. Жесткий ротор) // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2009.
10. Мартыненко Г. Вибір способу математичного опису динаміки ротора в комбінованому магнітному підвісі на підставі експериментальних досліджень // Дев'ятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці. – Львів: Кінпатрі Лтд., 2009. – С. 52-53.