

УДК 004.942:621.6:622.691

Розглядаються питання математичного моделювання та чисельного аналізу (ЧА) нестационарних неізотермічних (НН) режимів роботи (РР) газотранспортної системи (ГТС). Сформульовано класи задач (КЗ) математичного моделювання та ЧА НН РР ГТС. Вперше розглядається КЗ, в яких граничні умови задаються не тільки в зовнішніх вузлах, але і в проміжних. Запропоновано метод розв'язання сформульованих КЗ

Ключові слова: математичне моделювання, клас задач, метод розв'язку

Рассматриваются вопросы математического моделирования и численного анализа (ЧА) нестационарных неізотермических (НН) режимов работы (РР) газотранспортной системы (ГТС). Сформулированы классы задач (КЗ) математического моделирования и ЧА НН РР ГТС. Впервые рассматривается КЗ, в которых граничные условия (ГУ) задаются не только во внешних узлах, но и в промежуточных. Предложен метод решения сформулированных КЗ

Ключевые слова: математическое моделирование, класс задач, метод решения

The questions of mathematical modeling and numerical analysis (NA) of the unstationary nonisothermal (UN) modes of operations (MO) of the gas-transport system (GTS) are examined. The classes of tasks of mathematical modeling and NA UN MO of the GTS are formulated. The class of tasks, which differs from the known fact that in this class of tasks the boundary conditions set not only in external graph junction but also in the intermediate. The method of solution of the formulated classes of tasks is offered

Key words: mathematical modeling, classes of tasks, the method of solution

КЛАССЫ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ГАЗОТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ

И. Г. Гусарова

Кандидат технических наук, профессор*

Ю. В. Боярская

Ассистент*

*Кафедра прикладной математики

Харьковский национальный университет

радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, Украина, Харьков, Украина, 61166

Контактный тел.: (057) 702-14-36

E-mail: yuliya.vladi@gmail.com

1. Введение

Исторически сложилось так, что наиболее значительные транзитные потоки природного газа в Европе проходят через территорию Украины. На данном этапе развития газовых отношений между потребителями природного газа (Западная Европа) и восточными территориями, располагающими большими ресурсами газа, Украине очень важно оставаться надежным партнером в этих отношениях. Поэтому целями украинской ГТС является стабильное и бесперебойное функционирование рынков газа и экономически эффективное удовлетворение внутреннего и внешнего спроса на газ. Это приводит к необходимости обеспечения жесткого и безаварийного технологического режима, а также эффективного управления ГТС.

Украинская ГТС отличается не только большой разветвленностью, территориальной рассредоточенностью и удаленностью объектов, но и значительной нестационарностью РР, что значительно затрудняет поддержание заданного стабильного и безаварийного РР ГТС. Для решения такого рода проблем очень широко применяется математическое моделирование НН РР ГТС, позволяющее адекватно описывать и прогнозировать реакцию системы на различные возмущения, что дает возможность контролировать имеющийся РР ГТС по отклонению от планового, а также проводить подробный комплексный анализ сложившейся предаварийной или аварийной ситуации, прогнозировать ее развитие и, на основании этого, давать рекомендации относительно управляющего воздействия, которое позволит эффективно управлять системой в той или иной опасной ситуации.

Математическое моделирование НН РР ГТС сводится к разработке наиболее адекватной математической модели (ММ) ГТС, постановке различных классов задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, а также разработке методов их решения.

В связи с этим в данной работе впервые:

- были сформулированы классы задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, которые определяются ММ НН РР ГТС заданной структуры, начальными условиями и различными типами ГУ, отличающиеся от известных введением в рассмотрение класса задач, где ГУ задаются не только во внешних узлах графа, но и в промежуточных, что позволяет моделировать всевозможные РР ГТС, изменение ее структуры, а также работу системы автоматического управления (САУ) компрессорным цехом (КЦ);

- показано, что решение данных задач сводится к решению начально-краевых задач, то есть к решению взаимосвязанных систем ДУ в частных производных гиперболического типа, заданных на графе ГТС с заданными начальными и ГУ;

- усовершенствован предложенный ранее метод решения взаимосвязанной системы уравнений ММ ННРР ГТС, путем учета в нем возможности задавать ГУ в промежуточных узлах графа, задающего структуру ГТС, что позволило расширить возможности моделирования КЦ и применять данный метод для расчетов неустановившихся РР ГТС в случаях, когда работает САУ КЦ.

2. Постановка задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС

Постановка задачи моделирования ННРР ГТС заключается в выборе и построении ММ ННРР ГТС, а также задании начальных и ГУ параметров газового потока (давления, расхода и температуры газа).

ГТС, с точки зрения моделирования РР, в конечном счете, сводится к моделированию РР основных объектов ГТС: участков трубопровода (УТ), газоперекачивающих агрегатов (ГПА), аппаратов воздушного охлаждения (АВО) и запорной арматуры (ЗА). В свою очередь ГПА и АВО входят в состав КЦ: КЦ состоит из одной группы ГПА или их параллельного соединения, имеющего общий вход и общий выход. На КЦ также находятся один или несколько АВО, работающие параллельно. Не нарушая общности считаем, что вход КЦ совпадает с входом ГПА, а выход – с выходом АВО, которые моделируют группу ГПА и группу АВО. Некоторые КЦ, в свою очередь, оборудованы средствами локальной автоматики.

РР ГПА, АВО и ЗА являются стационарными, что позволяет при описании их ММ использовать алгебраические уравнения. Режимы течения (РТ) газа через УТ являются НН, что приводит к необходимости использовать более сложные ММ, в частности, описываемые ДУ в частных производных гиперболического типа. Данные ММ связываются условиями согласования параметров газового потока в узлах графа ГТС. Согласованные ММ ГПА и АВО позволяют моделировать КЦ.

С целью визуализации и наглядности процессов, ГТС можно описывать и исследовать посредством

теории графов [1, 2]. Поэтому модель структуры ГТС может быть представлена графом, дугами которого являются основные технологические объекты ГТС: УТ, ГПА, АВО и ЗА. Моделируемые объекты отражают основной состав и типы оборудования реальной ГТС, а граф схемы – их технологически связи [1]. Узлы графа представляют собой места соединения моделируемых объектов между собой.

Множество дуг $M = M_1 \cup M_2 \cup M_3 \cup M_4$, где M_1 – множество дуг графа, соответствующих УТ, M_2 – множество дуг графа, соответствующих ГПА, M_3 – множество дуг графа, соответствующих АВО, M_4 – множество дуг графа, соответствующих ЗА. Множество узлов $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7 \cup V_8 \cup V_9$, где V_1 – множество внешних узлов графа, соответствующих входам ГТС, V_2 – множество промежуточных узлов графа, соответствующих соединению двух или более УТ, V_3 – множество внешних узлов графа, соответствующих выходам ГТС, V_4, V_5 – множества промежуточных узлов графа, соответствующих входам и выходам всех ГПА из M_2 соответственно, V_6, V_7 – множества промежуточных узлов графа, соответствующих входам и выходам всех АВО из M_3 соответственно, V_8, V_9 – множества промежуточных узлов графа, соответствующих входам и выходам всех ЗА из M_4 соответственно.

Выбор и вывод ММ УТ, ГПА, АВО и ЗА подробно изложен в [3, 4, 5, 6]. Перепишем эти ММ РР в удобных для формирования общей ММ ННРР ГТС обозначениях.

Таким образом, уравнения для i -го УТ ($i \in M_1$) примут вид [3]:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} + B_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} = \Phi_i, i \in M_1, \tag{1}$$

где (индекс i для удобства опущен), $\varphi = (W, P, T)$,

$$B = \begin{bmatrix} 2\alpha TS \frac{W}{P} & 1 - \alpha TS \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha TS & 0 & 0 \\ \left(\frac{T\gamma}{T - \gamma D_j P} - 1 \right) \frac{\alpha S T^2}{P} & - \frac{\alpha S \gamma D_j}{T - \gamma D_j P} \frac{T^2 W}{P} & \frac{\alpha S \gamma}{T - \gamma D_j P} \frac{T^2 W}{P} \end{bmatrix},$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\beta TS \frac{W|W|}{P} - \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ - \frac{4K(\gamma - 1)}{D} \frac{T^2(T - T_{rp})}{P(T - PD_j \gamma)} - \frac{g(\gamma - 1)}{T - PD_j \gamma} \frac{T^2 W}{P} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix},$$

$$\alpha = \frac{z g R}{S}, \beta = \frac{\lambda \alpha}{2D}, \gamma = \frac{C_p}{C_p - z g R},$$

S – площадь поперечного сечения трубы (m^2), $W(x,t)$, $P(x,t)$, $T(x,t)$ – удельный массовый расход ($kg/c \cdot m^2$), давление (Па) и температура (К) газа, C_p – удельная теплоемкость газа ($Dж / kg \cdot K$), R – газовая постоянная ($Dж / kg \cdot K$), z – коэффициент сжимаемости газа, g – ускорение свободного падения (m/c^2), D – диа-

метр трубы (м), h – глубина залегания трубы (м), K – коэффициент теплопередачи от трубы к грунту (Дж / м³ · с · К), $T_{гр}$ – температура грунта (К), λ – коэффициент гидравлического сопротивления, β – поправка Кориолиса на неравномерное распределение скоростей в сечении, D_j – коэффициент Джоуля-Томсона (К / Па).

В свою очередь, уравнения для i -го ГПА (i -ой группы ГПА) ($i \in M_2$) примут вид [4]:

$$P_i(x^{++}, t) = \epsilon_i \cdot P_i(x^+, t), \tag{2}$$

$$T_i(x^{++}, t) = \epsilon_i^{\frac{m_i-1}{m_i}} \cdot T_i(x^+, t), i \in M_2, \tag{3}$$

где $P_i(x^{++}, t), T_i(x^{++}, t)$ – давление (0) и температура (К) газа в конце i -ой дуги, что соответствует выходу i -го ГПА, $P_i(x^+, t), T_i(x^+, t)$ – давление и температура (К) газа в начале i -ой дуги, что соответствует входу i -го ГПА, m_i – показатель политропы, ϵ_i – степень сжатия газа на i -ом ГПА.

Для i -го АВО (или для i -ой установки охлаждения газа (УОГ), состоящей из нескольких АВО, работающих параллельно) ($i \in M_3$) исходные уравнения в свою очередь переписутся следующим образом [5]:

$$P_i(x^{++}, t) = P_i(x^+, t) - \Delta P_i, \tag{4}$$

$$T_i(x^{++}, t) = T_i(x^+, t) - \frac{Q_i}{\rho_{в.ст} \cdot q_i \cdot \Delta \cdot C_{p,г}}, i \in M_3, \tag{5}$$

где $P_i(x^{++}, t), T_i(x^{++}, t)$ – давление (Па) и температура (К) газа в конце i -ой дуги, что соответствует выходу i -го АВО, $P_i(x^+, t), T_i(x^+, t)$ – давление (Па) и температура (К) газа в начале i -ой дуги, что соответствует входу i -го АВО, ΔP_i – значение падения давления газа при прохождении i -го АВО (Па), Q_i – число переданного тепла i -м АВО (ккал/час), $\rho_{в.ст}$ – плотность воздуха при стандартных условиях (кг/м³), q_i – коммерческий расход газа (млн.м³/сут), проходящий через i -й АВО, Δ – относительный удельный вес газа по воздуху (кг/м³), $C_{p,г}$ – коэффициент теплоемкости газа (Дж/кг · К).

Условно все виды ЗА, являющиеся по своей сути местными сопротивлениями, сужающими сечение трубы (затворы, задвижки, клапаны, вентили и краны), будем называть кранами. Тогда для i -го крана ($i \in M_4$) уравнения имеют следующий вид [6]:

$$P_i(x^{++}, t) = P_i(x^+, t) - \zeta \frac{R \cdot g}{2F_{кр}^2} \cdot \frac{T_i(x^{++}, t)^{z_{кр}}}{P_i(x^{++}, t)} G_i^2(x^+, t), \tag{6}$$

$$T_i(x^{++}, t) = T_i(x^+, t) - D_{ji} (P_i(x^+, t) - P_i(x^{++}, t)), \tag{7}$$

где $P_i(x^{++}, t), T_i(x^{++}, t)$ – давление (Па) и температура (К) газа в конце i -ой дуги, что соответствует выходу i -го крана, $P_i(x^+, t), T_i(x^+, t)$ – давление и температура (К) газа в начале i -ой дуги, что соответствует входу i -го крана, ζ – суммарный коэффициент сопротивления, D_{ji} – коэффициент Джоуля-Томсона для i -го крана, $z_{кр}$ – коэффициент сжимаемости на выходе крана, $F_{кр}$ – площадь сечения трубы за краном (м²), G_i – массовый расход газа (кг/с) через кран.

Для описания технологических связей между моделируемыми объектами используются условия согласования параметров газового потока в соответствующих узлах графа ГТС.

Таким образом, условия согласования параметров газового потока для m -го промежуточного узла графа ГТС ($m \in V_2 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7 \cup V_8 \cup V_9$) (узла соединения двух или более дуг) принимают для расхода, давления и температуры соответственно следующий вид [3, 4, 5, 6]:

$$\sum_{j \in V_m^+} G_j(x^{++}, t) = \sum_{i \in V_m^-} G_i(x^+, t), \tag{8}$$

$$m \in V_2 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7 \cup V_8 \cup V_9,$$

$$P_{yz}^m = P_j(x^{++}, t) = P_i(x^+, t), j \in V_m^+, i \in V_m^-, \tag{9}$$

$$m \in V_2 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7 \cup V_8 \cup V_9,$$

$$\sum_{j \in V_m^+} \left((G_j(x^{++}, t))^+ \cdot T_j(x^{++}, t) \right) + \sum_{i \in V_m^-} \left((G_i(x^+, t))^- \cdot T_i(x^+, t) \right) = \tag{10}$$

$$= T_{cp}^m \cdot \left(\sum_{j \in V_m^+} (G_j(x^{++}, t))^+ + \sum_{i \in V_m^-} (G_i(x^+, t))^- \right),$$

кроме того, если $G_j(x^{++}, t) < 0$, то $T_j^m(x^{++}, t) = T_{cp}^m(t)$, $j \in V_m^+$; если $G_i(x^+, t) > 0$, то $T_i^m(x^+, t) = T_{cp}^m(t)$, $i \in V_m^-$, где $(a)^+ = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases}$, $(a)^- = \begin{cases} -a, & a < 0 \\ 0, & a \geq 0 \end{cases}$, $G(E, t) = W(x, t) \cdot S$ – массовый расход газа (кг/с), x^+, x^{++} – начало и конец соответствующей дуги, t – временная координата, V_m^+, V_m^- – множество индексов дуг, входящих и выходящих из m -го узла графа ГТС, $T_{cp}^m(t)$ – средняя температура газа, вытекающего из m -го узла графа ГТС (К), P_{yz}^m – давление в m -м узле графа ГТС (Па).

Таким образом, на основании вышеизложенного, общая ММ ННРР ГТС представляет собой взаимосвязанные системы ДУ в частных производных гиперболического типа (матричная форма (1)), соответствующие каждому УТ, системы нелинейных алгебраических уравнений (2) – (3), соответствующие каждому ГПА, системы линейных алгебраических уравнений (4) – (5), соответствующие каждому АВО, а также системы нелинейных алгебраических уравнений (6) – (7), соответствующие каждому крану, заданные на графе ГТС, которые связаны между собой системами нелинейных алгебраических уравнений, соответствующих условиям согласования параметров газового потока в промежуточных узлах графа ГТС (8) – (10).

Для того, чтобы система уравнений общей ММ ННРР ГТС (1) – (10) была разрешимой, в дополнение к основным уравнениям ММ РР ГТС необходимо также задать начальные и ГУ. Пусть m – номер узла, в котором будем задавать ГУ, тогда будем считать, что для m -го узла задано

$$\text{ГУ 1-го типа, если: } P_{yz}^m(t) = P^m(t), \tag{11}$$

$$\text{ГУ 2-го типа, если: } G_V^m(t) = G^m(t), \tag{12}$$

$$\text{ГУ 3-го типа, если: } T_{yz}^m(t) = T^m(t), \tag{13}$$

где $P_{yz}^m(t), G_V^m(t), T_{yz}^m(t)$ – давление, расход и температура газа в m -ом узле, $P^m(t), G^m(t), T^m(t)$ функции, зависящие от времени t .

В данной работе впервые рассматриваются ГУ не только на входах и выходах ГТС (внешних узлах), но и в промежуточных, а именно в узлах, которые являются выходами АВО, то есть соответствуют выходам КЦ, снабженных САУ КЦ.

Начальное условие для расчета НН РР ГТС определяется заданием распределения расходов, давлений и температур в начальный момент времени для всех УТ и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} W_i(x_i, 0) &= W_i^0(x_i), \quad P_i(x_i, 0) = P_i^0(x_i), \\ T_i(x_i, 0) &= T_i^0(x_i), \end{aligned} \quad (14)$$

где $x_i \in [x_i^+, x_i^{++}]$, $\forall i \in M_1$, x_i^+, x_i^{++} – начальная и конечная координаты соответствующего УТ, $W_i^0(x_i), P_i^0(x_i), T_i^0(x_i)$ – известные функции.

3. Классификация задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС

Классификация задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС производится на основе рассмотрения соответствующих им начально-краевых задач решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных, к решению которых сводится решение исходных задач математического моделирования и ЧА. Начально-краевые задачи решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных классифицируются в зависимости от того задаются ГУ только во внешних узлах, задаются ГУ во внешних и промежуточных узлах, а также в зависимости от того, приводит ли решение задачи к изменению структуры графа, задающего структуру ГТС.

3.1. Класс задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанный с отключением/подключением крупного потребителя

Наиболее простым, с точки зрения описания, является класс задач математического моделирования и ЧА НН РР ГТС, связанный с отключением/подключением крупного потребителя. Моделирование данной ситуации связано с резким изменением ГУ в узле, являющимся местом отключения/подключения крупного потребителя, что никак не влияет на структуру расчетного графа, задающего структуру ГТС. РР ГТС в этом случае становятся НН [7]. ММ НН РР ГТС, в данном случае имеет вид (1) – (10) и включает в себя ММ УТ, описываемую системами квазилинейных ДУ в частных производных гиперболического типа, и модели технологических элементов – ЗА, ГПА и АВО, описываемые системами нелинейных алгебраических уравнений, взаимосвязанные условиями согласования в узлах графа, задающего структуру данной ГТС, и определяется на этом графе. Кроме этого, для каждого УТ задаются также начальные условия вида (14).

Данная начально-краевая задача определяется заданием ГУ во внешних узлах ГТС, в частности, в узлах входов и выходов ГТС задаются ГУ 1-го или 2-го ти-

пов ((11), (12)), причем на входах ГТС также задается ГУ 3-го типа (13).

То есть, для m -го узла, являющегося входом ГТС ($m \in V_1$), ГУ примут вид:

$$\begin{cases} P_{yz}^m(t) = P^m(t), \\ G_V^m(t) = G^m(t), \\ T_{yz}^m(t) = T^m(t). \end{cases} \quad (15)$$

Для m -го узла, являющегося выходом ГТС ($m \in V_3$), ГУ примут вид:

$$\begin{cases} P_{yz}^m(t) = P^m(t), \\ G_V^m(t) = G^m(t). \end{cases} \quad (16)$$

Причем в узле, в котором происходит отключение/подключение потребителя в момент времени t_0 ($t_0 > 0$) задается резкое изменение функции расхода $G^m(t)$ (или функции давления $P^m(t)$) ПГ, моделирующее отключение/подключение крупного потребителя.

3.2. Класс задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанный с работой САУ КЦ

Как говорилось ранее, было предложено задавать ГУ в промежуточных узлах, являющихся выходами КЦ, что позволит моделировать работу САУ КЦ. Напомним, что КЦ представляется как одна группа ГПА или их параллельное соединение, имеющее общий вход и общий выход [4, 6]. На КЦ также находятся УОГ – один или несколько АВО работающие параллельно [5]. Вход КЦ совпадает с входом ГПА, а выход – с выходом АВО (УОГ). В свою очередь, наличие на КЦ средств локальной автоматики (САУ КЦ) позволяет поддерживать давление и температуру газа на выходе с КЦ в заданном режиме.

Таким образом, можно сформулировать следующую начально-краевую задачу решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных, характеризующуюся заданием ГУ не только во внешних, но и в промежуточных узлах графа $G(V, M)$, являющихся выходами КЦ, совпадающими с выходами АВО (УОГ), в частности, задачу математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанную с работой САУ КЦ.

Постановка данного класса задач, как и предыдущего, заключается в задании ММ, описывающей ННРР ГТС заданной структуры (1) – (10), начальных условий (14) и ГУ. Во внешних узлах ($m \in V_1 \cup V_3$) задаются ГУ (15) – (16), а в m -ом промежуточном узле, являющимся выходом i -го КЦ ($i \in M_2$), состоящего из ГПА и АВО (не нарушая общности считаем, что i -ый КЦ состоит из i -го ГПА и i -го АВО), ГУ выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} P_{yz}^m(t) = P^m(t), \\ T_{yz}^m(t) = T^m(t), \quad m \in \tilde{V}_7, \end{cases} \quad (17)$$

где \tilde{V}_7 – множество узлов, соответствующих выходам АВО КЦ, снабженных САУ КЦ.

То есть задаются ГУ 1-го и 3-го типов, моделирующие ситуацию работы на КЦ средств локальной автоматики, позволяющих поддерживать давление и температуру газа на выходе с КЦ в заданном режиме.

3.3. Класс задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанный с аварийным отключением КЦ

Моделирование ННРР ГТС, связанное с аварийным отключением КЦ, характеризуется внесением изменений в структуру расчетного графа $G(V, M)$ [7]. Пусть аварийное отключение КЦ произошло в момент времени $t = t_0$. Тогда до момента времени $t = t_0$ начально-краевая задача решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных в общем виде представляет собой задачу, описанную в пункте 3.1, а, если работает САУ КЦ, то в 3.2. Далее в момент времени $t = t_0$ происходит остановка i -го КЦ, что приводит к изменению структуры расчетного графа $G(V, M)$: дуги графа, что соответствуют i -му КЦ ($i \in M_2$) удаляются из графа сети, а промежуточные узлы, соответствующие входу и выходу КЦ, m_4 и m_7 ($m_4 \in V_4, m_7 \in V_7$), соответственно, становятся узлами, принадлежащими множеству V_3 , в которых задается ГУ (12) 2-го типа, а именно, задается ГУ:

$$\begin{cases} G_V^{m_4}(t) = 0, t \geq t_0, \\ G_V^{m_7}(t) = 0, t \geq t_0. \end{cases} \quad (18)$$

Тогда с момента времени $t = t_0$ до момента $t = t_k$ расчет значений параметров газа проводится либо на графе $\tilde{G}(\tilde{V}, \tilde{M})$, получившемся в результате изменений структуры расчетного графа $G(V, M)$, либо на двух подграфах $G^1(V^1, M^1)$ и $G^2(V^2, M^2)$, которые получаются, если расчетный граф становится несвязным, то есть разбивается на два подграфа. Поиск момента времени t_k , в котором кран на КЦ открывается и газ без компримирования проходит через КЦ, а структура графа ГТС снова изменяется и узлы m_4 и m_7 сливаются и становятся одним промежуточным узлом m_2 ($m_2 \in V_2$) осуществляется по следующему критерию: $|P_{ys}^{m_4}(t_k) - P_{ys}^{m_7}(t_k)| < \epsilon$, где ϵ – заданная точность. После выполнения данного критерия, расчеты продолжают на графе $\tilde{G}(\tilde{V}, \tilde{M})$, полученном, как описывалось ранее, слиянием двух узлов в промежуточный узел, и задача снова принимает вид, описанный в пункте 3.1 (если работает САУ КЦ, то 3.2).

Таким образом, задача математического моделирования и ЧА ННРР ГТС при аварийном отключении КЦ, сводится к последовательности начально-краевых задач решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных, заданных на графе ГТС, то есть к решению взаимосвязанных систем ДУ в частных производных гиперболического типа с заданными начальными и граничными условиями, которые могут быть заданы как во внешних узлах графа сети, так и в промежуточных.

4. Метод решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с работой САУ КЦ

Так как метод решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с отключением/подключением крупного потребителя уже был рассмотрен в [3, 4, 5, 6], остановимся более подробно на основывающемся на нем методе решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с работой САУ КЦ.

Для решения данного класса задач были взяты за основу и усовершенствованы предложенные ранее метод и алгоритм решения системы уравнений ММ НН РТ газа по УТ, а также, как говорилось ранее, метод решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с отключением/подключением крупного потребителя. Метод был усовершенствован путем учета в нем возможности задавать ГУ в промежуточных узлах графа ($m \in \tilde{V}_7$), задающего структуру ГТС, что позволило расширить возможности моделирования КЦ и применять данный метод для расчетов неустановившихся РР ГТС в случаях, когда работает САУ КЦ.

Напомним, что метод решения взаимосвязанной системы уравнений ММ ННРР ГТС основан на применении метода конечных разностей. Аппроксимация уравнений системы, соответствующих УТ, проводится с использованием неявной конечно-разностной схемы, определенной на четырехточечном шаблоне. После замены частных производных в системе ДУ получаем систему нелинейных алгебраических уравнений, которая является дискретным аналогом системы уравнений общей ММ НН РР ГТС. Далее дискретный аналог решается методом Ньютона путем линеаризации. Полученная линейная система, состоящая из линейных уравнений, описывающих РТ газа по УТ, линеаризованных уравнений ММ КЦ (состоящих из линеаризованных ММ ГПА и АВО, согласованных с помощью условий согласования), линеаризованных уравнений ЗА и линеаризованных условий согласования, является переопределенной, то есть содержит большее количество уравнений, чем количество переменных, и ее необходимо преобразовать. Ранее предложенный авторами метод сведения переопределенной системы уравнений к определенной позволяет существенно сократить размерность линейной системы и обеспечивает ее разрешимость в алгебраическом смысле. Его суть состоит в том, что часть переменных с помощью условий согласования исключается из системы линейных уравнений. А именно, для промежуточных узлов, соответствующих соединению нескольких УТ, исключается из системы уравнений переменная по расходу газа и все переменные по давлению, кроме одной [4, 5, 6]. В свою очередь, совместный расчет НН РТ газа через i -й КЦ и прилегающие к нему j -й и l -й УТ (в КЦ может входить один j -й и выходить один l -й УТ) предлагается осуществлять следующим способом. Уравнения по давлению и температуре для 0-ой точки УТ, находящегося за КЦ, заменяются на уравнения, соответствующие КЦ, а уравнение по расходу остается прежним. А именно, необходимо для 0-ой точки l -го УТ ($l \in M_1$), находящегося за i -м КЦ ($i \in M_2$), оставив невязку для расхода в том же виде, заменить выражения для второй и третьей невязок для давления и температуры на невязки, полученные из уравнений ММ КЦ с учетом условий согласования. Далее, переменная по расходу исключается из системы с учетом соответствующих КЦ условий согласования [4].

Все эти преобразования помогают свести переопределенную систему к определенной, в которой число переменных совпадает с числом уравнений.

Полученная линейная система уравнений решается относительно векторов поправок к неизвестным.

На каждом шаге итерационного процесса после нахождения параметров газового потока на каждом временном слое вычисляется средняя температура газа в промежуточных узлах графа ГТС, соответствующих соединению нескольких УТ ($m \in V_2$), а также с помощью условий согласования находятся значения неизвестных, удаленных ранее из системы уравнений.

Однако для того, чтобы учесть возможность задавать ГУ в промежуточных узлах графа, соответствующих выходу i -го КЦ снабженного САУ КЦ ($m \in \tilde{V}_7$), исходный метод решения системы уравнений (1) – (13), описывающих ММ ННРР ГТС, был усовершенствован за счет следующих преобразований.

Рассмотрим систему линейных уравнений, описывающую совместный расчет НН РТ газа через i -й КЦ и прилегающие к нему j -й и l -й УТ (система построена описанным ранее способом). Как говорилось ранее, САУ КЦ поддерживает на выходе давление и температуру газа в заданном режиме, следовательно, согласно постановке задачи, на выходе КЦ необходимо задать ГУ (17). Так как выход КЦ совпадает с началом УТ, находящегося за КЦ, то, согласно условиям согласования, ГУ необходимо задать в 0-ой точке l -го УТ ($l \in M_l$), находящегося за i -м КЦ. А именно, значения, полученные из ГУ (17), на каждом временном слое присваиваются переменным $P_0^{k,s,l}$ и $T_0^{k,s,l}$, при этом, уравнения, соответствующие давлению и температуре в этой точке, заменяются другими.

В частности, уравнения:

$$\left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial W} \right]_{N_j}^{k,s-1,l} \cdot \frac{S^l}{S^j} \cdot \delta W_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial P} \right]_{N_j}^{k,s-1,j} \cdot \delta P_{N_j}^{k,s,j} + \left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial T} \right]_{N_j}^{k,s-1,j} \cdot \delta T_{N_j}^{k,s,j} + \left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial W} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta W_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial P} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta P_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial T} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta T_0^{k,s,l} = \psi_{0,2}^{k,s-1,l},$$

$$\left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial W} \right]_{N_j}^{k,s-1,l} \cdot \frac{S^l}{S^j} \cdot \delta W_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial P} \right]_{N_j}^{k,s-1,j} \cdot \delta P_{N_j}^{k,s,j} + \left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial T} \right]_{N_j}^{k,s-1,j} \cdot \delta T_{N_j}^{k,s,j} + \left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial W} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta W_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial P} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta P_0^{k,s,l} + \left[\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial T} \right]_0^{k,s-1,l} \cdot \delta T_0^{k,s,l} = \psi_{0,3}^{k,s-1,l}$$

заменяются в общей системе линейных уравнений следующими уравнениями:

$$\delta P_0^{k,s,l} = 0, \\ \delta T_0^{k,s,l} = 0.$$

Таким же образом, задаются ГУ и во внешних узлах.

Далее полученная система линейных уравнений решается, как говорилось ранее, относительно векторов поправок к неизвестным.

5. Практическая реализация и исследование полученных результатов

Рассмотрим один из практических примеров решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с работой САУ КЦ, рассчитанный при помощи

программного модуля, разработанного на основании предложенного выше метода решения данного класса задач.

Объектом рассмотрения является участок ГТС, объединяющий три КЦ, содержащие в себе группы ГПА (количество работающих ГПА меняется в зависимости от коммерческого расхода, проходящего через КЦ) и УОГ (каждая из которых состоит из трех АВО) соединенные между собой многониточными линейными частями ГТС, состоящими из трех параллельно проложенных ниток. Все краны на данном участке ГТС открыты. На одной из КЦ (узел 2) работают средства локальной автоматики. Расчетная схема данного участка ГТС представлена на рис. 1.

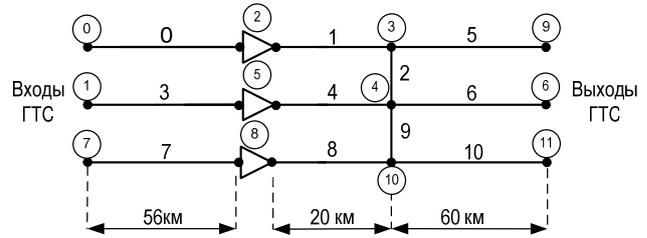


Рис. 1. Расчетная схема участка ГТС

Задача решалась на пространственно-временной сетке с шагами $\Delta x = 20$ км и $\Delta t = 30$ мин. на период времени 24 ч. В качестве начального условия принимаем стационарное течение газа с давлением $P = 84,636$ атм, температурой $T = 40^\circ\text{C}$ и суммарным коммерческим расходом природного газа равным 306,798 млн.м³/сут. Также при моделировании работы АВО учитывались суточные колебания температуры воздуха: через 300 мин. от начала моделирования, в течение 120 мин., температура воздуха поднялась с 10°C до 20°C , а с 990 мин. начала также опускаться до прежнего уровня.

Таблица 1

Граничные условия			
Узлы сети	Значения во внешних узлах сети	Узлы сети	Значения во внешних узлах сети
Во внешних узлах			
0	$P(t) = 84,636$ атм $T(t) = 40^\circ\text{C}$	9	$q(t) = 102$ млн. м ³ в сут, $t \geq 0$ мин
1	$P(t) = 84,636$ атм $T(t) = 40^\circ\text{C}$	6	$q(t) = \begin{cases} 102 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут, } t = 0 \text{ мин,} \\ 25 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут, } t > 0 \text{ мин.} \end{cases}$
7	$P(t) = 84,636$ атм $T(t) = 40^\circ\text{C}$	11	$q(t) = \begin{cases} 102 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут, } t = 0 \text{ мин,} \\ 25 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут, } t > 0 \text{ мин.} \end{cases}$
В промежуточном узле			
2	$P(t) = \begin{cases} 80 \text{ атм, } t \leq 360 \text{ мин,} \\ 83 \text{ атм, } 360 < t < 900 \text{ мин,} \\ 80 \text{ атм, } t \geq 900 \text{ мин.} \end{cases}$	$T(t) = \begin{cases} 38^\circ\text{C, } t \leq 360 \text{ мин,} \\ 41^\circ\text{C, } 360 < t < 900 \text{ мин,} \\ 38^\circ\text{C, } t \geq 900 \text{ мин.} \end{cases}$	

Ниже приведены графики зависимости параметров газового потока от времени. На рис. 2 – 4 представлен переходной процесс, моделирующий заданное по определенному ступенчатому временному закону уменьшение выходного расхода в 6, 11 узлах ГТС с постоянным расходом в 9 узле рассматриваемого участка ГТС, а также изменения граничных условий во 2 узле. При моделировании каждый УТ разбивался на два участка разбиения, т.е. три точки разбиения: 0, 1, 2.

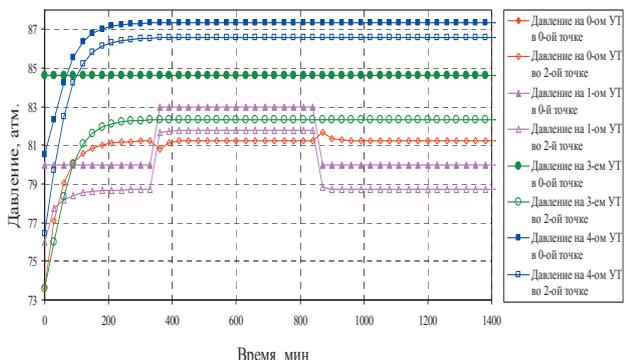


Рис. 2. График зависимости давления газа от времени

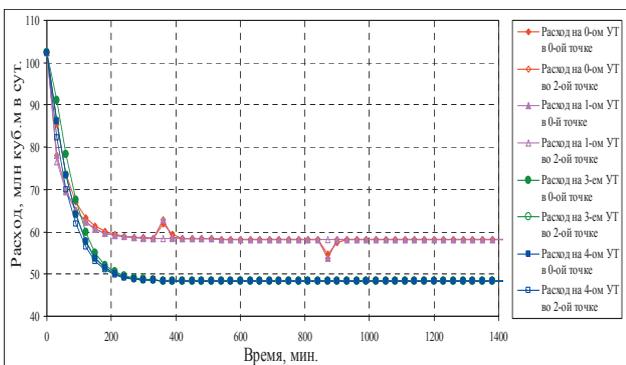


Рис. 3. График зависимости расхода газа от времени

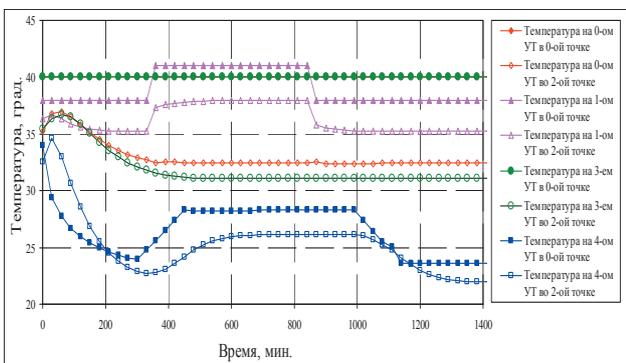


Рис. 4. График зависимости температуры газа от времени

6. Выводы

Научная новизна:

– впервые были сформулированы классы задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, которые определяются ММ НН РР ГТС заданной структу-

ры, начальными условиями и различными типами ГУ, отличающиеся от известных введением в рассмотрение класса задач, где ГУ начально-краевой задачи решения взаимосвязанных систем ДУ в частных производных гиперболического типа задаются не только во внешних узлах графа, но и в промежуточных, что позволяет моделировать всевозможные РР ГТС, изменение ее структуры, а также работу САУ КЦ;

– усовершенствован предложенный ранее метод решения взаимосвязанной системы уравнений ММ ННРР ГТС, путем учета в нем возможности задавать ГУ в промежуточных узлах графа, задающего структуру ГТС, что позволило расширить возможности моделирования КЦ и применять данный метод для расчетов неуставившихся РР ГТС в случаях, когда работает САУ КЦ.

На различных тестовых примерах была проведена верификация предложенного метода решения класса задач математического моделирования и ЧА ННРР ГТС, связанного с работой САУ КЦ. Результаты расчетов показали высокую степень точности полученных данных, что свидетельствует об адекватности построенной модели и метода ее решения.

Полученные практические результаты позволили, кроме прочего, исследовать влияние работы САУ КЦ на прилегающие к нему УТ, что в свою очередь, позволит обеспечить более безопасную эксплуатацию ГТС путем прогнозирования и своевременного предупреждения аварийных ситуаций, повысить эффективность управления РР ГТС режимами транспорта газа за счет использования предложенных ММ, методов и алгоритмов.

Литература

1. Сарданашвили С. А. Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа) [Текст] / С. А. Сарданашвили. – М. : ФГУП изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им И.М. Губкина, 2005. – 577с.
2. Харари Ф. Теория графов [Текст]: пер. с англ. – Козырев В. П.; М. Едиториал, УРСС, 2003. – 296 с
3. Тевяшев А. Д. Учет эффекта Джоуля-Томсона в тепловых расчетах для участка магистрального газопровода / А. Д. Тевяшев, И. Г. Гусарова, Ю. В. Буданцева // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 57-61.
4. Буданцева Ю. В. Численное моделирование неуставившихся режимов транспорта природного газа по многониточному магистральному газопроводу / Ю. В. Буданцева, И. Г. Гусарова, А. Д. Тевяшев // Вісник Харківського національного університету № 833. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». Випуск 10. – 2008. – С. 59-73.
5. Боярская Ю. В. Учет работы аппарата воздушного охлаждения при математическом моделировании нестационарных режимов транспорта природного газа по многониточному магистральному газопроводу // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – 3/3 (39). – С. 44-51.

6. Боярская Ю. В. Учет моделей технологического оборудования при расчете неустановившихся режимов транспорта газа в многониточном магистральном газопроводе / Ю. В. Боярская, И. Г. Гусарова, А. В. Каминская, А. Д. Тевяшев // Вісник Харківського національного університету № 847. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». Випуск 11. – 2009. – С. 25-39.
7. Гусарова И. Г. Метод анализа существенно нестационарных неизотермических режимов транспорта газа по системе магистральных газопроводов [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / И. Г. Гусарова. – Х., 1991. – 188 с.

УДК 656.13

МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ МІСЬКИХ ПАСАЖИРСЬКИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

І. Ф. Шпильовий

Заступник начальника
Головне управління транспорту та зв'язку
Київська міська державна адміністрація
вул. Леонтовича, 6, м. Київ, Україна
Контактний тел.: 067-607-62-48

Стаття присвячена розробці методів, моделей та алгоритмів управління СМПП. Запропонована інтегральна математична модель управління СМПП та вирішення задач побудови пасажирських ТСМ, метод кластерного аналізу, психофізичні закони та принципи оптимізації транспортних систем

Ключові слова: управління системами міських пасажирських перевезень, пасажиропотік, пасажирська кореспонденція, транспортна мережа

Статья посвящена разработке методов, моделей и алгоритмов управления СППП. Предложена интегральная математическая модель управления СППП и решения задач построения пассажирских ТСГ, метод кластерного анализа, психофизические законы и принципы оптимизации транспортных систем

Ключевые слова: управление системами городских пассажирских перевозок, пассажиропоток, пассажирская корреспонденция, транспортная сеть

Methods, models and control algorithms of the urban busses systems are developed in the article. An integrated mathematical model for solving logical sequence of construction of passenger transport systems of cities, methods of cluster analysis, psycho-physical laws and principles of optimization of transport systems

Key words: control of urban passenger transport, urban passenger transport, passenger, passenger correspondence

1. Вступ

Згідно вимог Законів України «Про транспорт», «Про автомобільний транспорт», «Про міський електротранспорт» головним завданням транспорту є своєчасне, якісне та повне задоволення потреб населення в перевезеннях за умови ефективного використання транспортних засобів. Значне місце в цьому належить транспорту загального користування.

Задовольняючи попит населення в перевезеннях міський пасажирський транспорт впливає на рівень продуктивності праці, побутового обслуговування, розвиток культури і дозвілля та суттєво позначається на рівні соціальної напруги в суспільстві.

Потреби в міських перевезеннях виникають у 97% населення України, а річний обсяг перевезень пасажирів становить понад 70% від загального, а тому вдосконалення управління системами міських пасажирських