Здійснюється аналіз та вивчається природа пружної взаємодії тришарової пластини з плоскою монохроматичною хвилею надлишкового тиску звукової частоти. В рамках одновимірної задачі, визначається закон згинного руху перешкоди

Ключові слова: тришарова пластина, згинний рух, проміжний шар

Проводится анализ и изучается природа упругого взаимодействия трехслойной пластины с плоской монохроматической волной избыточного давления звуковой частоты. В рамках одномерной задачи определяется закон изгибного движения преграды

Ключевые слова: трехслойная пластина, изгибное движение, промежуточный слой

The analysis is conducted and the nature of resilient interaction of the three-layered plate with a flat monochromatic wave of superfluous pressure of sound frequency is studied. Within the limits of one-dimensional problem the law of flexural motion of barrier is determined

Keywords: three-layered plate, flexural motion, intermediate layer

УДК 629.7.054

ЛИНЕЙНО-УПРУГАЯ ТРЕХСЛОЙНАЯ ПЛАСТИНА В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

О.Я. Ковалец
Ассистент
Кафедра биотехники и инженерии
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
пр-т Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056
Контактный тел.: (044) 454-94-51
E-mail: karachun1@gala.net

1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению динамики линейно-упругой трехслойной пластины. К такой расчетной модели, в той или иной степени, могут быть отнесены многие комплектующие, а также элементы подвеса приборов инерциальной навигации. В предполагаемой постановке, изучение динамики плоских элементов подвеса не проводилось.

Вместе с тем, как показывают стендовые испытания, гироскопические приборы в акустических полях выше 150 дБ имеют дополнительные погрешности, по структуре содержащие не только периодические, но и систематические составляющие. Именно последние наиболее нежелательны.

2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

При акустическом давлении выше 140-150 дБ, как показывают экспериментальные исследования, приборы инерциальной навигации имеют дополнительные погрешности измерений [1]. Именно такие уровни наблюдаются в подобтекательном пространстве ракет-носителей. Причиной этих изменений служат упругие колебания подвеса гироскопа, которые в условиях имеющегося углового движения фюзеляжа порождают возмущающие моменты и, естественно, погрешности измерений [2]. Причем, наблюдается дрейф оси фигуры не только в некорректируемых системах, но и в корректируемых [3].

Целью проводимых исследований является построение расчетных моделей и их аналитическое описание для условий интенсивных аналитических полей. Причем, предложенные модели позволяют анализировать не только динамические свойства плоских элементов, но и попутно решать задачи звукоизоляции пассивными методами.

3. Динамика трехслойной пластины в акустической среде

Рассмотрим трехслойную пластину, в которой жесткость скелета упругого слоя приблизительно равна жесткости воздуха. Это наблюдается, например, в стекловолокнистых материалах, пористость которых приближается к единице, а структурный фактор $\varepsilon = 1 \ldots 2$. Воздушное сопротивление таких конструкций изменяется в широких пределах и определяется по эмпирической формуле

$$\mu \approx 1{,}4\left(D_0 D^{-1} \rho_0 \rho_c\right)^{\frac{3}{2}},$$

где $D_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ м; D – диаметр волокна; $\rho_0 = 10$ Нм$^{-3}$; ρ_c – плотность материала при заданной нагрузке.

Если при жестком скелете волна распространяется, в основном, по скелету, то в рассматриваемом варианте пластины, она транслируется как по скелету, так и по воздуху в порах.

Предполагая, что деформации в промежуточном слое происходят только в направлении, перпендикулярном плоскостям пластин (по оси z), математические модели изгибного движения скелета и воздуха в порах соответственно можно представить в виде:

$$-\frac{\partial P_{СК}}{\partial z}=\rho_{СК}\frac{\partial^2 W_{СК}}{\partial t^2}+S\frac{\partial}{\partial t}(W_{СК}-W_В);$$
$$-\frac{\partial P_В}{\partial z}=\rho_В\frac{\partial^2 W_В}{\partial t^2}-S\frac{\partial}{\partial t}(W_{СК}-W_В), \quad (1)$$

где $W_{СК}$ и $W_В$ – смещения скелета и воздуха в порах; $P_{СК}$ и $P_В$ – давление в скелете и в воздухе пор; $\rho_{СК}$ и $\rho_В$ – плотность скелета и воздуха; $S=i\omega\rho_В(\varepsilon-1)+\mu$ – сила взаимодействия между скелетом и воздухом в порах, отнесенная к единице объема материала, при разности колебательных скоростей скелета и воздуха, равной единице.

Записав уравнение непрерывности для скелета и воздуха

$$-E_{СК}\frac{\partial^2 W_{СК}}{dzdt}=\frac{\partial P_{СК}}{dt}; \quad -E_В\frac{\partial^2 W_В}{dzdt}=\frac{\partial P_В}{dt}, \quad (2)$$

где $E_{СК}$ и $E_В$ – модули упругости скелета и воздуха, в случае гармонических колебаний имеем:

$$\frac{\partial^4 W_{СК}}{dz^4}+A_0\frac{\partial^2 W_{СК}}{dz^2}+B_0=0. \quad (3)$$

Здесь введены обозначения:

$$A_0=E_{СК}^{-1}(\omega^2\rho_{СК}-i\omega S)+E_В^{-1}(\omega^2\rho_В-i\omega S);$$

$$B_0=(E_{СК}E_В)^{-1}(\omega^2\rho_{СК}-i\omega S)(\omega^2\rho_В-i\omega S)+(E_{СК}E_В)^{-1}\omega^2 S^2.$$

Закон изгибных колебаний скелета и воздуха в упругом промежуточном слое, определяемый как решение уравнения четвертого порядка, имеет вид:

$$W_{СК}=C_1\cos\gamma_1 z+C_2\sin\gamma_1 z+C_3\cos\gamma_2 z+C_4\sin\gamma_2 z;$$
$$W_В=a_1(C_1\cos\gamma_1 z+C_2\sin\gamma_1 z)+a_2(C_3\cos\gamma_2 z+C_4\sin\gamma_2 z), \quad (4)$$

где

$$\gamma_{1,2}=i\left[2^{-1}A_0\pm\left(4^{-1}A_0^2-B_0\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}};$$

$$a_{1,2}=1-(i\omega S)^{-1}\left(\gamma_{1,2}^2 E_{СК}+\omega^2\rho_С\right).$$

Таким образом, в пористом промежуточном слое и воздухе возникают два вида волн – с частотами γ_1 и γ_2.

Если $S=\mu=\infty$, то скелет упругого слоя и находящийся в нем воздух колеблются совместно, а в упругом материале распространяется только одна волна со скоростью $c=\left[(E_В+E_{СК})(\rho_В+\rho_С)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}$.

Наоборот, если $\mu=0$ и $\varepsilon=1$ (в этом случае $S=0$), то связь между скелетом и воздухом в порах отсутствует и в упругом слое распространяются две независимые волны – в скелете со скоростью $c_{СК}=\left(E_{СК}\rho_С^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}$, а в воздухе со скоростью $c_В=\left(E_В\rho_В^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Слоистые среды — частный случай неоднородных сред, свойства которых существенно изменяются вдоль одной координаты — перпендикулярно плоскостям слоев. Структура многослойных конструкций определяется количеством, размерами и физико-механическими свойствами слоев, а также общей толщиной, которая либо фиксирована, либо устанавливается с помощью методов оптимизации по выбранному критерию качества.

Задачи оптимального проектирования конструкций из конечного набора материалов обладают особенностями, не позволяющими эффективно использовать для их решения, например, методы математического программирования и некоторые другие. Если анализировать плоские панели с числом слоев не более s, которые можно составить из т материалов, то количество вариантов будет равно s^m. Вместе с тем, с помощью ПЭВМ, за ограниченное время можно рассмотреть множество вариантов оптимального сочетания слоев и решить задачу в общем виде. Сузим задачу исследований и выберем самый простой из всех возможных вариантов, а именно, плоскую трехслойную конструкцию.

Рассмотрим прохождение звука через бесконечную по протяженности пластину, что дает возможность для определенных условий решать плоскую задачу и использовать одномерные уравнения при построении математической модели трехслойной конструкции с жестким заполнителем.

Механическая модель прохождения звуковой волны через трехслойную преграду представлена на рис. 1.

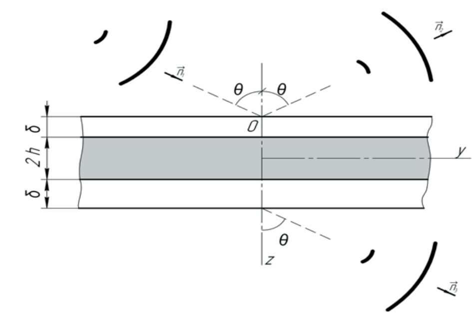

Рис. 1. Механическая модель прохождения звука через трехслойную плоскую панель: 1 — падающая волна; 2 — отраженная; 3 - прошедшая

Пусть звуковое давление в падающей, отраженной и прошедшей волнах изменяется по законам:

$$P_1=P_{10}\exp i\left[\omega t-k_0 y\sin\theta-k_0(z+h+\delta)\cos\theta\right];$$

$$P_2=P_{20}\exp i\left[\omega t-k_0 y\sin\theta+k_0(z+h+\delta)\cos\theta\right];$$

$$P_3=P_{30}\exp i\left[\omega t-k_0 y\sin\theta-k_0(z-y-\delta)\cos\theta\right].$$

Тогда, пренебрегая нелинейными членами, одномерную математическую модель антисимметричных W_a и симметричных W_c колебаний можно записать в виде:

$$b_1 W_a^{III}+b_2\ddot{W}_a^{II}+b_3 W_a^{I}+b_4\varphi^{II}+b_5\ddot{\varphi}-b_3\varphi=0;$$

$$c_1 W_a''''+c_2\ddot{W}_a^{II}-b_3 W_a^{II}+c_3\ddot{W}_a+b_1\varphi'''+b_2\ddot{\varphi}^{I}+b_3\varphi^{I}= \quad (5)$$

$$=-(P_{10}+P_{20}-P_{30})\exp i(\omega t-k_0 y\sin\theta);$$

$$a_1 W_c^{III}+a_2\ddot{W}_c^{I}+a_4 W_c^{I}+a_4 U^{II}+c_3\ddot{U}=0;$$

$$c_1W_c'''' + c_2\ddot{W}_c^{II} + a_5W_c^{II} + a_6\ddot{W}_c + a_7W_c - a_1U^{III} - a_2\ddot{U}' - \quad (6)$$

$$a_3U^I = -\left(P_{10} + P_{20} + P_{30}\right)\exp i\left(\omega t - k_0 y\sin\theta\right),$$

где $W_a = 2^{-1}\left(W_1 + W_2\right)$, $W_c = 2^{-1}\left(W_1 - W_2\right)$ соответственно антисимметричная и симметричная составляющие прогиба трехслойной пластины; W_1, W_2 – прогибы срединных плоскостей верхней и нижней пластины; φ – угол поворота плоских сечений заполнителя; U – тангенциальные составляющие перемещений срединной плоскости заполнителя; штрихами и точками обозначены соответственно производные по координате и по времени;

$$a_1 = E_1\delta^2;\ \ a_2 = -\rho_1\delta^2;\ \ a_3 = -2\bar{E}\sigma\left(1-\sigma\right)^{-1};$$

$$a_4 = 2\left(E_1\delta + \bar{E}h\right);\ \ a_5 = \frac{2}{3}\bar{G}h;\ \ a_6 = -2\left(\rho_1\delta + 3^{-1}\rho h\right);$$

$$a_7 = -2Eh^{-1};\ \ b_1 = -a_1h;\ \ b_2 = -a_2h;\ \ b_3 = -2\bar{G}h;$$

$$b_4 = -2h^2\left(E_1\delta + 3^{-1}\bar{E}h\right);\ \ b_5 = -a_6h^2;\ \ c_1 = -\frac{2}{3}\bar{E}_1\delta^3;$$

$$c_2 = \frac{2}{3}r_1d^3;\ \ c_3 = -2\left(\rho h + \rho_1\delta\right);\ \ E_1 = E_1\left(1-\sigma_1^2\right)^{-1};$$

E_1', σ_1, ρ_1 и $\bar{E}', \sigma, \rho$ – модули упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала соответственно несущих слоев и заполнителя; G — модуль сдвига заполнителя; $E = \bar{E}'\left(1-\sigma\right)\left[\left(1+\sigma\right)\left(1-2\sigma\right)\right]^{-1}$.

С учетом равенства колебательных скоростей обеих пластин нормальным составляющим колебательных скоростей воздуха, граничные условия можно записать в виде:

$$\frac{\partial W_1}{\partial t} = \left[-\left(i\omega\rho_0\right)^{-1}\frac{\partial\left(P_1 + P_2\right)}{\partial z}\right]_{z=-h-\delta};$$

$$\frac{\partial W_2}{\partial t} = \left[-\left(i\omega\rho_0\right)^{-1}\frac{\partial P_3}{\partial z}\right]_{z=h+\delta},$$

где ρ_0 — плотность воздуха.

Учитывая, например, только потери энергии в заполнителе и пренебрегая затуханием в пластинах, можно записать закон изгибных колебаний нижней пластины, как представляющей больший практический интерес, в виде:

$$W = W_a - W_c = \rho^{-1}\rho_1\mu_1P_{10}\exp i\left(\omega t - k_0y\sin\theta - \varphi + \varphi_1\right)\times$$
$$\times\left[1 + \rho_1^{-1}\mu_1^{-1}\rho_2\mu_2P_{10}\exp i\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)\right], \quad (7)$$

где

$$\rho = \left\{\left[z_{a2}^2\Delta_1^{-2} + \left(1 + z_{a1}\Delta_1^{-1}\right)^2\right]\left[z_{c2}^2\Delta_1^{-2} + \left(1 + z_{c1}\Delta_1^{-1}\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$\rho_1 = \left[z_{a2}^2\Delta_1^{-2} + \left(1 + 2^{-1}z_{a1}\Delta_1^{-1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\rho_2 = \left[z_{c2}^2\Delta_1^{-2} + \left(1 + 2^{-1}z_{c1}\Delta_1^{-1}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left\{\left[z_{a2}\Delta_1^{-1}\left(1 + \Delta_1^{-1}z_{c1}\right) + z_{c2}\Delta_1^{-1}\left(1 + z_{a1}\Delta_1^{-1}\right)\right]\left[\left(1 + \Delta_1^{-1}z_{a1}\right)\left(1 + \Delta_1^{-1}z_{c1}\right) - \Delta_1^{-2}z_{a2}z_{c2}\right]^{-1}\right\};$$

$$\varphi_1 = \mathrm{arctg}[\Delta_1^{-1}z_{a2}\left(1 + 2^{-1}\Delta_1^{-1}z_{a1}\right)^{-1}];$$

$$\varphi_2 = \mathrm{arctg}[z_{c2}\Delta_1^{-1}\left(1 + 2^{-1}\Delta_1^{-1}z_{c1}\right)^{-1}];$$

$$z_{a1} = -2^{-1}\omega k^2\left(B_2B_3 - B_1B_4\right)\left(B_3^2 + B_4^2\right)^{-1};$$

$$z_{a2} = 2^{-1}i\left[-c_3\omega + \omega^{-1}k^2\left(B_1B_3 + B_2B_4\right)\left(B_3^2 + B_4^2\right)^{-1}\right];$$

$$z_{c1} = -2^{-1}\omega^{-1}\left[\eta_1a_{71} + k^2\left(A_2A_3 - A_1A_4\right)\left(A_3^2 + A_4^2\right)^{-1}\right];$$

$$z_{c2} = 2^{-1}i\left[-a_6\omega + a_{71}\omega^{-1} + k^2\omega^{-1}\left(A_1A_3 + A_2A_4\right)\left(A_3^2 + A_4^2\right)^{-1}\right];$$

$$B_i = B_i\left(k, c_i, b_{ij}, \omega, \eta_i\right);\ \ A_i = A_i\left(k, c_i, \eta_i, a_{ij}\right);$$

$$k = v_0\sin\theta;\ \ a_{ij} = a_{ij}\left(\rho, \delta, E, h, \sigma\right).$$

В силу того, что граница раздела двух сред с разными физико-механическими свойствами служит генератором отраженных и прошедших волн, можно с помощью слоистых (а в общем случае неоднородных) конструкций существенно влиять на волновую картину процесса, изменяя параметры слоев. При этом определяющими могут оказаться свойства дисперсии, диссипации и многолучевой интерференции составных элементов.

Задача оптимального проектирования слоистых систем, таким образом, будет сводиться к обеспечению наилучших значений этих параметров.

Помимо прочего, становится возможным получение неотражающих переходных слоев между средами, а также оптимизации геометрических и массовых характеристик конструкции в целом и др.

4. Выводы

Построенные расчетные модели создают необходимую теоретическую базу для глубокого изучения поведения приборов инерциальной навигации.

Открываются возможности эффективной борьбы пассивными или автокомпенсационными методами с нежелательным влиянием проникающего акустического излучения высокой интенствности.

Литература

1. Карачун В.В. Волновые задачи поплавкового гироскопа [Текст]: монография / В.В. Карачун, Я.Ф. Каюк, В.Н. Мельник; под общ. ред. В.В. Карачуна; - К.: «Корнейчук», 2007. – 228с.
2. Мельник В.Н., Карачун В.В. О влиянии проникающего акустического излучения на чувствительные элементы гиростабилизированной платформы // Прикл. механика. – 2004. – Т.40, №10. – С. 122-130.
3. Карачун В.В., Потапова Е.Р., Мельник В.Н. О погрешности построения вертикали при старте носителей // Космічна наука і технологія, 1999. – Т.5, №4. – С.70-74.