УДК 629.7.054

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОПЛАВКОВОГО ПОДВЕСА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОНИКАЮЩЕГО АКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.В. Карачун
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*

В.Н. Мельник
Доктор технических наук, доцент*
*Кафедра биотехники и инженерии
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
пр-т Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056
Контактный тел.: (044) 454-94-51
E-mail: karachun 1@gala.net

З'ясовується закономірність переміщення поплавцевого підвісу двостепеневого гіроскопа під дією акустичної хвилі. Вивчаються випадки багатофазного підвісу – лінійний та в'язко-пружний підвіс безгістерезисного типу, в'язко-пружний, лінійно-пружний, в'язкий опір тільки рідинної складової

Ключові слова: поплавцевий підвіс, дельта-функція, граничне переміщення

Устанавливается закономерность перемещения поплавкового подвеса двухстепенного гироскопа под действием акустической волны. Изучаются случаи многофазного подвеса – линейный и вязко-упругий подвес безгистерезисного типа, вязко-упругий, линейно-упругий, вязкое сопротивление только жидкофазной составляющей

Ключевые слова: поплавковый подвес, дельта-функция, предельное перемещение

Pattern of movement of the float suspension of two-stage gyroscope under the influence of the acoustic wave is being established. We study some of the most typical cases of multiphase suspension - linear and viscous-elastic suspension of anhysteretic type, viscous-elastic, linear-elastic, viscous resistance of only liquid-phase component

Key words: float suspension, delta-function, limiting movement

1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению и описанию природы возмущенного движения подвижной части подвеса гироскопа в акустической среде. Двухстепенные поплавковые гироскопы, как известно, нашли широкое применение не только как пилотажно-навигационные приборы, но и как чувствительные элементы трехосных гиростабилизированых платформ.

Идея взвешивания в тяжелой жидкости подвижной части подвеса в свое время сыграла важную роль, при решении задачи уменьшения погрешностей измерений нивелированием сухого трения на выходной оси. Кроме того, жидкофазная составляющая позволила эффективнее решать задачи виброизоляции, а также варьировать динамические характеристики приборов.

Вместе с тем современные ракеты-носители, в частности мобильного базирования, при старте и движении по пониженным траекториям создают мощное акустическое излучение, которое, проникая внутрь, радикальным образом ухудшает паспортные характеристики инерциальных приборов, а достоинства поплавковых подвесов сводит практически к нулю вследствие создания комфортных условий проникающему внутрь излучению и возникновению резонансных проявлений многообразной структуры.

2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

Проходящее в подобтекательное пространство ракет-носителей звуковое излучение высокого уровня – выше 140 дБ – служит причиной ухудшения точностных характеристик приборов управления и несоответствия Паспортным, технических характеристик аппаратов в целом [1]. Причиной этих изменений служат акустические поля, приводящие к переходу механических систем приборов в ряд импедансных и вытекающим из этого явления возникающим особенностям динамики подвесов и элементной базы. [2]. Причем, это касается практически всех технических реализаций – воздушный, электромагнитный подвес, поплавковый и др. [3].

Изучая это явление, следует напомнить, что не только упругое взаимодействие с полем может быть опасным, не менее нежелательны и перемещения абсолютно твердых тел. В первую очередь это относится к чувствительным элементам коррекции, в частности, при проявлении эффектов неучтенной парусности [4].

Целью проводимых исследований является изучение закономерностей поступательного возмущенного движения поплавка под действием акустического излучения для различных свойств окружающей среды.

3. Движение абсолютно твердого поплавка под действием акустической волны. Одномерная задача

Под действием прошедшей внутрь прибора акустической волны поплавок будет совершать поступательное движение в направлении излучения. Естественно, что величина этого перемещения будет ограничена геометрией цапфенных опор.

Вынужденное движение поплавка под действием звуковой волны приведет к дополнительному давлению на опоры выходной оси увеличивая тем самым сухое трение.

Решая первую задачу динамики, можно вычислить величину этого давления:

$$N = M\ddot{U}(t),$$

где M – масса поплавка, U (t) – поступательное перемещение гироузла.

Ограничиваясь систематической составляющей погрешности измерений, без учета динамики подвижной части, определяем значение акустической погрешности (в простейшем случае) –

$$\beta^{\alpha} = \frac{fNr}{c} = \frac{Mfr}{c}\ddot{U}(t), \tag{1}$$

где r - радиус цапфенной опоры, c - коэффициент жесткости пружины ДУСУ. Остается установить закон перемещения поплавка $U(t)$ под действием звукового излучения.

Для иллюстрации сказанного примем поплавок абсолютно твердым телом массы M, перемещающимся поступательно в реальной, несжимаемой, жидкости вдоль одной координатной оси. Строго говоря, в натурных условиях имеют место и три угловых движения. Однако, для простоты, эти движения здесь не рассматриваются.

Пусть функции, определяющие перемещение жидкости и ее взаимодействие с поплавком имеют вид –

$$Q = m^0\delta_1(t) + \alpha;$$

$$\dot{U}_*^{\phi} = \dot{U}^{\phi} = \delta_0(t) - \delta_0(t-1),$$

где m^0 - присоединенная масса; α – коэффициент трения; $\delta_1(t)$ - дельта-функция Дирака, представляющая собой мгновенное значение импульса акустического воздействия; $\delta_0(t)$ – единичная функция Хевисайда. Связь между функциями Дирака и Хевисайда определяется равенством

$$\dot{\delta}_0(t) = \delta_1(t),$$

причем

$$\delta_0(t) \to \frac{1}{p}; \quad \delta_0(t-\tau) \to \frac{1}{p}\exp(-p\tau).$$

Отсюда очевидно, что

$$\ddot{U}^{\phi} = \delta_1(t) - \delta_1(t-1).$$

Имеют место равенства:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta(t)\delta_1(t)dt = \beta(0) \rangle 0;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta(t-\tau)\delta_1(\tau)d\tau = \beta(t)*\delta_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \beta(\tau)\delta_1(t-\tau)dt = \beta(t);$$

$$\int_a^b \beta(t)\delta_1(t-t_0)dt = \begin{cases} \beta(t_0), & t \in (a,b); \\ 0, & t \notin [a,b]. \end{cases}$$

Эти соотношения позволяют установить закон поступательного перемещения поплавка:

для линейно- и вязко-упругого, безгистерезисного, подвеса

$$\begin{aligned} &M\ddot{U}(t) + b\dot{U}(t) + c_1U(t) + \int_0^t \left[m^0\delta_1(t-\tau) + \alpha\right]\ddot{U}(\tau)d\tau = \\ &= M^0\left[\delta_1(t) - \delta_1(t-1)\right] + \\ &+ \int_0^t \left[m^0\delta_1(t-\tau) + \alpha\right]\left[\delta_1(\tau) - \delta_1(\tau-1)\right]d\tau; \end{aligned} \tag{2}$$

для вязко-упругого подвеса

$$\begin{aligned} &\left(M+m^0\right)\ddot{U}(t) + (\alpha+b)\dot{U}(t) = \\ &= \left(M^0+m^0\right)\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right] + \alpha\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right]; \end{aligned} \tag{3}$$

для линейно-упругого подвеса

$$\begin{aligned} &\left(M+m^0\right)\ddot{U}(t) + \alpha\dot{U}(t) + c_1U(t) = \\ &= \left(M^0+m^0\right)\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right] + \alpha\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right]; \end{aligned} \tag{4}$$

с учетом только вязкого сопротивления при перемещении поплавка

$$\begin{aligned} &M\ddot{U}(t) + \\ &+ \int_0^t \left[m^0\delta_1(t-\tau) + \alpha\right]\ddot{U}(\tau)d\tau = M^0\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right] + \\ &+ \int_0^t \left[m^0\delta_1(t-\tau)+\alpha\right]\cdot\left[\delta_1(\tau)-\delta_1(\tau-1)\right]d\tau, \end{aligned} \tag{5}$$

где c_1, b - соответственно коэффициенты упругости и демпфирования;

M^0 - масса вытесненной поплавком жидкости.

Вначале изучим более общий случай – уравнение (2). Примем полный импульс акустической волны конечным по величине. Выясним закономерность движения гироузла. Для этого уравнение (2) запишем в виде –

$$\begin{aligned} &\left(M+m^0\right)\ddot{U} + (\alpha+b)\dot{U} + c_1U = \\ &= \left(M^0+m^0\right)\left[\delta_1(t)-\delta_1(t-1)\right] + \alpha\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right]. \end{aligned}$$

Применив одностороннее преобразование Лапласа получаем в операторной форме:

$$\begin{aligned} &\left(M+m^0\right)p^2U + (\alpha+b)pU + c_1U = \\ &= \left(M^0+m^0\right)\left[1-\exp(-p)\right] + \alpha p^{-1}\left[1-\exp(-p)\right]. \end{aligned}$$

Отсюда –

$$U(p)=\left(M+m^0\right)^{-1}\left(M^0+m^0\right)\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-1}\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}-$$

$$-\exp(-p)\left\{\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-1}\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}\right\},$$

где $\nu=(\alpha+b)\left[2\left(M+m^0\right)\right]^{-1}$; $\omega^2=c_1\left(M+m^0\right)^{-1}-\nu^2$.

Так как

$$\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}\to\omega^{-1}\exp(-\nu t)\sin\omega t;$$

$$p^{-1}\left[(p+\nu)^2+\omega^2\right]^{-1}\to\omega^{-1}\int_0^t\exp(-\nu\tau)\sin\omega\tau\,d\tau=$$

$$=-\left(\omega^2+\nu^2\right)^{-1}\left[\exp(-\nu t)\left(\omega^{-1}\nu\sin\omega t+\cos\omega t\right)-1\right],$$

то решение уравнения (2), переходя к оригиналу, в окончательном виде можно записать так –

$$U(t)=\omega^{-1}\exp(-\nu t)\left(M^0+m^0\right)\left[\left(M+m^0\right)^{-1}-c^{-1}\nu\alpha\right]\left[\sin\omega t-\exp\nu\sin\omega(t-1)\right]-$$

$$-c_1^{-1}\alpha\exp(-\nu t)\left[\cos\omega t-\exp\nu\cos\omega(t-1)\right]+c_1^{-1}\alpha\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right].\quad(6)$$

Аналогично для уравнения (3). В операторной форме –

$$U(p)=\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-1}\left[p+(\alpha+b)\left(M+m^0\right)\right]^{-1}+$$

$$+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-2}\times\left[p+(\alpha+b)\left(M+m^0\right)^{-1}\right]-$$

$$-\left\{\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-1}\left[p+(\alpha+b)\left(M+m^0\right)^{-1}\right]+\right.$$

$$\left.+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-2}\left[p+(\alpha+b)\left(M+m^0\right)^{-1}\right]\right\}\exp(-p)$$

и в оригинале -

$$U(t)=2(\alpha+b)^{-2}\left[M^0+m^0-\alpha\left(M+m^0\right)\right]\exp(-\nu t)\times$$

$$\times\left[\operatorname{sh}(\nu t)-\exp\nu\operatorname{sh}\nu(t-1)\right]+\alpha(\alpha+b)^{-1},\quad(7)$$

где $\nu=(\alpha+b)\left[2\left(M+m^0\right)\right]^{-1}$.

Повторяя преобразования, получаем решение уравнения (4) в операторной форме –

$$U(p)=\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}\left[p^2+\alpha p\left(M+m^0\right)^{-1}+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}+$$

$$+\alpha p^{-1}\left(M+m^0\right)^{-1}\left[p^2+\alpha p^{-1}\left(M+m^0\right)^{-1}+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}-$$

$$-\left\{\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}\left[p^2+\alpha p\left(M+m^0\right)^{-1}+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}+\right.$$

$$\left.+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}p^{-1}\left[p^2+\alpha p\left(M+m^0\right)^{-1}+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}\exp(-p).$$

Обозначив

$$p^2+\alpha p\left(M+m^0\right)^{-1}+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}=(p+\mu)^2+c_1\left(M+m^0\right)^{-1}-\mu^2;$$

$$\mu=\alpha\left[2\left(M+m^0\right)\right]^{-1},$$

перейдем к оригиналу:

$$U(t)=\lambda^{-1}\exp(-\mu t)\left[\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}-\alpha\mu c_1^{-1}\right]\left[\sin\lambda t-\exp(\mu)\sin\lambda(t-1)\right]-$$

$$-\lambda c_1^{-1}\exp(-\mu t)\left[\cos\lambda t-\exp(\mu)\cos\lambda(t-1)\right]+\alpha c_1^{-1}\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right],\quad(8)$$

где $\lambda^2=c_1\left(M+m^0\right)^{-1}-\mu^2$.

Наконец, для случая, когда учитывается только вязкое сопротивление движущегося поплавка, из уравнения (5) после одностороннего преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях определяем в операторной форме закон движения гироузла под действием акустического излучения –

$$U(p)=p^{-2}-(p\alpha)^{-1}\left(M-M^0\right)+\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left[p+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}-$$

$$-\exp(-p)\left\{p^{-2}-(p\alpha)^{-1}\left(M-M^0\right)+\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left[p+\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}\right]^{-1}\right\}.$$

Обозначим $\alpha\left(M+m^0\right)^{-1}=\nu_1$ и перейдем к оригиналу:

$$U(t)=\left[t-\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left(1-\exp(-\nu_1t)\right)\right]\delta_0(t)-$$
$$-\left[t-1-\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left(1-\exp(-\nu_1(t-1))\right)\right]\delta_0(t-1).\quad(9)$$

Представим в виде разложения в ряд следующие сомножители (полагая, что $t\geq1$):

$$\left[1-\exp(-\nu_1t)\right]=\nu_1\frac{t}{1!}-\nu_1^2\frac{t^2}{2!}+\nu_1^3\frac{t^3}{3!}-\ \ldots;$$

$$\left\{1-\exp\left[-\nu_1(t-1)\right]\right\}=$$

$$=\nu_1\frac{t-1}{1!}-\nu_1^2\frac{(t-1)^2}{2!}+\nu_1^3\frac{(t-1)^3}{3!}-\ \ldots\ .$$

Тогда первую и вторую квадратные скобки выражения (9) можно записать иначе –

$$t-\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left(\nu_1t-\nu_1^2\frac{t^2}{2!}+\nu_1^3\frac{t^3}{3!}-\ \ldots\right)=$$

$$=\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}t+$$

$$+\left(M-M^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu_1^n\frac{t^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$t-1-$$

$$-\alpha^{-1}\left(M-M^0\right)\left(\nu_1\frac{t-1}{1!}-\nu_1^2\frac{(t-1)^2}{2!}+\nu_1^3\frac{(t-1)^3}{3!}-\ldots\right)=$$

$$=\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}t-\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}+$$

$$+\left(M-M^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu_1^n\frac{(t-1)^{n+1}}{(n+1)!}\ .$$

Решение уравнения (5) окончательно примет вид:

$$U(t)=\left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}+\left(M-M^0\right)\times$$

$$\times\left(M+m^0\right)^{-1}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\nu_1^n\frac{t^{n+1}-(t-1)^{n+1}}{(n+1)!},$$

$t\geq1$.

Это выражение совпадает с полученной В.В. Новожиловым формулой. Очевидно, что при достаточно малом вязком сопротивлении и достаточно большом значении $T\left(\nu_1 T\langle\langle 1\right)$ в период времени $1 \leq t \leq T$ перемещение поплавка ДУСУ будет определяться только первым слагаемым, то есть

$$\lim_{t\to\infty} U(t) = \left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1} \Rightarrow$$
$$U_\infty = \left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1} U_\infty^D,$$

так как при единичном смещении $U_k\left(t\right)\big|_{t\rangle 0} = 1$ для обобщенной силы $\dot{f}_{ik}\left(t\right)$ в реальной жидкости имеет место равенство –

$$\lim_{t\to\infty} U(t) = U_\infty = \lim_{t\to\infty} U^D = U_\infty^D = 1;$$
$$U_\infty = U_\infty^D = 1.$$

С увеличением времени t, перемещение поплавка уменьшается, если $M\langle M^0$ и увеличивается, если $M\rangle M^0$.

Оценим величины предельных перемещений под действием акустического излучения. С этой целью, в формулах (6 ... 9) достаточно принять $t\to\infty$.

Тогда для рассмотренных случаев получим:

для линейно- и вязко-упругого, безгистерезисного подвеса поплавка –

$$U_\infty = \lim_{t\to\infty} U(t) = \lim_{t\to\infty} \alpha c_1^{-1}\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right] = \alpha c_1^{-1};$$

для вязко-упругого подвеса –

$$U_\infty = \lim_{t\to\infty} U(t) = \alpha\,(\alpha+b)^{-1};$$

для линейно-упругого подвеса-

$$U_\infty = \lim_{t\to\infty} U(t)= \lim_{t\to\infty} \alpha c_1^{-1}\left[\delta_0(t)-\delta_0(t-1)\right] = \alpha c_1^{-1};$$

с учетом только вязкого сопротивления при перемещении поплавка –

$$U_\infty = \lim_{t\to\infty} U(t) = \left(M^0+m^0\right)\left(M+m^0\right)^{-1}, \quad \text{если } \nu_1 T\langle\langle 1.$$

В полученных формулах, в правых частях выражений, значения предельного перемещения частиц жидкости при $t \geq 1$ равны 1, то есть имеет место равенство

$$U_\infty^D = 1.$$

4. Выводы

Построенные расчетные модели могут служить научной базой для глубокого анализа влияния физико-механических свойств полиагрегатного подвеса на погрешность измерений. Созданы условия для построения таких схем, когда возможными становятся оптимальные по одному, или нескольким, параметрам конструкций подвеса.

Установленные закономерности поступательного перемещения поплавкового подвеса в сторону распространяющей волны звуковой частоты позволяют решать иные, немаловажные, задачи повышения точности приборов. Речь идет о влиянии анизотропности жидкофазной составляющей подвеса, дебаланса, остаточной плавучести и т.п.

Литература

1. Усталостные испытания на высоких частотах нагружения [Текст]: монография / В.А. Кузьменко, Л.Е.. Матохнюк, Г.Г. Писаренко и др.; под общ. ред. В.А. Кузьменко.- К.: Наук. думка, 1979. - 335 с.
2. Крендел С. Случайные колебания [Текст]: пер. с анг. –М: Мир, 1967. – 356с.
3. Карачун В.В. Дифракция звуковых волн на подвесе гироскопа [Текст]: монография / В.В. Карачун, В.Г. Лозовик, В.Н. Мельник, под общ. ред. В.В. Карачуна; - К.: «Корнейчук», 2000. – 175 с.
4. Мельник В.Н. Нелинейные колебания в полиагрегатном подвесе гироскопа [Текст]: монография / В.Н. Мельник, В.В. Карачун; НТУУ «КПИ»:- К.: «Корнейчук», 2008. – 104 с. – Библиограф.: с.80-82. – ISBN 978-966-7599-48-5.