

### Висновки

Запропонована оптимальна система здатна виявляти та оцінювати стрибки амплітуди луна-сигналу від динамічного об'єкта з високими якісними показниками. Найбільша ймовірність виявлення стрибка амплітуди і його точність досягаються при наявно-

сті надійних апріорних даних про час виникнення стрибка. Цей час може бути відносно точно відомим у випадках експериментальних робіт, що проводяться з динамічними об'єктами.

У цьому випадку оптимальна система може виявляти з високою ймовірністю навіть невеликі і короткочасні стрибки амплітуди.

### Література

1. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем: Пер. с англ./М. Бассвиль, А. Вилски, А. Банветист и др.; Под ред. М. Бассвиль, А. Банветиста. – М.: Мир, 1989. – 278 с.
  2. Мальцев А.А., Силаев А.М. Оптимальное оценивание момента скачкообразного изменения статистических характеристик случайного процесса. – Изв. вузов. Радиофизика, 1986, №1, с.62-72.
- Полярус О.В., Барчан В.В., Поляков Є.О., Коваль А.О. - Оптимальна система виявлення і оцінювання стрибків амплітуди вібрацій динамічних об'єктів. – Харків: Східно-Європейський журнал передових технологій, 2009, 6/6 (42), с.21-23.

*Запропоновано новий підхід до визначення сил ударної взаємодії у віброударних системах. Розроблено критерії, алгоритми, моделі для верифікації цих сил. Наведено приклад розв'язання модельної задачі*

*Ключові слова: ударна взаємодія, віброударні системи*

*Предложен новый подход для определения сил ударного взаимодействия в виброударных системах. Разработаны критерии, алгоритмы, модели для верификации этих сил. Приведен пример решения модельной задачи*

*Ключевые слова: ударное взаимодействие, виброударные системы*

*A new approach for determining the strength of shock interaction in vibro-impact systems. The criteria, algorithms, models for verification of these forces. An example of solving a model problem*

*Keywords: shock interaction, vibro-impact systems*

УДК 531.8:621.747:539.3

## МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ВЕРИФИКАЦИИ СИЛ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ

**А.В. Грабовский**

Младший научный сотрудник

Кафедра «Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин»

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

Контактный тел.: (057) 707-69-02

E-mail: tma@kpi.kharkov.ua

### Введение и постановка задачи

Как было показано в серии работ [1 - 4], вибрационные машины достаточно широко используются в сельском хозяйстве, строительстве и тяжелом машиностроении, металлургии и других отраслях про-

мышленности. Было показано, что в таких машинах и в настоящее время есть масса проблем, особенно в тяжелонагруженных. Одной из основных проблем является определение внутренней силы ударного взаимодействия, поскольку эта информация является базовой для исследования металлоконструкции

машины на прочность. Многие авторы для определения этой силы предлагают различные подходы [5 - 8], однако ни один из предлагаемых подходов не является универсальным и не позволяет описать адекватно все физико-механические процессы, протекающие в виброударной системе. Особенно это актуально для выбивных машин крупного вагонного литья, поскольку при их работе образуется среда со сложными свойствами, состоящая из разнофракционных фрагментов измельчаемой песчано-глинистой смеси, разрушаемая между корпусом машины и технологическим грузом. Моделирование свойств такой среды затруднительно расчетным путем. Поэтому актуальной задачей является разработка новых подходов к определению сил ударного взаимодействия в виброударных системах.

**Описание расчетно-экспериментального подхода**

В опубликованных ранее работах [3, 4] был предложен расчетно-экспериментальный метод, который базируется на разложении внутренней силы ударного взаимодействия на участках ненулевых значений в ряд по некоторым функциям:

$$F = \sum_{i,j=0}^{\infty} \alpha_{ij} \varphi_i(\zeta) \psi_j(\xi). \tag{1}$$

Неизвестными в этом разложении являются коэффициенты  $\alpha_{ij}$ , которые предлагается находить из экспериментальных данных путем минимизации несоответствия между результатами численных и экспериментальных исследований.

Предложенный подход принципиально отличается от предлагаемых ранее подходов, постулирующих вид зависимости силы  $F$  от переменных состояния виброударной системы.

В данном случае вводится в рассмотрение ее обобщенное параметрическое описание с использованием варьируемых и искомым представлений этой функции в виде ряда по базисным функциям относительных перемещений, их скоростей, а также (в некоторых случаях) времени. Подход расширяет и дополняет процесс верификации динамических моделей исследуемых виброударных систем, сводя их к определению искомым коэффициентов на основе решения задачи минимизации функционала несоответствия распределения переменных состояния. Он позволяет проводить качественный и количественный анализ влияния различных факторов, определяющих силу ударного взаимодействия, на поведение исследуемой виброударной системы.

Для описания процедуры минимизации рассмотрим некоторые функционалы, которые можно применить для оценки несоответствия результатов численного и экспериментального исследования процессов ударного взаимодействия. На рис. 1 схематически представлены распределения искомым усилий  $F^{\wedge}$ .

Рассматривается установившийся с частотой  $\nu=1/T$  и периодом  $T$  процесс (см. рис. 1). В силу того, что усилия  $F^{\wedge}$  являются неудерживающими, длительность их действия  $\tau < T$ , а сами усилия – положительные:

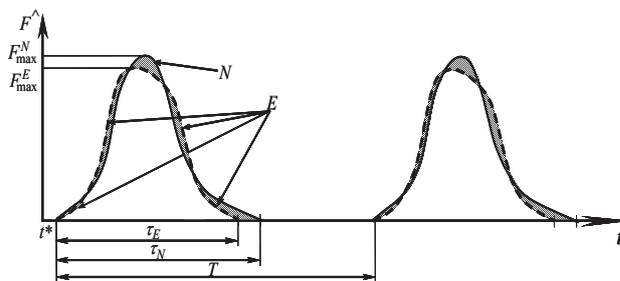


Рис. 1. К сопоставлению распределений результатов численных и экспериментальных исследований сил ударного взаимодействия в виброударной системе:  $E$  – экспериментальные данные;  $N$  – численные результаты;  $t^*$  – произвольный момент начала цикла ударного процесса

$$F_N^{\wedge}(t) \geq 0, \quad t \in [t^*, t^* + \tau_N], \tag{2}$$

$$F_E^{\wedge}(t) \geq 0, \quad t \in [t^*, t^* + \tau_E], \tag{3}$$

$$F_N^{\wedge}(t) = 0, \quad t \in [t^* + \tau_N, t^* + T], \tag{4}$$

$$F_E^{\wedge}(t) = 0, \quad t \in [t^* + \tau_E, t^* + T]. \tag{5}$$

Тогда формально в качестве меры несоответствия временных распределений  $F_N^{\wedge}, F_E^{\wedge}$  можно взять любую норму в функциональном пространстве [9 - 11], соответствующей специфике решаемой задачи. В частности, можно в качестве нормы  $n$  функции  $f$  взять следующие выражения:

$$\begin{aligned} n_1 &= \max |f|; \quad n_2 = \int_{t^*}^{t^*+T} |f| dt; \quad n_3 = \sqrt{\int_{t^*}^{t^*+T} f^2 dt}; \\ n_4 &= \int_{t^*}^{t^*+T} \text{sign} f dt, \end{aligned} \tag{6}$$

действующие в интервале  $t \in [t^*, t^* + T]$ .

Порождаемые этими нормами функционалы:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\max |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}|}{\max |F_E^{\wedge}|}; \quad I_2 = \frac{\int |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt}{\int |F_E^{\wedge}| dt} \\ I_3 &= \sqrt{\frac{\int (F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge})^2 dt}{\int (F_E^{\wedge})^2 dt}}; \quad I_4 = \frac{\int \text{sign} |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt}{\int \text{sign} F_E^{\wedge} dt} \end{aligned} \tag{7}$$

Данные функционалы обладают следующими свойствами:

$$I_k \geq 0 \quad \forall F_N^{\wedge}, F_E^{\wedge}, k; \tag{8}$$

$$I_k = 0 \Rightarrow F_N^{\wedge} \equiv F_E^{\wedge}, \quad k = 2, 3. \tag{9}$$

Кроме того, можно строить любой комплексный функционал из приведенных, например,

$$I_k = \sum_i \gamma_i I_i; \quad 1 \geq \gamma_i \geq 0; \quad \sum_i \gamma_i = 1. \tag{10}$$

Этот функционал обладает аналогичными свойствами, что и  $I_1$ .

То, если известно из эксперимента  $F_E^{\wedge}$ , то из условия минимума несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований можно определить  $F_N^{\wedge}$  как функцию параметров состояния и физико-механических характеристик элементов исследуемой системы.

Алгоритм минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Рассмотрим модельный случай. Пусть сила ударного взаимодействия имеет вид (эталон, результат воображаемого «эксперимента»):

$$F = \bar{\alpha}_1 \zeta + \bar{\alpha}_2 \dot{\zeta}, \tag{11}$$

где  $\bar{\alpha}_1 = 2.06 \cdot 10^8$  Н/м,  $\bar{\alpha}_2 = 1.28 \cdot 10^7$  Н·с/м, а  $\zeta, \dot{\zeta}$  - величины относительного сближения и скорости в виброударной системе с 2-мя степенями свободы [4] (см. рис. 2). Если в распоряжении исследователя есть только временные распределения  $F_E^{\wedge}(t)$ , то можно поставить задачу: по результатам сравнения временных распределений  $F_E^{\wedge}(t)$  и  $F_N^{\wedge}(t)$ , получаемых при интегрировании уравнений движения (12):

$$\begin{cases} -m_1 \ddot{w}_1 + m_1 g + F_N^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}, t) - C_1 w_1 - A \sin \omega t = 0, \\ m_2 \ddot{w}_2 - m_2 g + F_N^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}, t) = 0, \end{cases} \tag{12}$$

где  $F_N^{\wedge} = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta}$  ( $\alpha_1, \alpha_2$  - искомые), требуется определить  $\alpha_1, \alpha_2$  и сравнить с заданными (эталонными).

Для численного интегрирования уравнений (12) применяется метод Рунге-Кутты 4-го порядка с величиной шага интегрирования  $\Delta t = 6 \cdot 10^{-5}$  с. Начальные условия – нулевые по перемещениям и скоростям  $w_1, w_2, \dot{w}_1, \dot{w}_2$ . Сравнительный анализ получаемых численных результатов с эталонными (11) производится на цикле  $[t^*, t^* + T]$  после затухания первоначальных переходных процессов.

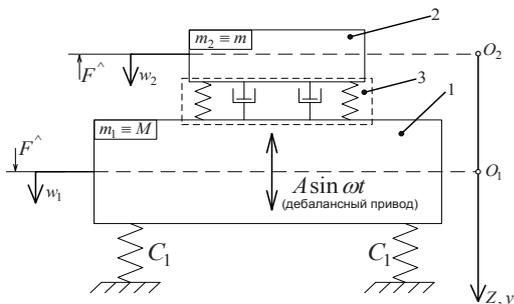


Рис. 2. Виброударная система с 2-мя степенями свободы

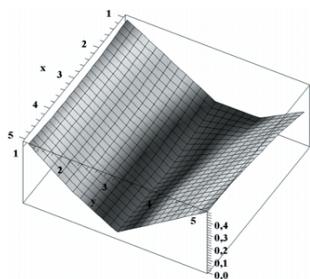


Рис. 3. Визуальное представление функционала

$$I_1 = \max |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| / \max |F_E^{\wedge}|$$

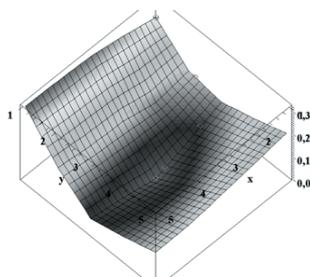


Рис. 4. Визуальное представление функционала

$$I_2 = \int |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt / \int |F_E^{\wedge}| dt$$

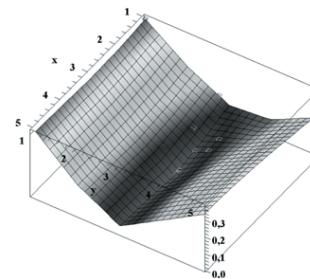


Рис. 5. Визуальное представление функционала

$$I_3 = \sqrt{\int (F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge})^2 dt} / \sqrt{\int (F_E^{\wedge})^2 dt}$$

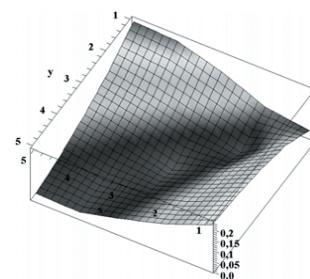


Рис. 6. Визуальное представление функционала

$$I_4 = \int \text{sign} |F_N^{\wedge} - F_E^{\wedge}| dt / \int \text{sign} F_E^{\wedge} dt$$

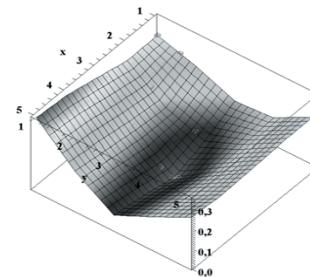


Рис. 7. Визуальное представление функционала

$$I_0 = (I_1 + I_4) / 2$$

На рис. 3 – 7 приведены визуальные представления функционалов  $I_i$  в области  $\alpha_1 \in [1.03 \cdot 10^8, 3.09 \cdot 10^8] \times \alpha_2 \in [0.64 \cdot 10^7, 1.92 \cdot 10^7]$ . Видно, что характер зависимости функционалов  $I_i$  от каждого из параметров разный. При этом, однако, можно отметить, что при изменении параметра  $\alpha_2$  (на рисунках - y) функционал изменяется сильнее, чем при изменении  $\alpha_1$  (на рисунках - x). Кроме того, функционалы  $I_1, I_4$  имеют вдоль некоторых направлений овраг, что может затруднять процесс их минимизации. В связи с этим предлагается в качестве минимизируемых функционалов принимать  $I_2, I_3, I_0 = (I_1 + I_4) / 2$ .

В качестве алгоритма поиска минимума выбранного  $I$  предлагается метод покоординатного спуска [12 - 13]:

1) задается начальное приближение

$$[\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}]; i = 0; \omega_1^{(i)} = 1; \omega_2^{(i)} = 1;$$

2) определяется

$$\alpha_1^{(i+1)} = \alpha_1^{(i)} - \omega_1^{(i)} \frac{I'_{\alpha_1}(\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)})}{I''_{\alpha_1}(\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)})};$$

$$\alpha_2^{(i+1)} = \alpha_2^{(i)} - \omega_2 \frac{I'_{\alpha_2}(\alpha_1^{(i+1)}, \alpha_2^{(i)})}{I''_{\alpha_2}(\alpha_1^{(i+1)}, \alpha_2^{(i)})};$$

3) проверяется условие

$$I(\alpha^{(i+1)}) \leq I(\alpha^{(i)}),$$

и в случае его нарушения принимается  $\omega_{1,2}^{(i)} = \omega_{1,2}^{(i)}/2$  с повторением этапа 2);

4) определяется

$$\delta = \frac{\sqrt{[\alpha_1^{(i+1)} - \alpha_1^{(i)}]^2 + [\alpha_2^{(i+1)} - \alpha_2^{(i)}]^2}}{\sqrt{(\alpha_1^{(i+1)})^2 + (\alpha_2^{(i+1)})^2}};$$

5) если  $\delta \leq \epsilon$ , где  $\epsilon$  - заранее установленная константа (погрешность), то процесс прекращается и решение принимается в виде:

$$\alpha_1^- = \alpha_1^{(i+1)}, \alpha_2^- = \alpha_2^{(i+1)};$$

иначе устанавливается  $i = (i+1)$ ,  $\omega_{1,2} = 1$ , и процесс повторяется с этапа 2).

Условно область изменения параметров  $\alpha_1, \alpha_2$  изображается в виде прямоугольника, в котором  $\alpha_1, \alpha_2$  изменяется от 1 до 5. Точка (3, 3) соответствует точному решению.

На рис. 8 представлена траектория движения точки текущего решения в плоскости  $(\alpha_1, \alpha_2)$ , на рис. 9 – временные распределения  $F_N^-, F_E^-$  в характерные моменты интегрируемого процесса.

На рис. 10 – график изменения функционала  $I_2$  в зависимости от номера шага итерационного процесса.

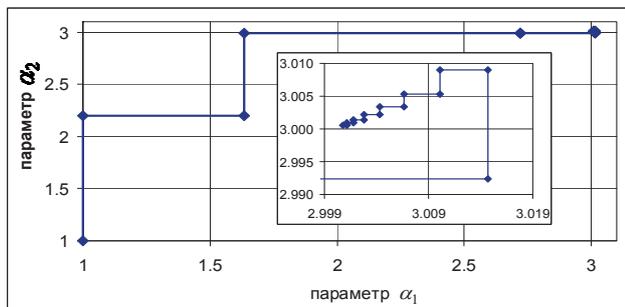


Рис. 8. Траектория движения точки текущего приближения решения для функционала  $I_2$

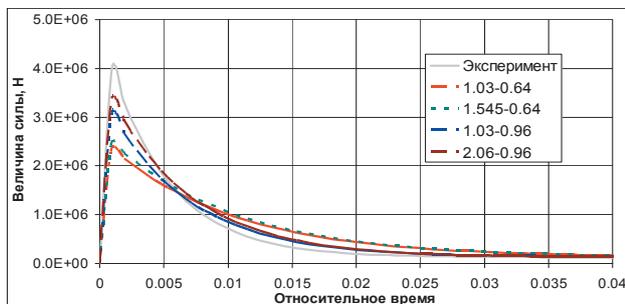


Рис. 9. Графики временных распределений  $F_N^-, F_E^-$  для различных сочетаний параметров  $\alpha_1, \alpha_2$  (случай функционала  $I_2$ )

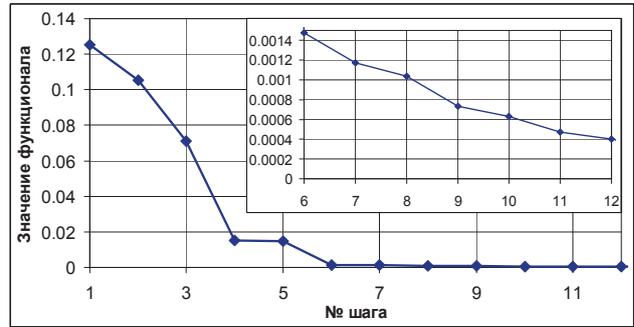


Рис. 10. График изменения функционала  $I_2$  в процессе итерационного поиска минимума

Видно, что предложенный критерий несоответствия  $I_2$  (аналогичен площади на рис. 1 между кривыми  $F_N^-, F_E^-$ , т.е. суммарному несовпадению импульсов) результатов численных и экспериментальных исследований достаточно эффективен с точки зрения скорости сходимости итерационного процесса и достижения требуемой точности. Учитывая, что функционалы  $I_3, I_0$  аналогичны по виду зависимости от  $\alpha_1, \alpha_2$ , то можно предположить, что и при их использовании будет наблюдаться та же картина. Это предположение подтверждается в ходе численных исследований с использованием  $I_0, I_3$  (см. рис. 11, 12). При этом применение в качестве критериев  $I_1, I_4$  приводит к замедлению процесса поиска решения.

Все предложенные критерии несоответствия  $I$  приводят итерационный процесс к точному решению (3, 3) достаточно быстро: третья значащая цифра получается уже после 10-ти шагов релаксации.

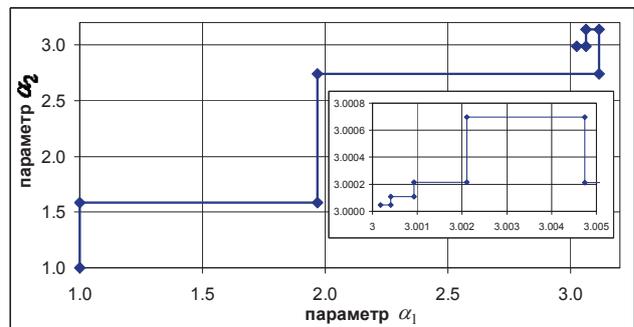


Рис. 11. Траектория движения точки текущего решения при минимизации функционала  $I_0$

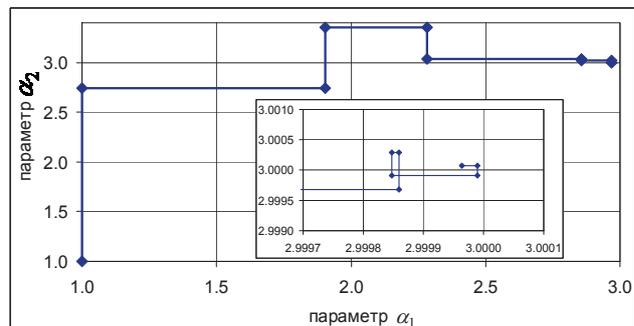


Рис. 12. Траектория движения точки текущего решения при минимизации функционала  $I_3$

Т.о., можно порекомендовать в качестве алгоритма поиска минимума функционала несоответствия численных и экспериментальных исследований  $F^{\wedge}$  покоординатный спуск с ускорением, а в качестве минимизируемого функционала -  $I_2$ ,  $I_3$  или  $I_0$ .

---

### Заклучение

---

В статье предложен подход к исследованию динамических характеристик виброударных систем, который позволяет определять силы ударного взаимодействия в виброударной системе в ходе расчетно-экспериментальных исследований. Были предложены критерии несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований сил ударного взаимодействия в виде некоторых функционалов. Определены наиболее подходящие для целей верификации силы ударного взаимодействия функционалы, а также апробирован алгоритм минимизации. Предложенный подход позволяет учесть существенно нелинейные процессы в виброударной

системе, которые позволяют лучше описать динамику высоконагруженных виброударных машин, в первую очередь силы ударного взаимодействия, которые априори неизвестным образом зависят от переменных состояния. Весовые коэффициенты в разложении искомой силы ударного взаимодействия в ряд по составляющим, характерным для системы, выбираются в соответствии с экспериментальными исследованиями, что позволяет приблизить результаты математического моделирования к экспериментальному. Разработанная технология исследования виброударной системы дает более достоверный результат по моделированию динамических характеристик виброударной системы.

В результате приведенных выкладок и исследования внутренних сил появляется возможность на более высоком качественном уровне проводить расчеты напряженно-деформированного состояния виброударной машины, а также обеспечить заданный срок службы уникального виброударного оборудования, в котором сейчас нуждается современная промышленность.

---

### Литература

- 1 Барчан Е. Н. К вопросу об исследовании прочностных характеристик корпуса выбивной машины и динамических процессов при выбивке отливок / Е. Н. Барчан, Н. А. Ткачук, А. В. Грабовский // Вісник НТУ "ХП". Тем. вип.: Машинобудування та САПР. – 2007. – №29. – С. 8–16.
- 2 Грабовский А. В. Обзор конструкций инерционных машин и их принципиальные схемы работы / А. В. Грабовский // Вісник НТУ "ХП". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2008. – №42. – С. 27–34.
- 3 Грабовський А. В. Методи дослідження динаміки інерційних вібромашин і визначення діючих навантажень в віброударній системі / А. В. Грабовський // Вісник НТУ "ХП". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2009. – №12. – С. 61–80.
- 4 Грабовський А. В. О расчетно-экспериментальном моделировании динамических процессов в виброударных системах / А. В. Грабовський // Механіка та машинобудування. – 2009. – №1. – С. 119–129.
- 5 Нисонский В. П. Математическая модель многосекционных выбивных агрегатов с учётом рассеяния энергии / В. П. Нисонский, И. И. Гергеа, Р. М. Козулькевич, Ю. В. Гуцуляк // Проблемы прочности. – 1994. – № 10. – С.30–36.
- 6 Гергеа И.И. Взаимодействие рабочей нагрузки с рабочим органом в ударно-вибрационных машинах / И. И. Гергеа // Проблемы прочности. – 1995. – № 4. – С.74–82.
- 7 Баженов В. А. Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах / Баженов В. А., О. С. Погорелова, Т. Г. Постникова, С. Н. Гончаренко // Пробл. прочности. – 2009. – №4. – С. 69–77.
- 8 Баженов В. А. Численные исследования динамических процессов в виброударных системах при моделировании удара силой контактного взаимодействия / Баженов В. А., О. С. Погорелова, Т. Г. Постникова, О. А. Лукьянченко // Пробл. прочности. – 2008. – №6. – С. 82–90.
- 9 Люстерник Л. А. Элементы функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520 с.
- 10 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М.: Наука, 1976. – 544 с.
- 11 Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Функциональный анализ. Т.1 / М. Рид, Б. Саймон. – М.: Мир, 1977. – 358 с.
- 12 Карманов В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 264 с.
- 13 Жиглявский А.А., Жилинкас А.Г. Методы поиска глобального экстремума / А. А. Жиглявский, А. Г. Жилинкас – М.: Наука, Физматлит, 1991. – 248 с.