УДК 001.891:65.011.56:621.332

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОТРАНСПОРТА (МОДЕЛИРОВАНИЕ)

А.Н. Толстиков
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
E-mail:tols-alex@yandex.ru

Н.Г. Толстиков
Кандидат технических наук, заведующий кафедрой
Кафедра информатики
Харьковский гуманитарно-технический институт
ул. Кандаурова, 2, г. Харьков
Контактный тел.: (057) 335-24-29

И.Г. Толстиков
Кандидат физико-математических наук, доцент
Кафедра теоретической ядерной физики
Харьковский национальный университет имени В.Н.Каразина
пр. Курчатова, 31, г.Харьков
Контактный тел.: (057) 335-24-29

Описана математична модель струмів навантаження. Показана перспективність статистичного пристрою контактної мережі в інформаційно-управляючій системі електротранспорту

Ключові слова: інформаційно-управляюча система, пристрій захисту, математична модель, струм навантаження, контактна мережа

Описана математическая модель токов нагрузки. Показана перспективность статистического устройства защиты контактной сети в информационно-управляющей системе электротранспорта

Ключевые слова: информационно-управляющая система, устройство защиты, математическая модель, ток нагрузки, контактная сеть

The mathematical model of currents of loading has been described. Perspective of statistical device of defence of contact network was shown in the informative-managing system Electric

Keywords: informative-managing system, device of defence, mathematical model, load current, contact network

1. Введение

Устройства контроля и защиты являются важной частью информационно-управляющей системы электротранспорта, т.е. создание защиты контактной сети (КС) от токов короткого замыкания (КЗ) и перегрузок - актуальная задача. При этом особая трудность выполнения защиты возникает тогда, когда требуется обнаружить “малый” ток КЗ, меньший из-за роста тяговых нагрузок, чем максимальный ток нагрузки. Последствия таких замыканий могут оказаться чрезвычайно тяжелыми, а экономический ущерб значительным из-за малой эффективности существующих средств контроля и защиты КС.

2. Постановка задачи

Поэтому предложен вероятностный подход при выборе принципа построения защиты КС, основанный на статистическом анализе тяговой нагрузки. Тогда представляет интерес вероятностная модель тяговой нагрузки, в которой процесс изменения токов нагрузки и размещения электропоездов рассматривается как случайный процесс, т.е. для создания эффективной защиты КС со статистическими уставками необходимо воспользоваться вероятно-статистическими методами [1].

3. Математическая модель тока нагрузки

Тяговые процессы являются случайными функциями времени. В случае эргодического и стационарного случайного процесса статистические погрешности оценок M_x и D_x определяются объемом выборки, принятой для исследования, при этом использование коррелированных значений увеличивает погрешность. Наличие квантования по времени не влияет на оценку M_x, а в оценке D_x учитывается в виде поправки Шеппарда. Анализ статистических погрешностей показывает, что оценку точности расчетов необходимо выполнять в каждом случае, а регистрацию данных производить с таким расчетом, чтобы получать достоверные вероятностные характеристики.

Проверка тяговой нагрузки на стационарность и эргодичность проводилась по выборке с шагом 30 минут 768 значений тока нагрузки, содержащей 16 суточных реализаций по 48 замеров в каждой. Алгоритм расчета следующий: расчет оценок среднего значения и дисперсии по сечениям ансамбля, по определенным суточным реализациям и по всему объему информации; оценки дисперсий средних в сечениях и в реализациях; проверка гипотезы нормальности их распределения. Основное положение: нормальный закон распределения генеральной совокупности токов в КС. Анализ результатов расчета показал, что в суточных реализациях одного варианта гипотеза противоречит экспериментальным данным, поэтому для дальнейшей проверки приняты непараметрические критерии.

Проверка стационарности проводилась сравнением оценок M_x и D_x в сечениях с их ансамблевыми значениями по следующим параметрам: размах отклонения, критерий тренда и критерий серии, среднеквадратическое отклонение оценок, отнесенное к их ансамблевому значению. По результатам расчета сделан вывод, что ток нагрузки обладает стационарностью по математическому ожиданию и дисперсии. Проверка гипотезы нормальности распределения средних по сечениям и реализациям дала положительные результаты. Суточные дисперсии описываются нормальным распределением только в первом приближении, гипотеза нормальности дисперсий по сечениям ансамбля противоречит данным эксперимента.

Проверка эргодичности тяговой нагрузки по математическому ожиданию и дисперсии проведена с помощью однофакторной модели дисперсионного анализа с использованием F-распределения. Анализ эргодичности математического ожидания с помощью критерия F показал, что гипотеза не противоречит экспериментальным данным. При увеличении уровня надежности разбросы среднесуточных быстрее сходятся в доверительный интервал. Более детальную проверку эргодичности необходимо выполнять с использованием автокорреляционных зависимостей. Анализ показал, что случайный процесс изменения токов в КС является эргодичным по математическому ожиданию и дисперсии. Центрирование неэргодичного случайного процесса относительно функции математического ожидания, имеющей периодический временной тренд, сводит процесс к эргодическому по автокорреляционной функции.

Анализ законов распределения тяговой нагрузки позволил выявить влияние некоторых факторов на форму кривой распределения, а также наметить границы практического использования того или иного распределения. Для аппроксимации экспериментальных данных использованы эмпирические распределения Джонсона, которые тремя исходными функциями охватывают всю плоскость возможных распределений. Алгоритм предусматривает расчет оценок асимметрии и эксцесса, по которым производится выбор одной из трех функций распределения, расчет параметров соответствующего распределения и оценку соответствия аппроксимирующего выражения исходным данным по критерию хи-квадрат и по критерию Романовского. Анализ результатов расчета показал, что случайный процесс изменения токов в контактной сети описывается нормальным законом распределения.

На основе обработки экспериментального материала с помощью математического аппарата стохастических процессов разработана вероятностная модель токов в контактной сети [1]. Указанная математическая модель позволила определить наиболее вероятные уставки токовременной защиты, что позволило минимизировать количество ложных срабатываний автоматического выключателя и тем самым повысить надежность системы электроснабжения. Расчетные значения амплитуды и длительности максимальных токов перегрузки, необходимые для получения уставок электронной защиты, определены с помощью элементов теории выбросов случайных функций.

Ток нагрузки питающей линии складывается из нагрузки электропоездов, движущихся по участку контактной сети, поэтому для определения этой нагрузки необходимо разработать модель процесса перемещения электропоездов. Допустим, что через равные промежутки времени с вероятностью P появляются однотипные поезда, перемещающиеся дискретно по узлам (точкам) через время Δ, 2Δ,..., NΔ. Конфигурацию поездов, находящихся на участке в момент времени t, обозначим $X(t)=(X_0(t),...,X_N(t))$. Случайная величина $X_k(t)$ равна 1, если в к-той точке в момент времени t находится электропоезд и равна 0 в противном случае. Время t дискретно и изменяется с шагом Δ.

Обозначим через I_k ток, возникающий в к-той точке, если там находится электропоезд, тогда ток фидера равен

$$I_{\phi}(t)=\sum_{k=0}^{N} I_k X_k(t) . \tag{1}$$

Случайные величины $X_k(t)$, отвечающие разным моментам времени, связаны соотношением $X_k(t)=X_{k+1}(t+\Delta)$. Электропоезд, находящийся в к-той точке в момент времени t, перемещается в (к+1)-точку к моменту (t+Δ), поэтому

$$I_{\phi}(t)=\sum_{k=0}^{N} I_k X_{k+N} , \tag{2}$$

где X_i - сокращенное обозначение для $X_0(-i\Delta)$.

Анализ экспериментальных данных дает основание считать, что случайный процесс $I_{\phi}(t)$ изменения тока нагрузки фидера во времени является стационарным и эргодичным. Тогда математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция этого процесса имеют вид

$$MI_\phi(t)=\sum_{k=0}^{N} I_k MX_k(t)=P\sum_{k=0}^{N} I_k = \\ =\frac{I_0+\ldots+I_{N+1}}{N+1}P(N+1), \tag{3}$$

$$DI_\phi(t)=\sum_{k=0}^{N} I_k^2 DX_k(t)=P(1-P)\sum_{k=0}^{N} I_k^2 = \\ =\frac{I_0^2+\ldots+I_{N+1}^2}{N+1}P(N+1)(1-P). \tag{4}$$

Если U > N, то $\operatorname{cov}(I_\phi(t), I_\phi(t+u\Delta))=0$, если $U\le N$, то

$$\operatorname{cov}(I_\phi(t), I_\phi(t+u\Delta))=\operatorname{cov}(I_\phi(0), I_\phi(u\Delta))= \\ =\operatorname{cov}\left(\sum_{k=0}^{N} I_k X_k,\ \sum_{k=0}^{N} I_k X_{k+u}\right)=\sum_{k=0}^{N} I_k I_{k-u} DX_k = \\ =P(1-P)\sum_{k=0}^{N} I_k I_{k-u} = \\ =\frac{I_0 I_u+\ldots+I_{N-u}I_N}{N+1}P(N+1)(1-P). \tag{5}$$

Здесь величина $P(N+1)=\lambda$ и представляет собой среднее число электропоездов, находящихся в фиксированный момент времени на участке (интенсивность движения). Будем считать, что количество узлов (точек) N достаточно велико, интенсивность λ фиксирована, а $P=\lambda/(N+1)$ тем самым мало. Тогда, согласно центральной предельной теореме и результатам анализа экспериментального материала с помощью математического аппарата теории вероятности и статистики, теории случайных функций, с определенной степенью точности можно считать, что величина $I_\phi(t)$ имеет нормальное распределение. Так как параметры нормального распределения - это математическое ожидание и дисперсия, а для соответствующего случайного процесса еще и ковариационная функция, нужно в приведенных выше формулах (3-5) перейти к пределу при $N\to\infty$ и предельные значения считать параметрами нормальной аппроксимации. Для формализации этого предельного перехода введем параметризацию по длине участка.

Обозначим через l точку, в которой оказывается электропоезд через время $(l/L)N\Delta$ после его появления на участке. Время прохождения участка $T=N\Delta$, а вместо дискретного набора токов $I_0,\ldots,I_N$ введем функцию $I(l)$, $0<l<L$, так что $I_k=I(KL/N)$. Тогда можно аппроксимировать случайный процесс $I_\phi(t)$ идеализированным гауссовским процессом $I_\phi(t)^o$ с соответствующими характеристиками: средним $\lambda\bar{I}$, дисперсией λI^2 и ковариационной функцией K(t) (она равна нулю при t > T).

Рассмотрим теперь промежуток времени $[0,t_0]$ и введем случайную величину $Z(t_0)$-долю времени на интервале $[0,t_0]$, которую процесс $I_\phi(t)^o$ проводит выше некоторого уровня А. Тогда математическое ожидание

$$MZ(t_0)=1-\Phi\left(\frac{A-\lambda\bar{I}}{\sqrt{K(0)}}\right),$$

где $\Phi(X)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{X}\exp\left(\frac{-y^2}{2}\right)dy.$

Выражение для дисперсии имеет следующий вид

$$DZ(t_0)=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\Phi^{(n)}\frac{A-\lambda\bar{I}}{\sqrt{K(0)}}\right)^2}{n![K(0)]^2}\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0}\left(1-\frac{t}{t_0}\right)K^n(t)dt,$$

$$DZ(t_0)=\frac{1}{\pi t_0}\int_0^{t_0}\left(1-\frac{t}{t_0}\right)dt\times \\ \times\int_0^{K(t)/K(0)}\exp\left(-\frac{(A-\lambda\bar{I})^2}{K(0)(1+v)}\right)\left(1-v^2\right)^{-0,5}dv.$$

Заметим, что, так как время превышения Δt некоторого уровня А представляет собой разностное значение случайной функции изменения тягового тока, то это позволяет отказаться от анализа случайной функции с привлечением сложного аппарата теории стохастических процессов и оперировать случайными величинами.

4. Выводы

На основе разработанной в результате анализа экспериментального материала вероятностной модели токов нагрузки, являющейся случайной функцией времени, с помощью статистических характеристик выбросов тягового тока за наиболее вероятный уровень тока и времени превышения этого уровня, определены расчетные значения амплитуды и длительности максимальных токов перегрузки, необходимые для расчета уставок токовременной защиты КС [1]. Полученная математическая модель токов нагрузки представляет практический интерес для создания эффективной статистической защиты КС с целью дальнейшего использования в информационно-управляющей системе электротранспорта. Для анализа данных использовались информационные технологии (программы Statistica и др.).

Литература

1. Толстиков А.Н., Толстиков Н.Г., Толстиков И.Г. Устройства температурного контроля и защиты контактного провода электротранспорта//Восточно-Европейский журнал передовых технологий.-2010.- 2/7(44).- с.28-30.