У представленій роботі розглянута стохастична модель квазістаціонарного потокорозподілу в інженерних мережах, яка найбільш адекватно описує режими їх роботи та є найбільш ефективною для установи та рішення задач оперативного планування режимів роботи ІС

Ключові слова: стохастична модель, квазістаціонарний потокорозподіл, метод статистичної лінеаризації

В данной работе рассмотрена стохастическая модель квазистационарного потокораспределения в инженерных сетях, которая наиболее адекватно описывает режимы их работы и является наиболее эффективной для постановки и решения задач оперативного планирования режимов работы ИС

Ключевые слова: стохастическая модель, квазистационарное потокораспределение, метод статистической линеаризации

In this paper we consider a stochastic model of a quasi-stationary flow distribution in engineering networks that most adequately describes the modes of their work and is most effective for the formulation and solution of problems of operational planning regimes of engineering networks

Keywords: Stochastic model, quasi-steady flows, the method of statistical linearization

УДК (519.9+518.5):532.54

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЯХ

А.Д. Тевяшев
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*
Контактный тел. 097-332-97-66

С.И. Козыренко
Кандидат технических наук, доцент*
Контактный тел. 340-81-22

В.Д. Непочатова
Младший научный сотрудник*
*Кафедра прикладной математики
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков
Контактный тел. 786-14-19

Введение

Известно, что решение проблемы оперативного управления потокораспределением в инженерных сетях (ИС) основано на использовании двухэтапных процедур оптимального стохастического управления, включающих на первом этапе оперативное планирование режима работы ИС, а на втором – стабилизацию давлений в глобальных диктующих точках ИС [1].

До настоящего времени постановка и решение задачи оперативного планирования режимов работы ИС было основано на использовании модели установившегося потокораспределения (УПР) в водопроводных сетях. Эта модель наиболее эффективна при решении задач проектирования и реконструкции ИС, однако, как показал опыт, недостаточно адекватна для оперативного планирования режимов работы ИС. Недостаточная адекватность модели УПР в водопроводных сетях связана с рядом объективных причин:

• Модель УПР позволяет адекватно описывать только стационарные режимы транспорта и распределения целевых продуктов (ЦП) в ИС в то время как фактические режимы работы ИС являются существенно нестационарными и их можно представить в виде взаимосвязанной последовательности квазистационарных режимов;

• Модель УПР является детерминированной моделью, в которой все параметры и граничные условия (возмущения на входах и выходах сети) должны быть известны точно и не должны изменяться хотя бы в течение некоторого интервала времени. В реальных условиях, возмущения на выходах сети – процессы потребления ЦП являются стохастическими процессами, зависящими от огромного количества не контролируемых и не управляемых факторов, а параметры модели, оцениваемые по выборкам экспериментальных данных конечной длинны сами являются случайными величинами;

• Огромная размерность ИС и ограниченность информационных ресурсов и оперативных данных не позволяют достаточно адекватно оценить не только параметры технологических элементов ИС (участков трубопроводов, параметры силового оборудования, установленного на активных элементах ИС), но и структуру ИС, т. к. инженерные сети находятся в эксплуатации десятки и даже сотни лет, а их паспортизация практически не проводится.

1. Стохастическая модель квазистационарного потокораспределения по трубопроводному участку инженерной сети

Известно, что математическую модель установившегося потокораспределения по участку трубопровода ИС можно представить в виде[1]:

$$P_{in}^{\alpha} - P_{ik}^{\alpha} - c_i q_i \left|q_i\right|^{\chi_{i-1}} = 0, i \in M, \qquad (1)$$

где p_{in}, p_{ik} – давления в начале и конце i-го участка сети; q_i – расход по i-му участку сети; c_i – гидравлическое сопротивление i-го участка сети ($c_i > 0$), χ_I- коэффициент нелинейности i-го участка сети ($\chi_i \geq 1$); α – показатель степени давлений в начале и конце i-го участка сети, соответственно.

При построении стохастической модели квазистационарного потокораспределения по участку трубопровода ИС введём ряд допущений:

• Уровень стохастических возмущений-изменений расходов или давлений в начале или конце участка трубопровода достаточно мал и не приводит к возникновению гидравлических ударов и обратных волн;

• Переходный процесс на участке трубопровода протекает достаточно быстро, а его вид не представляет значительного интереса, практический интерес представляют только предельные (максимальные и минимальные) значения давлений и расхода, вызванные этими возмущениями.

Сделанные допущения позволяют существенно упростить построение стохастической модели квазистационарного потокораспределения по участку трубопровода ИС сохранив достаточно высокую степень её адекватности реальным процессам.

Пусть (Ω, B, P) — вероятностное пространство, где:
Ω - пространство элементарных событий;
B - σ-алгебра событий из Ω;
P - вероятностная мера на B.

в этом случае стохастическую модель квазистационарного потокораспределения по участку трубопровода можно представить в виде:

$$\underset{\omega}{M}\{P_{in_i}^{\alpha}(\omega) - P_{ik_i}^{\alpha}(\omega) - c_i(\omega)\, q_i^{\chi_{i-1}}(\omega)\} = 0, i \in M, \qquad (2)$$

где $\underset{\omega}{M}\{\}$ - символ математического ожидания случайной величины $\{\cdot\}$,

$P_{in}(\omega), P_{ik_i}(\omega), c_i(\omega), q_i(\omega)$ - случайные величины, характеризующие, соответственно, давление в начале $P_{in}(\omega)$ и в конце $P_{ik}(\omega)$ i-го участка трубопровода, $q_i(\omega)$ - расход воды на i-м участке трубопровода, а $c_i(\omega)$ - гидравлическое сопротивление i-го участка трубопровода.

Уравнение (2) будем рассматривать в качестве стохастической модели квазистационарного потокораспределения по i-му участку напорного трубопровода водопроводной сети.

Если в модели (2) заменить все случайные величины их математическими ожиданиями, то полученная модель будет по форме совпадать с моделью установившегося потокораспределения по напорному участку трубопровода ИС (1).

Математическая модель (2) содержит одно уравнение и четыре взаимосвязанных между собой случайных величины $P_{in}(\omega), P_{ik}(\omega), c_i(\omega), q_i(\omega)$.

Для использования стохастической модели (2) для моделирования и оптимизации квазистационарного потокораспределения по участку трубопровода уравнение (2) должно быть дополнено заданием статистических свойств трёх независимых случайных переменных. В качестве независимых случайных переменных могут выступать любые три из четырёх переменных, входящих в уравнение (2).

Не нарушая общности, будем предполагать, что все независимые переменные, входящие в модель (2) имеют нормальное распределение с известным математическим ожиданием и дисперсиями: $P_{in}(\omega) \cong N(\overline{P}_n, \sigma_{P_n}^2)$, $q_i(\omega) \cong N(\overline{q}, \sigma_q^2)$, $c_i(\omega) \cong N(\overline{c}_i, \sigma_{c_i}^2)$, $P_{in}(\omega) \cong N(\overline{P}_{in}, \sigma_{P_{in}}^2)$.

При решении практических задач моделирования и оптимизации квазистационарных режимов точные значения математических ожиданий и дисперсий независимых переменных модели (2) практически неизвестны, а известны только их оценки. Поэтому в дальнейшем вместо точных значений переменных везде будем использовать их оценки. Подставляя в уравнение (2), оценки математических ожиданий независимых переменных и решая полученное уравнение в алгебраическом смысле мы получаем оценку математического ожидания зависимой переменной. Полученная оценка в силу неравенства Йенсена [3] будет смещенной из-за нелинейности модели (2), однако в практических расчетах этим можно пренебречь. Для вычисления дисперсии зависимой переменной в зависимости от дисперсий независимых переменных воспользуемся методом статистической линеаризации [4].

2. Стохастическая модель квазистационарного потокораспределения в инженерной сети

Задачу построения стохастической модели квазистационарного потокораспределения (КСПР) в ИС рассмотрим для сети, структура которой определяется в виде графа G(V,E). Для представления структуры сети в виде сильносвязного линейного орграфа G(V,E), реальная сеть добавляется нулевой вершиной и фиктивными хордами, соединяющими нулевую вершину со всеми входами и выходами ИС. Направление фиктивных дуг выбирается «из нулевой вершины во все входы» и «из всех выходов в нулевую вершину». В этом случае граф ВС G(V,E) содержит e=Card(E) дуг и v=Card(V) вершин. Множество E дуг графа сети можно представить как $E=M \cup K$, где M – множество дуг графа сети, соответствующих реальным участкам; $K=L \cup N$ – множество фиктивных участков сети; L, N – множества дуг, соответствующих входам и выходам сети, соответственно.

Выберем дерево графа сети, тогда $E=E_1 \cup E_2$, где E_1, E_2 – множества дуг, соответствующих ветвям дерева и хордам. Следует отметить, что нулевая вершина является начальной для дуг, соответствующих входам сети, и конечной для дуг, соответствующих выходам сети. В этом случае систему уравнений стохастической модели КСПР в ИС можно представить в виде:

$$\underset{\omega}{M}\left\{h_r(\omega) + \sum_{i \in E_1} b_{1ri}\, h_i(\omega)\right\} = 0, r \in E_2; \qquad (3)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{q_i - \sum_{r \in E_2} b_{1ri} q_r(\omega)\right\} = 0, i \in E_1, \qquad (4)$$

где

$$h_i(q_i(\omega)) = c_i(q_i(\omega))\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1} = 0, i \in M; \quad (5)$$

$$h_j(\omega) = -P_j^\alpha(\omega), j \in L; \quad (6)$$

$$h_j(\omega) = P_j^\alpha(\omega), j \in N; \quad (7)$$

$P_j(\omega)$ – давление в начале ($j \in N$) j-ой дуги; b_{1ri} – элемент цикломатической матрицы B_1, построенной для ветвей дерева графа сети.

3. Определения класса задач расчёта квазистационарного потокораспределения в инженерной сети

Для определения класса задач расчёта квазистационарного потокораспределения в ИС конкретизируем систему уравнений (3), (4) в зависимости от выбора дерева графа сети и задания граничных условий. Пусть дерево графа сети не содержит фиктивных дуг, соответствующих выходам сети. Тогда каждое из множеств M, L, N разобьётся на два, соответствующих ветвям дерева M_1, L_1, N_1 и хордам M_2, L_2, N_2 причём $N_1=\varnothing$. В каждом узле, соответствующем входу или выходу сети (дугам множеств L, N), задаётся значение давления или расхода. Задание этих величин разбивает каждое из множеств L_1, L_2, N_2 на два в зависимости от того, задан в этих дугах расход L_{11}, L_{21}, N_{21} или давление L_{12}, L_{22}, N_{22}. Для определённости к ветвям дерева отнесём дугу, соответствующую входу сети с заданным давлением, присвоим ей номер 1. В этом случае множество $L_{11}=\varnothing$, а стохастическая модель КСПР принимает вид:

$$\underset{\omega}{M}\left\{c_r(\omega)q_r(\omega)\left|q_r(\omega)\right|^{\chi_r - 1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1}\right\} = 0, r \in M_2; \quad (8)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_1^\alpha(\omega) - P_r^\alpha(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1}\right\} = 0, r \in L_{22}; \quad (9)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_r^\alpha(\omega) - P_1^\alpha(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1}\right\} = 0, r \in N_{22}; \quad (10)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_1^\alpha(\omega) - P_r^\alpha(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1}\right\} = 0, r \in L_{21}; \quad (11)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_r^\alpha(\omega) - P_1^\alpha(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|^{\chi_i - 1}\right\} = 0, r \in N_{21}; \quad (12)$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{q_i(\omega) - \sum_{r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}} b_{1ri} q_r(\omega) + \sum_{r \in L_{21} \cup N_{21}} b_{1ri} q_r(\omega)\right\} = 0, i \in M_1 \cup L_{12}. \quad (13)$$

Заменяя в системе уравнений (8)-(13) все случайные величины их математическими ожиданиями, мы получаем систему уравнений математической модели установившегося потокораспределения [2], в качестве параметров и переменных в которой выступают не значения случайных величин, а оценки их математических ожиданий:

$$\bar{c}_i \bar{q}_r \left|\bar{q}_r\right|^{\chi_r - 1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{c}_i \bar{q}_i \left|\bar{q}_i\right|^{\chi_2 - 1} = 0, r \in M_2; \quad (14)$$

$$\bar{P}_1^\alpha - \bar{P}_r^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{c}_i \bar{q}_i \left|\bar{q}_i\right|^{\chi_i - 1}\} = 0, r \in L_{22}; \quad (15)$$

$$\bar{P}_r^\alpha - \bar{P}_1^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{c}_i \bar{q}_i \left|\bar{q}_i\right|^{\chi_i - 1} = 0, r \in N_{22}; \quad (16)$$

$$\bar{P}_1^\alpha - P_r^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{c}_i \bar{q}_i \left|\bar{q}_i\right|^{\chi_i - 1} = 0, r \in L_{21}; \quad (17)$$

$$\bar{P}_r^\alpha - P_1^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} \bar{c}_i \bar{q}_i \left|\bar{q}_i\right|^{\chi_i - 1} = 0, r \in N_{21}; \quad (18)$$

$$\bar{q}_i \sum_{r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}} b_{1ri} \bar{q}_r + \sum_{r \in L_{21} \cup N_{21}} b_{1ri} \bar{q}_r = 0, i \in M_1 \cup L_{12}. \quad (19)$$

Система уравнений (14)-(18) позволяет описать весь класс задач расчёта квазистационарного потокораспределения в ИС.

Система уравнений (14)-(19) содержит μ уравнений и μ+m+l+k переменных, где m=Card (M) – количество реальных участков, каждому из которых соответствует переменная $\bar{c}_j$; l=Card (L) – количество входов ИС; k=Card (K) – количество выходов ИС.

Для разрешимости системы уравнений (14)-(19) она дополняется граничными условиями таким образом, чтобы на каждом входе и выходе ИС было задано значение оценки математического ожидания расхода или давления. Исключение составляет вход, соответствующий ветви дерева с заданной оценкой математического ожидания давлением $\bar{P}_1$ на входе сети.

Выбор каждой конкретной задачи определяется тем, какие конкретные граничные условия задаются на входах и выходах ИС.

Не нарушая общности, рассмотрим одну из постановок задач расчёта квазистационарного потокораспределения в ИС, когда для системы уравнений (14)-(18) с учётом уравнения связи (19) в качестве независимых переменных выбраны расходы $\bar{q}_i$, $i \in L_{21} \cup N_{21}$ и давления $\bar{P}_1$; $\bar{P}_j$, $j \subset L_{22} \cup N_{22}$, а в качестве зависимых переменных – расходы $\bar{q}_r$, $r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}$ и давления $\bar{P}_r$, $r \in L_{21} \cup N_{21}$. В этом случае расходы в хордах $\bar{q}_r, r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}$ определяются в результате решения системы уравнений (14), (15) с учётом уравнений связи (19), а давления $\bar{P}_r$, $r \in L_{21} \cup N_{21}$ - находятся из уравнений связи (16), (17).

В зависимости от этого в системе уравнений выбираются и решаются только те уравнения, которые рассматриваются как независимые переменные.

4. Метод статистической линеаризации системы уравнений стохастической модели квазистационарного потокораспределения в инженерной сети

В реальных условиях функционирования ИС независимые переменные $P1(\omega)$; $P_r(\omega), r \in L_{22} \cup N_{22}; q_r(\omega), r \in L_{21} \cup N_{21}$ являются случайными величинами, которые колеблются относительно своих математических ожиданий с некоторой дисперсией.

Пусть известны оценки математических ожиданий и дисперсий независимых переменных

$$\bar{P}_r = \underset{\omega}{M}(P_r(\omega)); r \in L_{12} \cup L_{22} \cup N_{22};$$
$$\bar{q}_j = \underset{\omega}{M}(q_j(\omega)), j \in L_{21} \cup N_{21}; \sigma^2_{P_r},$$
$$r \in L_{12} \cup L_{22} \cup N_{22}; \sigma^2_{q_j}, j \in L_{21} \cup N_{21}.$$

Требуется получить оценки математических ожиданий и дисперсий зависимых переменных $\bar{q}_i, \sigma^2_{q_i}, i \in L_{22} \cup N_{22}; \bar{P}_r, \sigma^2_{P_r}, r \in L_{21} \cup N_{21}$. Получить такие оценки можно лишь для линеаризированной МУПР [3].

В качестве граничных условий в системе уравнений (8)-(13) вместо случайных величин $q_j(\omega), j \in L_{21} \cup N_{21}; P_1(\omega); P_r(\omega), r \in L_{22} \cup N_{22}$ будем использовать оценки их математических ожиданий $\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}$. Математические ожидания зависимых переменных $\bar{q}_r, r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}; \bar{P}_r, r \in L_{21} \cup N_{21}$ являются неявными функциями оценок математических ожиданий независимых переменных $\bar{q}_j j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22,}$, причём функциональная связь определяется системой нелинейных уравнений (8)-(13), т.е.:

$$\bar{q}_r = \bar{q}_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}, r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}; \tag{20}$$

$$\bar{P}_r = \bar{P}_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}, r \in L_{21} \cup N_{21}. \tag{21}$$

Разложим функции (19), (20) в ряд Тейлора относительно математических ожиданий независимых переменных $\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1, \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}$, ограничиваясь линейными членами разложения получаем:

$$\bar{q}_r = \bar{q}_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}) + \left(\frac{\partial q_r}{\partial P_1}\right)^0 \delta P_1 + \sum_{j \in L_{22} \cup N_{22}} \left(\frac{\partial q_r}{\partial P_j}\right)^0 \delta P_j + \sum_{j \in L_{21} \cup N_{22}} \left(\frac{\partial q_r}{\partial q_j}\right)^0 \delta q_j; r \in L_{22} \cup N_{22}; \tag{22}$$

$$\bar{P}_r = \bar{P}_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}) + \left(\frac{\partial P_r}{\partial P_1}\right)^0 \delta P_1 + \sum_{j \in L_{22} \cup N_{22}} \left(\frac{\partial P_r}{\partial P_j}\right)^0 \delta P_j + \sum_{j \in L_{21} \cup N_{21}} \left(\frac{\partial P_r}{\partial q_j}\right)^0 \delta q_j; r \in L_{21} \cup N_{21}. \tag{23}$$

Здесь производные вычисляются в точке разложения, а $\delta P_j(\omega) = P_j(\omega) - \bar{P}_j$; $j \in L_{12} \cup L_{22} \cup N_{22}$, $\delta q_j(\omega) = q_j(\omega) - \bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}$.

Учитывая, что

$$\underset{\omega}{M}(\delta P_j(\omega) = \underset{\omega}{M}(\delta q_j(\omega)) = 0; \ \sigma^2_{\delta_{q_j}} = \sigma^2_{q_j}; \ \sigma^2_{\delta_{P_j}} = \sigma^2_{P_j},$$

получим оценки математических ожиданий и дисперсий зависимых переменных:

$$\bar{q}_r = M(q_r) = q_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}), r \in L_{22} \cup N_{22}; \tag{24}$$

$$\sigma^2_{q_r} = \sum_{j \in L_{12} \cup L_{22} \cup N_{22}} \left[\left(\frac{\partial q_r}{\partial P_j}\right)^0\right]^2 \sigma^2_{P_j} + \sum_{j \in L_{21} \cup N_{21}} \left[\left(\frac{\partial q_r}{\partial q_j}\right)^0\right]^2 \sigma^2_{q_j}, r \in L_{22} \cup N_{22}; \tag{25}$$

$$\bar{P}_r = M(P_r) = P_r(\bar{q}_j, j \in L_{21} \cup N_{21}; \bar{P}_1; \bar{P}_r, r \in L_{22} \cup N_{22}), r \in L_{21} \cup N_{21}; \tag{26}$$

$$\sigma^2_{P_r} = \sum_{j \in L_{12} \cup L_{22} \cup N_{22}} \left[\left(\frac{\partial P_r}{\partial P_j}\right)^0\right]^2 \sigma^2_{P_j} + \sum_{j \in L_{21} \cup N_{21}} \left[\left(\frac{\partial P_r}{\partial q_j}\right)^0\right]^2 \sigma^2_{q_j}, r \in L_{21} \cup N_{21}. \tag{27}$$

Порядок вычисления производных

$\frac{\partial q_r}{\partial P_j}$, $\frac{\partial q_r}{\partial q_j}$, $\frac{\partial P_r}{\partial q_j}$, $\frac{\partial P_r}{\partial P_j}$ приведён в работе [3].

Выводы

Впервые предложена стохастическая модель квазистационарного потокораспределения в инженерных сетях, отличающаяся от известных учётом статистических свойств параметров как самой сети, так и внешней среды. Показано, что известная модель установившегося потокораспределения в инженерных сетях является частным случаем предложенной модели при замене всех случайных параметров и величин их математическими ожиданиями. Предложен метод расчёта статистических свойств зависимых переменных (математического ожидания, дисперсии) модели квазистационарного потокораспределения в инженерных сетях в зависимости от статистических свойств независимых переменных. Предложенная модель является более адекватной реальным процессам транспорта и распределения целевых продуктов в инженерных сетях и является основой для решения задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения целевого продукта в инженерных сетях в условиях риска и неопределённости.

Литература

1. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д. Оперативное управление потокораспределением винженерных сетях. – Харьков: Вища школа, 1980 – 144с.
2. Тевяшев А.Д., Козыренко С.И. Применение линеаризованных моделей установившегося потокораспределения в задачах оперативного управления // Новые информационные технологии управления развитием и функционированием трубопроводных систем энергетики. – Иркутск, 1993. – С.20-33.
3. Тевяшев А.Д., Шаповалов А.Л. Наблюдаемость и идентифицируемость инженерных сетей // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – Харьков: Вища школа, 1982. Вып. 64. – С. 31-37.
4. Бард И. Нелинейное оценивание параметров. – М.: Статистика, 1979. – 349 с.