УДК 621
DOI: 10.15587/1729-4061.2014.29321

Представлено метод складання деталей машин, що базується на визначенні мінімального значення абсолютного відхилення лінійного розміру деталі від номінального. Даний метод забезпечує високу точність складання за рахунок упорядкування значень абсолютного відхилення лінійного розміру деталей від його номінального значення та вибору для складання двох деталей з цими мінімальними значенням

Ключові слова: метод, складання, з'єднання, деталі машин, якість, точність, лінійний розмір

Представлен метод сборки деталей машин, основанный на определении минимального значения абсолютного отклонения линейного размера детали от номинального. Данный метод обеспечивает высокую точность сборки за счет упорядочивания значений абсолютного отклонения линейного размера деталей от его номинального значения и выбора для сборки двух деталей с этими минимальными значениями

Ключевые слова: метод, сборка, соединение, детали машин, качество, точность, линейный размер

МЕТОД СБОРКИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЙ ТОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЯ

Н. Ю. Ламнауэр
Кандидат технических наук, доцент
Кафедра металлорежущего оборудования и транспортных систем
Украинская инженерно-педагогическая академия
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина, 61003
E-mail: lamnaouernatali@mail.ru

1. Введение

Машиностроительные предприятия в условиях рыночной экономики должны выпускать конкурентоспособную продукцию. Конкурентоспособность тесно связана с качеством [1]. Соревнование на рынке, законы об ответственности за продукцию, система патентования требует нового похода к исследованиям для создания продукции гарантированного качества. Получить качественную продукцию невозможно без применения основных положений теории управления качеством, которая включает в себя установление, обеспечение и поддержание необходимого уровня качества продукции при ее разработке, производстве и эксплуатации, осуществляемые путем систематического контроля качества и целенаправленности воздействия на условия и факторы, влияющие на качество продукции [2]. Качество готового изделия зависит от многих факторов и этапов производства. Сборка изделия является заключительным этапом, и от того, как организован этот процесс, какой метод сборки будет использован, зависит, в конечном счете, качество готового изделия, а впоследствии – его долговечность и надежность.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Качество сборки традиционно обеспечивают методами взаимозаменяемости (полной, неполной или групповой) или компенсации (регулирования и пригонки). При использовании традиционных методов сборщик наугад берет собираемые детали, а удовлетворительность или неудовлетворительность полученного в результате параметра качества оценивается уже после сборки. Таким образом, сам процесс суммирования погрешностей деталей при образовании сборочного соединения становится неуправляемым. Для обеспечения высокого качества сборки при использовании метода полной взаимозаменяемости изделия необходимо уменьшать допуски на изготовление его деталей. При использовании метода неполной взаимозаменяемости – разобрать полученное соединение и повторить попытку сборки. При использовании метода групповой взаимозаменяемости необходимо осуществлять дополнительные мероприятия, либо производить компенсацию [3].

Селективная сборка эффективно уменьшает допуск замыкающего звена, но она имеет ограничение применения массовым производством [4].

Методы комплектования на основе индивидуального подбора [5] имеют ряд преимуществ по сравнению с селективной сборкой: нет необходимости в большой серийности и нет значительного числа деталей, не нашедших комплектные.

Все перечисленные методы имеют недостатки: не может быть решена задача обеспечения высокой точности сборки при непрерывности процесса производства деталей с одновременным уменьшением трудоемкости процесса подбора. Нерешенная проблема обеспечения точности сборки состоит в том, чтобы найти метод, позволяющий при непрерывности производства деталей найти для сборки из ограниченного небольшого числа самые близкие по линейному размеру к номинальному, и, как упомянуто в [3], использовать все современные достижения с применением специально созданных компьютерных программ.

Проблема обеспечения точности сборки с использованием современных компьютерных программ и создания методов прогнозирования актуальна и решается в зарубежных странах. Так, в [6], предлагается метод прогнозирования точности сборки с помощью CAD модели.

3. Цель и задачи исследования

Качество собранного изделия определяется величиной линейных размеров деталей, входящих в это изделие. Точность собранного изделия определяется через дисперсию отклонения размера от номинального для каждой детали. Поэтому для получения сборочного изделия высокого качества необходимо, чтобы дисперсия величин абсолютного отклонения размеров от номинального размера для деталей, поступающих на сборку, была минимальна. Дисперсия случайной величины размера изделия равна сумме дисперсий размеров деталей, так как каждая из случайных величин – линейные размеры деталей, поступающих на сборку, являются независимыми друг от друга.

Поэтому стоит задача: предложить метод сборки, основанный на получении минимальной дисперсии величин абсолютного отклонения размеров от номинальных размеров деталей, поступающих на сборку.

Для решения данной задачи применим порядковые статистики [7]. Известно, что порядковые статистики имеют энтропию, равную нулю. Отсюда следует, что использование порядковых статистик позволит получить максимальную информацию о выборке по малому количеству испытаний.

4. Теоретические исследования для создания метода сборки деталей

Для получения минимальной дисперсии величин абсолютного отклонения размеров от номинального, будем использовать распределение наименьшего члена выборки порядковой статистики. Для различных квалитетов точности изготовления изделий в машиностроении применяются три закона распределения величин размеров [8, 9].

Будем считать, что для симметричных распределений номинальный размер находится в точке симметрии. Все три рассматриваемых закона распределения симметричны. Для этих законов найдем распределение величин размеров, наиболее близких к номинальному размеру и найдем их числовые характеристики, если произведена выборка объёма.

Если случайная величина X линейного размера имеет функцию плотности $f(x)$, то распределение величины, наиболее близкой к номинальному размеру а, есть первая порядковая статистика модуля случайной величины $|X-a|$. Плотность распределения случайной величины $Z=|X-a|$ определяется по формуле:

$$\varphi(z)=f(z+a)+f(a-z) \quad \text{при}\ z>0 . \tag{1}$$

Функция распределения случайной величины $Z=|X-a|$ имеет вид:

$$\psi(z)=\int_0^z \varphi(z)dz . \tag{2}$$

Функция плотности первой порядковой статистики для случайной величины $Z=|X-a|$ для выборки объема r имеет вид [7]:

$$g(z_{(1)})=r[1-\psi(z)]^{r-1}\varphi(z) . \tag{3}$$

Математическое ожидание первой порядковой статистики для данного распределения (3) равно:

$$M\left(Z_{(1)}\right)=\int_0^\infty g(z_{(1)})zdz , \tag{4}$$

а начальный момент второго порядка:

$$M\left(Z_{(1)}^2\right)=\int_0^\infty g(z_{(1)})z^2dz. \tag{5}$$

Тогда дисперсия этой случайной величины – наиболее близкой к модальному размеру а, равна:

$$D\left(Z_{(1)}\right)=M\left(Z_{(1)}^2\right)-M^2\left(Z_{(1)}\right) . \tag{6}$$

Для создания и сравнения методов сборки изделий найдем дисперсию первой порядковой статистики абсолютного отклонения случайных величин линейных размеров от модального значения этой величины.

4. 1. Дисперсия минимального отклонения размера для квалитета точности изготовления изделий по равномерному закону.

Для определения точности изделия, которое изготавливается по шестому и меньшим квалитетам точности, применяется равномерный закон распределения [8, 9] с функцией плотности распределения размеров:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при}\ x\le a-l;\\ 1/2l & \text{при}\ a-l<x\le a+l;\\ 0 & \text{при}\ x>a+l,\end{cases} \tag{7}$$

где a – середина отрезка, длиной $2l$.

Медиана совпадает с математическим ожиданием $M(X)=a$. Моды равномерный закон не имеет, поскольку все значения плотности равны между собой. Отсюда из (1) и (7) следует, что плотность распределения случайной величины $Z=|X-a|$ имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при}\ z\le 0;\\ 1/1 & \text{при}\ 0<z\le 1.\end{cases} \tag{8}$$

Функция распределения этой случайной величины Z определяется из (2) выражением:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при}\ z\le 0;\\ z/1 & \text{при}\ 0<z\le 1.\end{cases} \tag{9}$$

Тогда на основании (3), (8) и (9), плотность распределения наиболее близких значений к среднему значению выборки объема r имеет вид:

$$g(z_{(1)})=r\left(l-z\right)^{r-1}/l^r . \tag{10}$$

Математическое ожидание случайной величины Z данного распределения (7) находим из (4) и (10)

$$M\left(Z_{(1)}\right)=l/(r+1), \tag{11}$$

а начальный момент второго порядка:

$$M\left(Z_{(1)}^2\right)=2l^2/[(r+1)(r+2)]. \tag{12}$$

Тогда из (6), (11) и (12) получаем:

$$D\left(Z_{(1)}\right)=l^2r/[(r+1)^2(r+2)]. \tag{13}$$

Поскольку дисперсия генеральной совокупности $D\left(X\right)=l^2/3,$ то эта дисперсия (13) определяется через дисперсию генеральной совокупности выражением:

$$D\left(Z_{(1)}\right)=3rD(X)/[(r+1)^2(r+2)].$$

При объеме выборки $r=5$ эта дисперсия в 16,8 раз меньше дисперсии генеральной совокупности, что свидетельствует о высокой точности этой статистики и возможности использования вариационных рядов при решении вопросов точности сборки изделий.

4. 2. Дисперсия минимального отклонения размера для квалитета точности изготовления изделий по закону Симпсона.

Для оценки точности при квалитетах точности восьмого, седьмого и в некоторых случаях шестого используется распределение Симпсона [8, 9]. Найдем для этого закона плотность распределения случайной величины линейного размера, наиболее близкого к среднему значению.

Функция плотности распределения Симпсона с математическим ожиданием, равным $a=(b+c)/2$ и размахом $L=c-b$, имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<a-L/2;\\ 4(x-b)/L^2 & \text{при } a-L/2<x\le a;\\ 4(c-x)/L^2 & \text{при } a<x\le a+L/2;\\ 0 & \text{при } x>a+L/2.\end{cases} \tag{14}$$

Отсюда из (1) следует, что плотность распределения случайной величины $Z=\left|X-a\right|$ имеет вид:

$$\varphi(x)=\begin{cases}0 & \text{при } z\le 0;\\ 4(L-2z)/L^2 & \text{при } 0<z\le L/2.\end{cases} \tag{15}$$

Функция распределения этой случайной величины Z определяется из (2) и (15) выражением:

$$\psi(z)=\begin{cases}0 & \text{при } z\le 0;\\ 4z(L-z)/L^2 & \text{при } 0<z\le L/2.\end{cases} \tag{16}$$

Отсюда следует, что плотность распределения наиболее близкого значения к номинальному значению a из выборки объема r, будет определяться по формулам (3), (15) и (16).

$$g(z_{(1)})=\begin{cases}0 & \text{при } z\le 0;\\ 4r(L^2-4z(L-z))^{r-1}\times & \\ \times(L-2z)/L^{2r} & \text{при } 0<z\le L/2;\\ 0 & \text{при } z>L/2.\end{cases} \tag{17}$$

Применяя формулы (17), (4), (5) и (6), находим дисперсию $D\left(Z_{(1)}\right)$. Поскольку дисперсия для распределения (14) имеет вид $D\left(X\right)=L^2/24$, то найдём отношение $D(X)/D\left(Z_{(1)}\right)$ при различных объёмах выборки r, используя составленную программу в системе Maple (табл. 1).

Таблица 1

Отношение дисперсий для распределения Симпсона

r	2	3	4	5	6	7
$D(X)/D(Z_{(1)})$	6,250000	10,88889	16,87500	24,19994	32,86076	42,85616

Из табл. 1 видно, что для распределения Симпсона дисперсия случайных величин при объемах выборки $r=5$ более чем в 24 раза меньше дисперсии генеральной совокупности, что свидетельствует о высокой точности этой статистики при малом объеме выборки r.

4. 3. Дисперсия минимального отклонения размера для больших квалитетов точности изготовления изделий.

Нормальный закон распределения, который предлагается в [8, 9], применим для квалитетов точности с девятого и больше, имеет функцию плотности с двумя параметрами a и σ вида:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-(x-a)^2/2\sigma^2\right)\quad(-\infty<x<\infty). \tag{18}$$

Дисперсия первой порядковой статистики случайной величины $Z=\left|X-a\right|$ для нормального закона распределения (18) найдена в [6, 9]:

$$D\left(Z_{(1)}\right)=\sigma^2\left(\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\right)^r r\int_0^{\infty}x^2e^{-\frac{x^2}{2}}\left(\int_x^{\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right)^{r-1}dx. \tag{19}$$

В системе Maple создана программа для определения отношения полученной дисперсии $D(Z_{(1)})$ к дисперсии закона (18) ($D(X)=\sigma^2$), в зависимости от объема r взятых изделий. Фрагмент значений дисперсий приведен в табл. 2.

Таблица 2

Отношение дисперсий для нормального закона

r	2	3	4	5	6	7
$D(X)/D(Z_{(1)})$	0,144927	0,080638	0,052015	0,036554	0,027184	0,021049

Из табл. 2 видно, что погрешность сборки изделий с квалитетом точности от девятого и больше значительно уменьшается при небольшом количестве испытаний.

Заметим, что в [7, 10] имеются неточности в определении данной дисперсии при $\sigma=1$, так для выборки объёма $r=5$.

$$D(Z_{(1)})=1-\frac{20}{\pi}+\frac{240}{\pi^2\sqrt{3}}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{5}{3}}-\frac{\pi}{6}\right),$$

а не то выражение, которое приведено в [6, 9].

Полученные дисперсии абсолютного минимального отклонения от номинального размера для трех законов распределения размеров изготовления изделий малы уже при небольшом объеме выборки, что свидетельствует о малой ошибке.

4.4. Дисперсия минимального отклонения размера для общего закона распределения размеров.

В работах [11, 12] предлагается физически более адекватная общая модель размеров деталей, функция плотности которой имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(b,c);\\ f_1(x), & x\in[b,a];\\ f_2(x), & x\in(a,c].\end{cases} \qquad (20)$$

где

$$f_1(x)=(1+k)/(c-b)\left[1-((x-a)/(b-a))^{1/k}\right], \qquad (21)$$

$$f_2(x)=(1+k)/(c-b)\left[1-((x-a)/(c-a))^{1/k}\right], \qquad (22)$$

a – модальное значение; b – нижняя граница и c – верхняя граница размера; k – параметр формы модели.

Для того чтобы центральные моменты выражались через теоретический размах $c-b$, определим модальное значение параметра a через безразмерную величину соотношения q деления отрезка величиной $c-b$, где $q=(a-b)/(c-a)$.

Дисперсия случайной величины – размера для модели (20) имеет вид [11]:

$$D(X)=\frac{(c-b)^2(k+1)(2k^2q+7k^2+7k^2q^2+(4k+1)(q+1)^2)}{12(2k+1)^2(1+q)^2(3k+1)}. \qquad (23)$$

Из (20) имеем:

$$f_1(a-z)=(1+k)(1-(z/(a-b))^{1/k})/(c-b),$$

$$f_2(a+z)=(1+k)(1-(z/(c-a))^{1/k})/(c-b),$$

$$f_1(a-z)+f_2(a+z)=(1+k)(2-(z/(a-b))^{1/k}-$$
$$-(z/(c-a))^{1/k})/(c-b).$$

Тогда из (3) и (4) имеем для $q<1$

$$\varphi(z)=\begin{cases}f_1(a-z)+f_2(a+z), & 0\le z\le a-b,\\ f_2(a+z), & a-b<z\le c-a.\end{cases} \qquad (24)$$

$$\psi(z)=\begin{cases}\left[2z(1+k)-kz((z/(a-b))^{1/k}+(z/(c-a))^{1/k})\right]/(c-b), & 0\le z\le a-b,\\ \left[a-b+z(1+k)-k(z/(c-a))^{1/k+1}(c-a)\right]/(c-b), & a-b<z\le c-a\end{cases} \qquad (25)$$

и для $q>1$

$$\varphi(z)=\begin{cases}f_1(a-z)+f_2(a+z), & 0\le z\le c-a,\\ f_1(a-z), & c-a<z\le a-b.\end{cases} \qquad (26)$$

$$\psi(z)=\begin{cases}\left[2z(1+k)-kz((z/(a-b))^{1/k}+(z/(c-a))^{1/k})\right]/(c-b), & 0\le z\le c-a,\\ \left[c-a+z(1+k)-k(z/(a-b))^{1/k+1}(a-b)\right]/(c-b), & c-a<z\le a-b.\end{cases} \qquad (27)$$

Использование формул (3)–(6), (24), (25)–(27) позволяет найти дисперсию абсолютного отклонения линейного размера от модального (номинального) как при $q<1$, так и для $q>1$. Так, например, при значениях параметров модели (20): $a=2,\ \ b=1,\ \ c=5,\ \ k=0{,}5$, получены в системе Maple отношения дисперсий случайной величины X к $Z_{(1)}$ при выборках объёма r от 2 до 7 (табл. 3).

Таблица 3

Отношение дисперсий для общего закона

r	2	3	4	5	6	7
D(X)/ D(Z(1))	3,76793	7,29894	12,16685	18,22808	25,34508	33,043392

Из табл. 3 видно, что для данных значений параметров при общем распределении размеров деталей, дисперсия случайной величины при объемах выборки $r=5$, более чем в 18 раз меньше дисперсии генеральной совокупности размеров.

5. Результаты исследований и предлагаемый метод сборки деталей

В результате проведенных теоретических исследований распределений случайных величин – линейных размеров, для всех рассматриваемых законов установлено, что дисперсия минимального значения абсолютного отклонения величины размера от номинального в десятки раз меньше дисперсии случайной величины линейного размера.

Учитывая полученные результаты теоретического исследования можно предложить новый метод сборки, обеспечивающий высокую точность, который выражается следующим алгоритмом:

1. Взять выборку объема m от 5 до 10 сборочных единиц.
2. Определить линейные размеры.
3. Оценить моду a, предложенной четырехпараметрической модели линейного размера по расчетным формулам в [12].
4. Определить абсолютные величины z_i $(i=1...m)$ разности линейного размера x_i детали от полученного модального значения a.
5. Полученные значения z_i упорядочить по величине от минимального к максимальному.
6. Повторить все, начиная с первого пункта, для других сборочных единиц.

7. Проводить сборку деталей, имеющих первое упорядоченное значение $z_{(1)}$.

8. Добавлять по одному виду деталей, участвующих в сборке, и повторять все со второго пункта.

6. Выводы

Получены дисперсии минимального абсолютного отклонения от номинального размера для предлагаемых четырёх законов распределения размеров изготовления изделий. Эти дисперсии малы уже при небольшом объеме выборки, что свидетельствует о малой ошибке при сборке деталей с максимальной точностью.

Как показали исследования, проведенные с помощью статистического моделирования, предложенный метод сборки даёт разброс размеров замыкающего звена в несколько раз меньше, чем селективная сборка.

Основное преимущество данного метода состоит в обеспечении высокой точности сборки. Метод применим при малом количестве сборочных деталей.

Предложенный метод сборки деталей позволяет автоматизировать процесс сборки с использованием компьютерной техники.

Литература

1. Ерошкин, С. Ю. Проблемы модернизации экономики на основе конкурентоспособных технологий [Текст] / С. Ю. Ерошкин // Вестник машиностроения. – 2010. – № 2. – С. 79–85.
2. Гиссин, В. И. Управление качеством; 2-е издание [Текст] / В. И. Гиссин. – М: ИКЦ «МарТ», 2003. – 400 с.
3. Безъязычный, Б. Ф. Некоторые проблемы современного сборочного производства и перспективы их преодоления [Текст] / Б. Ф. Безъязычный, В. В. Непомилуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2009. – № 8. – С. 18–25.
4. Куприянов, А. В. Комплектование при сборке с подбором деталей [Текст] / А. В. Куприянов // Сборка в машиностроении, приборостроении. –2001. – № 11. – С. 8–10.
5. Куприянов, А. В. Методы комплектования деталей на основе ранжирования для уменьшения допуска замыкающего звена размерной цепи [Текст] / А. В. Куприянов, Н. Ю. Ламнауэр // Системи обробки інформації. – 2010. – № 8 (89). – С. 58–61.
6. Li, J. Assembly accuracy prediction based on CAD model [Text]. /J. G. Li, Y. X. Yao, P. Wang // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2014. – Vol. 75, Issue 5-8. – P. 825–832. doi: 10.1007/s00170-014-6182-z.
7. Дейвид, Г. Порядковые статистики [Текст] / Г. Дейвид. – М: Наука, 1979. – 337 с.
8. Тимирязев, В. Проектирование технологических процессов [Текст] / В. Тимирязев, А. Схиртладзе и др. – Издательство: Лань. Серия: Учебники для вузов. Специальная литература, 2014. – 384 с.
9. Осипов, Ю. И. Управление качеством в машиностроении [Текст] / Ю. И. Осипов, А. А. Ершов и др. – Издательство: Наука, 2009. – 400 с.
10. Кендалл, М. Теория распределений [Текст] / М. Кендалл, А. Стюарт. – М.: Наука, Физматлит, 1966. – 588 с.
11. Ламнауэр, Н. Ю. Модель распределения размеров изделий и ее применение для оценки точности обработки [Текст] / Н. Ю. Ламнауэр // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. – № 27. – С. 98–107.
12. Ламнауер, Н. Ю. Загальна модель розподілу лінійних розмірів деталей та її застосування для поліпшення якості виробів [Текст] / Н. Ю. Ламнауер // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2013. – № 54. – С. 134–143.