Приведені основні характеристики випадкових процесів та методи управління в умовах активної дії сильно зафарбованих шумів. Визначені спеціальні критерії оцінювання якості управління при випадкових процесах. Запропоновано застосування анізотропійної норми для покращення якості управління при випадкових процесах

Ключові слова: випадковий процес, оптимальний фільтр, анізотропійне управління

Приведены основные характеристики случайных процессов и методы управления в условиях активного действия сильно окрашенных шумов. Определены специальные критерии оценивания качества управления при случайных процессах. Предложено применение анизотропийной нормы для повышения качества управления при случайных процессах

Ключевые слова: случайный процесс, оптимальный фильтр, анизотропийное управление

Base characteristics of random processes are described; the methods of control in conditions of active much colored noises are showed. The special quality criteria for control of random processes are determinate. It's proposed to use anisotropy norm for raise control quality of random processes

Key words: random process, optimal filter, anisotropy control

УДК 685.513.5

ОСОБЛИВОСТІ СИНТЕЗУ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ ВИПАДКОВИХ ДІЯННЯХ

М.В. Іващенко
Асистент*
Контактний тел.: 524-75-26
E-mail: shesu@ukr.net

А.П. Ладанюк
Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри*
Контактний тел.: 289-52-83
E-mail: ladanyuk@nuft.edu.ua

О.П. Лобок
Кандидат фізико-математичних наук, доцент*
Контактний тел.: 512-53-39
E-mail: apl_apl@mail.ru

*Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій
Національний університет харчових технологій
вул. Володимирська 68, м. Київ, Україна, 01033

1. Вступ

Проблема управління технологічними об'єктами в реальних умовах завжди пов'язана з випадковим характером процесів та факторів, що впливають на об'єкт. Традиційні підходи до синтезу системи управління засновані на тому, що об'єкти є стаціонарними та лінійними, а зовнішні збурення – детермінованими, у разі ж врахування випадковостей – приймаються припущення щодо гаусовості шумів. Крім того, як правило, в технічній літературі методи вибору та розрахунку регуляторів орієнтуються на детерміновані сигнали. В реальних умовах, коли на об'єкт діє вектор збурень випадкового характеру, ці регулятори працюють з невисокими показниками якості. Проблеми виникають ще і тому, що інформація про початковий стан об'єкта в більшості випадків має невизначеності, причиною яких завжди виступає випадковий характер процесів. Більш того, всі технічні засоби вимірювання завжди працюють з деякою похибкою випадкового характеру. Для більшості технологічних об'єктів ці похибки можна не враховувати, але існують такі об'єкти, технологічні змінні яких необхідно підтримувати в досить вузьких межах, і без урахування похибок вимірювання погіршується процес управління, і, як наслідок, погіршується перебіг технологічного процесу та втрачається якість кінцевого продукту.

Отже для досягнення оптимального управління необхідно створювати системи, враховуючи природну нелінійність об'єктів, нестаціонарність і випадковості.

2. Постановка задачі

Для синтезу систем автоматизації при випадкових процесах використовують два види даних: характеристики випадкових процесів та спеціальні критерії, які характеризують якість отриманої системи.

До основних характеристик випадкового процесу $x(t)$ відносяться:

Математичне сподівання:

$$m_x = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$$

Дисперсія:

$$D_x = M\left[\left(x(t)-m_x\right)^2\right] = \frac{1}{T}\int_0^T \left(x(t)-m_x\right)^2 dt$$

Автокореляційна функція:

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{\tau\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\cdot x(t+\tau)dt$$

Спектральна щільність:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau)\cdot e^{-j\omega\tau}d\tau$$

Однією з центральних проблем при синтезі управління для стохастичних систем є вибір критерію. При чому ці критерії суттєво відрізняються від критеріїв, які застосовуються в детермінованих системах. В статистичній моделі, коли результат управління є випадковим, мета управління – отримати екстремум середнього значення цієї величини. Наприклад, задача системи управління полягає в тому, щоб забезпечити найменший середній квадрат похибки процесу управління. Найкращому значенню середнього результату управління в даному прикладі відповідає найменше значення його оцінки. В якості оцінки результату управління приймається величина квадрату похибки управління. В загальному випадку найкращому значенню середнього результату управління може відповідати і мінімум, і максимум його оцінки залежно від задачі.

В таких задачах в якості загального критерію ефективності системи управління приймається математичне сподівання величини результату управління $W = M[R]$, де R - випадкова величина результату управління. В умовах статистичної невизначеності за принципом отримання гарантованого результату в якості загального критерію ефективності слід прийняти $W = \min M[R]$ або $W = \max M[R]$, залежно від суті оцінки результату управління. Якщо найкращий результат управління відповідає найменшому значенню його оцінки, то в якості критерію ефективності використовується мінімум, в протилежному випадку приймають максимум.

В першому випадку, наприклад, в якості оцінки середнього результату управління приймалася величина середнього квадрату похибки управління $M\left[E^2\right]$. Тоді гарантованою оцінкою ефективності буде $W = \max M\left[E^2\right]$, тут під похибкою управління розуміється різниця між дійсним і бажаним вихідними сигналами системи, в загальному випадку векторними.

Оптимальною системою буде система, якій відповідає $\min W = \min\max M\left[E^2\right]$.

В загальному випадку для визначення оптимальної системи необхідно знайти максимум або мінімум оцінки середнього результату управління, тобто $\max\min M[E]$ або $\min\max M[E]$ [4].

В той же час при оцінці ефективності системи управління важливо знати не лише величину результату управління, але й затрати на його отримання. Важливість економічного фактору в вирішенні поставленої задачі управління приводить до необхідності використання загального критерію ефективності системи управління виду

$$J = J(W,S),$$

де, W - оцінка результату управління, S - затрати на його отримання.

В загальному випадку задача синтезу систем автоматизації технологічних об'єктів при випадкових процесах розкладається на ряд частинних підзадач:

- визначення характеристик випадкових процесів;
- визначення характеру проходження випадкових процесів через систему;
- визначення параметрів системи.

3. Методика дослідження

Особливе значення при синтезі сучасних систем управління має питання практичної реалізації випадкових процесів із заданими статистичними характеристиками. Це питання займає важливе місце при розв'язанні таких задач, як задача статистичного аналізу, оптимальної фільтрації, ідентифікації і т. і.

При цьому формуючий фільтр розглядається як система, що має задану кореляційну функцію $R_{xx}(\tau)$ або в частотному представленні спектральну щільність $S_x(\omega)$ за умови, що на її вхід поступає білий шум.

При проходженні випадкового стаціонарного сигналу через лінійну асимптотично стійку ланку або систему в усталеному режимі на виході буде також стаціонарний випадковий сигнал.

Будь-яка динаміка лінійної системи повністю описується перехідною функцією $w(t,\tau)$. Якщо на вхід системи подається сигнал $x(t)$, то сигнал на виході при нульових початкових умовах матиме вигляд:

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} w(t,\tau)\cdot x(\tau)d\tau,$$

$w(t,\tau) = 0$ при $t < \tau$, де $y(t)$ - вихідний сигнал.

Якщо система багатовимірна, то вона описується перехідною матрицею $W(t,\tau)$, а вихідний сигнал визначається з виразу:

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} W(t,\tau)\cdot x(\tau)d\tau,$$

де

$y(t)$ - вихідний вектор системи розмірності n,

$x(t)$ - вхідний вектор розмірності m.

Після представлення цього сигналу в частотній області, спектральна щільність усталеного випадкового процесу буде визначатись зі співвідношення:

$$S_y(\omega) = \left|W(j\omega)\right|^2\cdot S_x(\omega)$$

Останній вираз і є формулою формуючого фільтра. Якщо є сигнал із заданою спектральною щільністю $S_x(\omega)$, то цей сигнал може бути представлений як вихід лінійної динамічної системи з частотною характеристикою $W(j\omega)$ такий, що $S_x(\omega) = \left|W(j\omega)\right|^2$ на яку діє білий шум з одиничною спектральною щільністю. В багатьох випадках дуже зручно представляти вхідні сигнали за допомогою формуючих фільтрів, але при цьому необхідно враховувати, що розмірність задачі суттєво збільшується.

Аналіз експериментальних даних щодо функціонування технологічних об'єктів показує, що всі технологічні процеси протікають в умовах невизначеностей, пов'язаних як з внутрішнім станом, так і з характером зовнішніх впливів, більшість процесів проявляють нестаціонарності і нелінійності.

Для прикладу, на цукровому заводі витрата бурякової стружки є навантаженням і основним збуренням для дифузійної установки, в якій відбувається екстрагування цукру. Реалізація цієї змінної, отримана на цукровому заводі під час роботи, наведена нижче. Статистичні характеристики показують, що витрата стружки має рівномірний закон розподілу, тобто в будь-який момент часу може приймати довільне значення з діапазону можливих значень з однаковою імовірністю. Очевидно, що стандартна система автоматизації з ПІ регулятором не може компенсувати таке збурення, щоб забезпечити оптимальні параметри для екстракції.

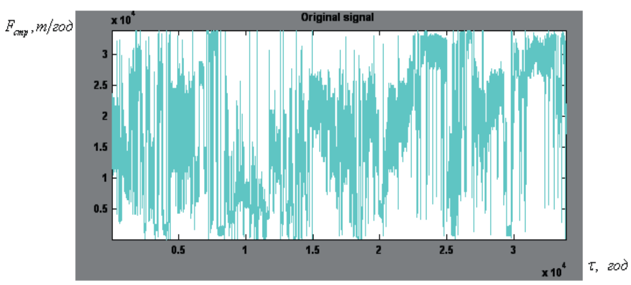


Рис. 1. Графік зміни витрати стружки

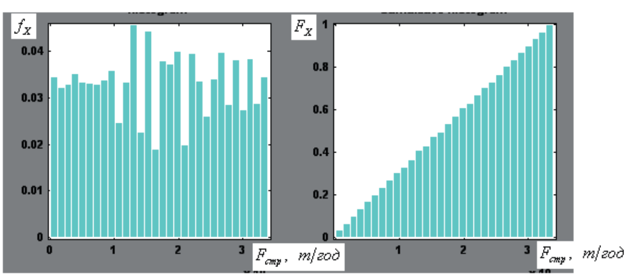


Рис. 2. Щільність імовірності і функція розподілу для витрати бурякової стружки

Одним з підходів до управління при випадкових збуреннях є використання оптимальних фільтрів: Вінера чи Калмана-Б'юсі [1], при цьому розв'язання рівняння Вінера-Хопфа, особливо для векторного випадку, є досить складною задачею, а фільтр Калмана застосовують, як правило, разом з лінійно-квадратичним регулятором [5]. До того ж, приймаються припущення, що шуми – білі, а початковий стан і збурення взаємонекорельовані.

Однак, використання фільтра Калмана в поєднанні з лінійно-квадратичним регулятором дає суттєве покращення якості перехідних процесів навіть при негаусівських шумах порівняно зі стандартними одноконтурними регуляторами.

В цьому випадку рівняння динаміки стохастичної системи в неперервному часі і її спостереження $y(t)$ описується залежністю:

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+\xi(t),$$

$$M\left[x(t_0)\right]=0,$$

$$y(t)=H(t)x(t)+v(t).$$

Апріорна інформація про параметри стану $x(t)$, збурення $\xi(t)$ і перешкоди $v(t)$ визначається співвідношеннями:

$$M\left[\xi(t)\right]=0,$$

$$M\left[\xi(t)\xi^T(t)\right]=Q(t)\delta(t-\tau),$$

$$M\left[v(t)\right]=0,$$

$$M\left[v(t)v^T(t)\right]=R(t)\delta(t-\tau),$$

$$M\left[x_0(t)\xi^T(\tau)\right]=0,$$

$$M\left[x_0(t)v^T(\tau)\right]=0 \quad M\left[\xi(t)v^T(\tau)\right]=0,$$

де $\delta(t-\tau)$ - дельта-функція Дірака, A і H відомі матриці, Q і R кореляційні симетричні матриці, елементи яких є неперервними функціями часу. Відмітимо також, що матриця Q невід'ємно визначена, а матриця R – додатно визначена. Початковий стан, збурення і шуми взаємонекорельовані.

Лінійне управління шукається у вигляді:

$u(t)=f\left[y(\sigma,\tau)\right]$, $t_0\le\sigma\le t$, $t\le\tau\le T$ і мінімізує критерій:

$$J=M[\|x(T)\|^2_{S(T)}]+M\left[\int_{t_0}^{T}\left\{\|x(\tau)\|^2_{Q(\tau)}+\|u(\tau)\|^2_{R(\tau)}\right\}d\tau \Big/ y(\sigma)\right],$$

$$t_0\le\sigma\le T$$

матриця S невід'ємновизначена.

В загальному випадку оптимальне управління має вигляд $u=L(t)x$, а матриця передаточних коефіцієнтів визначається:

$$L(t)=R^{-1}(t)B^T(t)P(t).$$

Останній вираз – розв'язок матричного рівняння Ріккаті, яке повинно бути проінтегроване в зворотному часі:

$$\dot{P}(t)=A^TP(t)-P(t)A+P(t)BR^{-1}B^TP(t)-Q,\ P(T)=S(T).$$

А лінійна незміщена оцінка вектора стану з мінімальним середньоквадратичним відхиленням визначається з рівняння:

$$\hat{x}(t)=A(t)\hat{x}(t)+K(t)\left[y(t)-H(t)\hat{x}(t)\right],\quad \hat{x}(t_0)=0, \tag{20}$$

при цьому матриця коефіцієнтів підсилення фільтру визначається за формулою:

$$K(t)=P(t)H^T(t)R^{-1}(t), \tag{21}$$

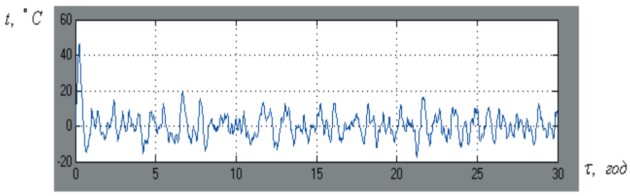
а кореляційна матриця похибок оцінювання описується матричним диференційним рівнянням типу Ріккаті:

$$\dot{P}(t)=A(t)P(t)+P(t)A^T(t)-$$
$$-\dot{P}(t)H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t)+Q(t)$$

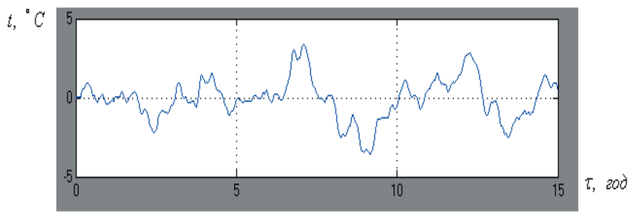
з початковою умовою $P(t_0)=P_0$.

4. Результати та висновки

На рис. 3 наведені перехідний процес зі звичайним ПІ регулятором (а) та для системи з фільтром Калмана і лінійно-квадратичним регулятором (б), при цьому на вхід системи подавались сильно зафарбовані шуми.



а)



б)

Рис. 3. а) Перехідний процес для температури в четвертій секції дифузійного апарату з ПІ регулятором;
б) Перехідний процес для температури в четвертій секції дифузійного апарату з фільтром Калмана і лінійно-квадратичним регулятором

Досягти підвищення якості управління для стохастичних об'єктів можна застосовуючи робастні H_2 і H_∞ теорії управління, які ґрунтуються на використанні відповідних норм у просторі Харді [2]. Однак, для цих регуляторів існують припущення щодо природи зовнішніх випадкових впливів: H_2 регулятор ефективно працює, якщо на вхід поступають білі гаусівські шуми, цей регулятор, фактично, є узагальненням лінійно-квадратичного і дає невисокі показники якості, коли на систему діють сильно зафарбовані шуми; H_∞ регулятор розрахований на найгірший випадок і проявляє зайву консервативність, коли збурення зафарбовані слабко [3].

Тому новим підходом до управління при випадкових навантаженнях стало використання α-анізотропійної норми, яка є мірою зафарбованості шуму і базується на понятті середньої анізотропії сигналу. Середня анізотропія гаусівського сигналу визначається як величина:

$$\bar{A}(G) \equiv -\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \ln \det\left(\frac{m}{\|G\|_2^2}\widehat{G}(\omega)\left(\widehat{G}(\omega)\right)^*\right)d\omega,$$

де $\widehat{G}(\omega)$ - матрична передаточна функція формуючого фільтру. $\bar{A}(G)$ приймає невід'ємне значення, коли формуючий фільтр $G \in H_2^{m\times m}$ максимального рангу, тобто $\operatorname{rank}\widehat{G}(\omega) = m$ і дорівнює $+\infty$, якщо формуючий фільтр не максимального рангу.

Середня анізотропія – це заснована на ентропії міра передбачуваності (зафарбованості) гаусівського сигналу.

Для довільного $\alpha > 0$, α-анізотропійна норма лежить між H_2 і H_∞ нормами. Більш того, H_2 і H_∞ норми системи є граничними випадками α-анізотропійної норми при $\alpha \to 0+$ і $\alpha \to +\infty$, відповідно. 0-анізотропійна норма співпадають з H_2-нормою з точністю до постійного множника, який залежить від розмірності виходу.

Для заданого $\alpha > 0$, α-анізотропійна задача управління може бути сформульована як задача знаходження регулятора, який стабілізує систему шляхом мінімізації α-анізотропійної норми. Така постановка задачі містить в собі і класичні H_2 і H_∞ задачі управління як граничні випадки і, в той же час дає змогу отримати регулятори, які залежно від зафарбованості шуму продукуватимуть достатнє управління, якісніше, ніж H_2-управління та менш консервативно, ніж H_∞-управління.

Використання цього підходу до синтезу управління для технологічних об'єктів дасть змогу отримати систему керування, яка проявлятиме властивість робастності до вектора збурень випадкового характеру, забезпечуватиме оптимальні значення технологічних параметрів, що дозволить більш економно використовувати сировину, підвищувати якість продукції і, як наслідок, збільшувати прибутки підприємства.

5. Література

1. Браммер К., Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М.: Наука, 1982. – 199 с.
2. Курдюков А. П., Основы робастного управления / А. П. Курдюков. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1995. – 240 с.
3. Поляк Б. Т., Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
4. Росин М. Ф., Статистическая динамика и теория эффективности систем управления: Учебник для вузов / М. Ф. Росин, В. С. Булыгин. – М.: Машиностроение, 1981. – 312 с.
5. Рощин А. В., Синтез систем управления для стохастических объектов / А. В. Рощин. – М.: МГУПИ, 2008. – 127 с.