

УДК 004.652

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МНОГО- КРИТЕРИАЛЬНОГО СИНТЕЗА ФИЗИЧЕСКИХ СТРУКТУР РАСПРЕДЕЛЕННЫХ БАЗ ДАННЫХ

**В. В. Бескорвайный**

Доктор технических наук, профессор

Кафедра системотехники\*

Контактный тел. (057) 702-10-16

E-mail: beskorovaiyi@kture.kharkov.ua

**О. С. Ульянова**

Ассистент

Кафедра программного обеспечения ЭВМ\*

Контактный тел.: (057) 702-14-46.

E-mail: olessya.ulyanova@gmail.com

\*Харьковский национальный университет

радиоэлектроники

пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

*Сформульована постановка та запропоновано математичні моделі загальної багатокритеріальної задачі синтезу фізичних структур розподілених баз даних на комп'ютерних мережах різних топологій за критеріями наведених витрат, часу доступу та мережевого трафіку*

*Ключові слова: розподілена база даних, проектування, фізична структура, синтез, оптимізація, часткові критерії, узагальнений критерій*

*Сформулирована постановка и предложены математические модели общей многокритериальной задачи синтеза физических структур распределенных баз данных на компьютерных сетях различных топологий по критериям приведенных затрат, времени доступа и сетевого трафика*

*Ключевые слова: распределенная база данных, проектирование, физическая структура, синтез, оптимизация, частные критерии, обобщенный критерий*

*Problem is formulated and proposed mathematical model of general multicriteria synthesis of physical structures of distributed databases on computer networks of various topologies, including of the criteria listed cost, access time and network traffic*

*Key words: distributed database design, physical structure, synthesis, optimization, local criteria, the generalized criterion*

## 1. Введение

Стремительное увеличение количества территориально распределенных объектов, относящихся к различным сферам человеческой деятельности, приводит к необходимости создания соответствующих рассредоточенных систем информационно-вычислительной инфраструктуры. Важнейшими элементами таких систем являются базы данных, которые с учетом значительной территориальной рассредоточенности пользователей и их различной потребности в различных видах данных, все чаще строятся по децентрализованным схемам [1]. Распределенные базы во многих случаях позволяют сократить затраты на хранение данных, повысить их живучесть и существенно уменьшить сетевой трафик. Однако, для распределенных баз данных (РБД), как территориально распределенных объектов, характерной является существенная зависимость их функциональных и стоимостных характеристик от топологии (территориального размещения локальных баз) [2]. Это требует решения совместно с традиционными задачами проектирования центра-

лизованных баз данных при синтезе РБД комплекса задач их топологической оптимизации, таких как разбиение базы на отдельные информационные ресурсы (ИР), распределение ИР по локальным базам, размещение локальных баз в узлах сети [3].

## 2. Описание проблемы и анализ публикаций

Автоматизированное проектирование РБД традиционно рассматривается как процесс последовательного создания их формализованного описания, базирующийся на использовании множества взаимосвязанных моделей предметных областей пользователей и методов их преобразования [4]. Существующие технологии автоматизированного проектирования РБД основаны на идеях агрегативно-декомпозиционного и блочно-иерархического подходов. Это предполагает разбиение их описаний по степени детализации на иерархические уровни и аспекты, а процесса их проектирования – на группы проектных процедур, связанных с получением и преобразованием описаний относительно выделен-

ных уровней и аспектов с последующим их объединением для получения решений по проекту в целом. При этом проблема проектирования РБД рассматривается как метазадача MetaTask, состоящая из множества задач, относящихся к различным иерархическим уровням декомпозиции, с их взаимосвязями по исходным данным и результатам решения [5]:

$$\text{MetaTask} = \{\text{Task}_l\}, \quad \text{Task}_l = \{\text{Task}_{ij}^l\}, \quad i = \overline{1, i_1}, \quad l = \overline{1, n_1},$$

где  $\text{Task}_l$  – множество задач синтеза, относящихся к уровню  $l$ ;  $n_1$  – количество уровней описания РБД;  $i$  – номер задачи (этапа проектирования);  $i_1$  – количество задач, подлежащих решению на уровне  $l$ .

Каждая из задач в процессе проектирования РБД может быть представлена в виде преобразователя входной проектной информации в выходную:

$$\text{Task}_{ij}^l: = \text{In}_{ij}^l \rightarrow \text{Out}_{ij}^l, \quad i = \overline{1, i_1}, \quad l = \overline{1, n_1},$$

где  $\text{In}_{ij}^l, \text{Out}_{ij}^l$  – соответственно входные и выходные данные  $i$ -й задачи  $l$ -го уровня;  $\text{Task}_{ij}^l = \{\text{Task}_{ij}^l\}$ ,  $j = \overline{1, j_1}$ ;  $j_1$  – количество подзадач задачи  $\text{Task}_{ij}^l$ .

Все множество выделенных задач  $\{\text{Task}_{ij}^l\}$ ,  $j = \overline{1, j_1}, i = \overline{1, i_1}, l = \overline{1, n_1}$  объединяют в этапы концептуального, логического и физического проектирования РБД [6-9]. Большинство задач имеют комбинаторный характер и высокую размерность. Сложность их совместного решения обуславливает итерационный характер процедур проектирования РБД, гарантирующих получение лишь рациональных проектных решений. При этом затраты на создание и эффективность функционирования РБД во многом определяются их физической структурой, что определяет особое место задач синтеза физических структур в технологиях проектирования РБД [1,3,10-11].

Физическая структура РБД определяет физическую реализацию ее информационной структуры на существующей или создаваемой компьютерной сети. В общем случае в рамках этой задачи определяются количество мест хранения информации (локальных баз данных), их расположение в сети, распределение ИР по местам хранения, емкости запоминающих устройств для хранения ИР, а также пропускных способностей каналов связи [10,12].

В литературе, посвященной проблеме проектирования РБД, рассматриваются множество частных задач синтеза физической структуры РБД с учетом различных типов и архитектур баз данных и компьютерных сетей, критериев оптимизации, стратегий расчленения и протоколов доступа к данным [6,9,13]. При этом в подавляющем большинстве они являются однокритериальными, а их решения находятся путем экстремизации значения только одного из критериев, характеризующих эффективность РБД: общего времени обслуживания всех запросов [9]; среднего времени ожидания начала обработки запроса на поиск информации [14]; среднего объема данных, пересылаемых между узлами компьютерной сети в процессе обработки запросов [15]; общей стоимости сетевого трафика, порожденного функционированием РБД [16].

Условно независимое решение частных задач оптимизации физических структур РБД только по одному из критериев позволяет получать частные, далекие от

оптимальных решения. С учетом этого, одним из путей совершенствования методологии автоматизированного проектирования РБД является разработка математических моделей общей задачи синтеза их физических структур на существующих и создаваемых компьютерных сетях различных топологий по множеству разнородных показателей качества. Введение дополнительных или исключение части ограничений в общей задаче позволит получать все практически интересные частные задачи синтеза физических структур РБД.

*Целью статьи* является разработка математических моделей общей задачи многокритериального синтеза физических структур РБД и решение на этой основе важной научно-практической задачи повышения эффективности систем автоматизации их проектирования.

### 3. Постановка и математические модели задач синтеза физических структур РБД

Объектом исследования являются физические структуры РБД статического и динамического типа, с произвольными типами данных, использующие различные стратегии расчленения или дублирования, а также протоколы доступа к данным (тиражирование, использование первичной или симметричной копий). Локальные базы данных (ЛБД), включающие один или несколько ИР, могут размещаться в любом из узлов сети. Состав и количество ИР определяется на этапе концептуального проектирования РБД. Передача ИР в сети осуществляется с помощью пакетов сообщений. Обмен информацией между узлами сети осуществляется с помощью запросов и ответов, которые обслуживаются в узлах в порядке их поступления. Затраты на хранение ИР в сетях общего пользования определяются их суммарным объемом и не зависят от их распределения по локальным базам. Затраты на хранение ИР в корпоративных сетях определяются требуемой емкостью запоминающих устройств, что зависит от распределения ИР по локальным базам.

Общую задачу многокритериального синтеза физических структур РБД будем рассматривать в следующей постановке. Заданы: множество потенциальных территориально распределенных пользователей базы данных  $I = \{i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , связанных однородной компьютерной сетью  $G = (I, R)$  (где  $R = [r_{ik}]$ ,  $i, k = \overline{1, n}$  – матрица смежности, определяющая множество каналов связи между узлами сети); множество ИР (файлов, фондов)  $J = \{j\}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; объемы ИР  $l = [l_j]$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; частоты (интенсивности) поступления запросов из каждого узла сети к каждому из ИР  $\lambda = [\lambda_{ij}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; средние объемы запросов к ИР из узлов сети  $a = [a_{ij}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; затраты на хранение ИР в узлах сети в зависимости от объема хранимой информации  $c(x) = [c_{ij}(x)]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; ( $x = [x_{ij}]$  – матрица размещения ИР по узлам сети;  $x_{ij}$  – булева переменная:  $x_{ij} = 1$ , если  $j$ -й ИР хранится в  $i$ -м в узле сети;  $x_{ij} = 0$ , в противном случае); затраты на передачу единицы информации  $c_i$ ; объем информации, передаваемой при обновлении ИР  $l = [l_j^*]$ ,  $j = \overline{1, m}$ ; матрица обновлений ИР  $z = [z_{ij}]$  ( $z_{ij}$  – булева переменная:  $z_{ij} = 1$ , если  $j$ -й ИР обновляется из  $i$ -го узла сети;  $z_{ij} = 0$ , в противном случае);  $X = \{x\}$  – множество допустимых реализаций физических структур.

Необходимо определить наилучший вариант физической структуры РБД  $x^0$  (количество ЛБД, распределение ИР по ЛБД  $x = [x_{ij}]$ , размещение ЛБД по узлам сети, объемы запоминающих устройств для хранения ЛБД  $b = [b_i]$ ,  $i = 1, n$  и пропускные способности каналов связи между узлами сети  $h = [h_{ik}]$ ,  $i, k = 1, n$ ).

Критерии оптимизации:

– затраты на х-реализацию физической структуры РБД:

$$c(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij}(x) x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_t (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_t l'_j z_{ij} \rightarrow \min_{x \in X} \quad (1)$$

где  $c_{ij}(x)$  – затраты на хранение  $j$ -го ИР в  $i$ -м узле сети в зависимости от объема хранимой информации;  $\alpha_{ij}$  – суммарный объем запросов к  $j$ -му ИР из  $i$ -го узла сети ( $\alpha_{ij} = \lambda_{ij} a_{ij} T$ , где  $\lambda_{ij}$  и  $a_{ij}$  – соответственно средняя интенсивность возникновения запросов и средний объем запроса к  $j$ -му ИР из  $i$ -го узла сети;  $T$  – интервал времени, на котором производится оценка затрат);  $\beta_{ij}$  – суммарный объем ответов на запросы к  $j$ -му ИР из  $i$ -го узла сети;  $l'_j$  – суммарный объем информации, передаваемой при обновлении  $j$ -го ИР;  $l'_j = \lambda_j l_j T$  (где  $\lambda_j$  – частота обновления  $j$ -го ИР;  $l_j$  – объем  $j$ -го ИР,  $j = 1, m$ );

– время доступа к информационным ресурсам при х-реализации физической структуры РБД:

$$t(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [t_{ij}^{tr}(x) + t_{ij}^{pr}(x) + t_{ij}^{op}(x) + t_{ij}^{rp}(x)] x_{ij} \rightarrow \min_{x \in X} \quad (2)$$

где  $t_{ij}^{tr}(x)$  – время передачи запроса из  $i$ -го узла сети к  $j$ -му ИР;  $t_{ij}^{pr}(x)$  – время ожидания запроса из  $i$ -го узла сети по  $j$ -му ИР;  $t_{ij}^{op}(x)$  – время обработки запроса из  $i$ -го узла сети по  $j$ -му ИР;  $t_{ij}^{rp}(x)$  – время передачи ответа на запрос из  $i$ -го узла сети к  $j$ -му ИР;

– объем передаваемой информации при х-реализации физической структуры РБД:

$$v(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\alpha_{ij} + \beta_{ij}) d_{ij}(x) x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m l_j d_{ij}(x) z_{ij} \rightarrow \min_{x \in X} \quad (3)$$

где  $d_{ij}(x)$  – расстояние от места хранения  $j$ -го ИР до  $i$ -го узла сети.

Ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \geq 1 \quad \forall j = 1, n. \quad (4)$$

Выполнение ограничения (4) обеспечивает полностью РБД путем распределения всех ИР (с возможным дублированием) по локальным базам. При отсутствии дублирования ИР ограничение (4) заменяется ограничением

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, n. \quad (5)$$

Наиболее распространенным частным случаем общей задачи является задача, в которой заданы ограничения на время доступа к информационным ресурсам РБД:

$$t(x) \leq t^*, \quad (6)$$

где  $t^*$  – максимально допустимое значение времени доступа к ИР.

Рассмотренные задачи решаются при проектировании РБД с одновременным проектированием (или возможностью реинжиниринга) компьютерной сети. Частными случаями рассмотренной общей задачи являются задачи, в которой заданы пропускные способности каналов связи между узлами сети  $h^* = [h_{ik}^*]$ ,  $i, k = 1, n$  и (или) емкости запоминающих устройств, расположенных в узлах сети  $b^* = [b_i^*]$ ,  $i = 1, n$ :

$$h_{ik} \leq h_{ik}^* \quad \forall i, k = 1, n, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^m l_j x_{ij} \leq b_i^* \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Частные критерии задачи синтеза физических структур РБД (1)-(3) имеют различный физический смысл, размерность и интервалы изменения, что затрудняет выбор лучшего компромиссного решения  $x^0 \in X$ . Для выбора решений в системах автоматизации проектирования наибольшее распространение получили модели многокритериальной количественной теории полезности [17].

#### 4. Формирование обобщенного критерия эффективности решений

В рамках многокритериальной количественной теории полезности при выборе проектных решений используются формальные математические модели. Важнейшей задачей формализации процесса выбора наилучшего проектного решения  $x^0 \in X$  считается определение метрики для их ранжирования. В качестве методологической основы для построения метрики используется теория полезности, в соответствии с которой для каждой из альтернатив  $x$  из допустимого множества  $X$  может быть определено значение ее полезности (ценности)  $P(x)$ . При этом, для  $x, y \in X$ :  $x \sim y \leftrightarrow P(x) = P(y)$ ;  $x \succ y \leftrightarrow P(x) > P(y)$ ;  $x \geq y \leftrightarrow P(x) \geq P(y)$ .

Наиболее общим и универсальным подходом к решению задачи многокритериального синтеза является формирование обобщенного скалярного критерия, учитывающего полезность решений по всем частным критериям (1)-(3) [18]:

$$\xi_i(x) = \xi_i(k_i(x)) = [\bar{k}_i(x)]^{\gamma_i} = \left( \frac{k_i(x) - k_i^-(E)}{k_i^+(E) - k_i^-(E)} \right)^{\gamma_i}, \quad (9)$$

где  $k_i(x)$  – значение частного критерия;  $k_i^-(E)$ ,  $k_i^+(E)$  – соответственно наихудшее и наилучшее значение частного критерия, которые он принимает на области допустимых решений  $X$ ;  $\gamma_i$  – параметр, определяющий вид зависимости: при  $0 < \gamma_i < 1$  – выпуклая вверх; при  $\gamma_i = 1$  – линейная;  $\gamma_i > 1$  – выпуклая вниз соответственно.

В качестве функции общей полезности предлагается использовать аддитивно-мультипликативную свертку вида:

$$P(x) = \{[\delta \sum_{i=1}^3 \eta_i \xi_i(x)] + [(1-\delta) \prod_{i=1}^3 \eta_i(x)]^{\lambda_i}\}, \quad (10)$$

где  $\eta_i$  – коэффициент важности частного критерия  $k_i(x)$ ,  $\eta_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^3 \eta_i = 1$ ;  $\xi_i(x) = \xi(k_i(x))$  – функция полезности частного критерия  $k_i(x)$ ;  $\delta$  – параметр модели, определяющих конкретный вид схемы компромиссов,  $0 \leq \delta \leq 1$ : при  $\delta = 1$ , функция (10) принимает форму аддитивной, а при  $\delta = 0$  – форму мультипликативной функции общей полезности.

Количественная оценка весовых коэффициентов частных критериев  $\eta_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  может быть проведена экспертными методами, методом анализа иерархий [17] или методом компараторной идентификации [19].

При заданных значениях весовых коэффициентов частных критериев  $\eta_i$ ,  $i = \overline{1,3}$  решение задачи выбора наилучшего компромиссного варианта физической структуры РБД сводится к решению задачи оптимизации вида:

$$x^* = \arg \max_{x \in X} P(x). \quad (11)$$

С целью сокращения множества допустимых проектных решений задачи синтеза физической структуры РБД  $X = \{x\}$  целесообразным является предварительное выделение подмножества эффективных (Парето-оптимальных) решений  $X^c \subseteq X$ . Для поиска решений задачи (11) в зависимости от ее размерности, имеющихся вычислительных ресурсов и требуемой точности могут быть использованы точные, приближенные или эвристические методы.

## 5. Выводы

Сформулирована постановка и предложены тематические модели общей многокритериальной задачи синтеза физических структур распределенных баз данных, реализуемых на существующих и создаваемых компьютерных сетях различных топологий по критериям минимума приведенных затрат, минимума времени доступа к данным и минимума сетевого трафика. Введение дополнительных, исключение или изменение ограничений общей задачи позволяет получить все практически интересные частные задачи синтеза физических структур РБД, а за счет учета большего количества характеристик, повысить эффективность проектных решений.

Направлением дальнейших исследований могут служить разработка комплекса методов выделения подмножеств Парето-оптимальных вариантов и выбора наилучшего компромиссного варианта физической структуры РБД с учетом размерности решаемой задачи, имеющихся вычислительных ресурсов и требуемой точности решений.

## Литература

1. Арсеньев, В.П. Интегрированные распределенные базы данных [Текст] / В.П. Арсеньев. – СПб.: Изд.-полигр. центр СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 2004. – 498 с.
2. Петров, Э.Г. Территориально-распределенные системы обслуживания [Текст] / Э.Г. Петров, В.П. Пискалова, В.В. Бескоровайный – К.: Техника, 1992. – 208 с.

3. Теоретические основы проектирования оптимальных структур распределенных баз данных [Текст] / [Кульба В.В., Ковалевский С.С., Косяченко С.А., Сиротюк В.О.]. – М.: Синтег, 1999. – 660 с.
4. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования [Текст] / И.П. Норенков. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2006. – 448 с.
5. Бескоровайный, В.В. Системологический анализ проблемы автоматизированного проектирования распределенных баз данных [Текст] / В.В. Бескоровайный, В.В. Евсеев, О.С. Ульянова // Вестник ХНТУ. – 2010. – № 2 (38) – С.137-146.
6. Силин, А.В. Методы и модели проектирования структур территориально-распределенных баз данных [Текст] / А.В. Силин, В.И. Воробьев, Г.И. Ревунков // Деп. рук. ВИНТИ № 3282-00В. – 2005. – С.21-25.
7. Зарецкий, К.А. Модель оптимального размещения информационных ресурсов в неоднородной компьютерной сети [Текст] / К.А. Зарецкий, В.И. Мейкшан // Вестник СибГУТИ. – 2006. – № 1. – С. 18-21.
8. Лаздынь, С.В. Оптимизация распределенных корпоративных информационных сетей с использованием генетических алгоритмов и объектного моделирования [Текст] / С.В. Лаздынь, С.Ю. Землянская // Наукові праці ДонНТУ. – 2009. – № 147. – С.83-95.
9. Новосельский, В.Б. Методы автоматизации проектирования распределенной реляционной базы данных [Текст] / В.Б. Новосельский // Программные продукты и системы. – 2008. – № 3. – С. 45-48.
10. Артамонов, В.С. Структура и понятийный аппарат теории мобильных распределенных баз данных [Текст] / В.С. Артамонов, А.Ю. Иванов // Известия СПбГПС. – 2006. – № 1(40). – С. 34-41.
11. Tabatabai, V. Queue theoretic model for file assignment in a distributed data base network [Текст] / V. Tabatabai, M. Arozulah // Proc. Comput. Commun. Networks. – 1989. – №4. – P. 123-127.
12. Корпоративные хранилища данных. Планирование. Разработка. Реализация. [Текст]; [под. ред. В.К. Фролова]. – М.: Вильямс, 2004. – 658 с.
13. Колесников, Д.Г. Построение модели оптимального размещения копий информационных файлов по узлам сети ЭВМ [Текст] / Д.Г. Колесников, Е.Н. Остроух // Материалы конференции “Компьютерные технологии в инженерной и управленческой деятельности”. Тезисы докладов. – Таганрог: ТГРУ, 1998. – С.105-107.
14. Хайдер, М. Методы и средства решения задач оптимизации размещения узлов при проектировании систем и сетей [Текст] / М. Хайдер // Проблемы программирования. – 2004. – № 2-3. – С. 577-586.
15. Цегелик, Г.Г. Системы распределенных баз данных [Текст] / Г.Г. Цегелик. – Львов: Свит, 1990. – 168 с.
16. Кулагин, О.А. Многокритериальная модель проектирования схемы размещения данных в информационной сети / О.А. Кулагин // Приборостроение, 1997. – № 9. – С. 12-15.

17. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах [Текст] / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.
18. Овезгельдыев, О.А. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / О.А. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров. – К.: Наукова думка, 2002. – 161 с.
19. Бескорвайный, В.В. Метод решения задачи компараторной идентификации моделей многофакторного оценивания / В.В. Бескорвайный, Э.Г. Петров, И.В. Трофименко // Бионика интеллекта. – 2006. – № 65. – С. 3-7.

*Розроблено алгоритм сумісних точних статистичних оцінок декількох числових параметрів динаміки популяцій за експериментальними даними за умови, що дані реєстрації зв'язані апріорі відомими кінцевими рівняннями*

*Ключові слова: динаміка популяцій, апріорний зв'язок, сумісне оцінювання параметрів*

*Разработан алгоритм совместных точных статистических оценок нескольких числовых параметров динамики популяций по экспериментальным данным при условии, что данные регистрации связаны априорно известными конечными уравнениями*

*Ключевые слова: динамика популяций, априорная связь, совместное оценивание параметров*

*It develops the algorithm simultaneous exact statistical estimations of several numerical parameters the dynamics of population by experimental data on condition that registration data are connected priorily by well-known ultimate equations*

*Key words: the dynamics of population, the priori connection, the combined estimation parameters*

УДК 621.321:004.942

# ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ

**И.А. Пилькевич**

Доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой  
Кафедра мониторинга окружающей природной среды\*

**А.В. Маевский\***

Контактный тел. 097-403-14-96

\*Житомирский национальный агроэкологический университет

бульвар Старый, 7, г. Житомир, Украина, 10008

Контактный тел. (0412) 41-56-86

## 1. Введение

Динамика численности популяции и ее структура (возрастной, половой состав) являются ее важнейшими характеристиками. К основным характеристикам популяции относят численность и плотность. Однако для понимания механизмов функционирования и решения вопросов использования популяций большое значение имеют сведения об их структуре. Закономерное изменение числа особей в популяции данного вида на протяжении года (сезонная) или ряда лет (многолетняя) определяется изменениями рождаемости (плодовитости) и смертности особей, а также их перемещением (эмиграцией или иммиграцией). Знание типа роста популяции и ее структуры имеет важное экологическое значение.

На практике часто подвергаются одновременной регистрации параметры (характеристики) динамики

популяций с априорной связью в виде физических законов, которые описываются конечными (алгебраическими или трансцендентными) уравнениями. Дополнительная априорная информация об измеряемых параметрах, в данном случае в виде уравнений их связывающих, может служить источником повышения точности оценивания. Разработать механизм использования данной информации и оценить его эффективность – цель данной статьи.

## 2. Совместное оценивание параметров в фиксированный момент времени по результатам их измерений

Пусть в результате анализа динамики популяций получены оценки  $\hat{\alpha}_0$  и  $\hat{\beta}_0$ . Будем считать, что кроме текущих измерений  $\hat{\alpha}_0$  и  $\hat{\beta}_0$  имеется априорная ин-