

УДК 004.272

DOI: 10.15587/1729-4061.2014.29774

Виконаний аналіз основних особливостей матриці ключових показників ефективності для оцінювання параметрів і стану та управління ефективністю і якістю сервісу інформаційної системи. Розроблена методика поточного оцінювання параметрів системи. Внаслідок того, що матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь для обчислення оцінок по мінімуму середнього квадрата помилки мають діагонально-домінантну структуру, спрощується процедура ітераційного пошуку рішень

Ключові слова: інформаційна система, ключові показники ефективності, оцінювання параметрів, оптимізація, якість сервісу

Выполнен анализ основных особенностей матрицы ключевых показателей эффективности для оценивания параметров, состояния, управления эффективностью и качеством сервиса информационной системы. Разработана методика текущего оценивания параметров и оптимизации системы. Вследствие того, что матрицы коэффициентов нормальных уравнений для вычисления оценок по минимуму среднего квадрата ошибки имеют диагонально-доминантную структуру, упрощается процедура итерационного поиска решений

Ключевые слова: информационная система, ключевые показатели эффективности, оценивание параметров, оптимизация, качество сервиса

ОПТИМИЗАЦИЯ БОЛЬШИХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ДИАГОНАЛЬНО-ДОМИНАНТНЫМИ МАТРИЦАМИ КЛЮЧЕВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Я. И. Торошанко

Кандидат технических наук, профессор,
старший научный сотрудник

Кафедра компьютерных систем и сетей
Государственный университет телекоммуникаций
ул. Соломенская, 7, г. Киев, Украина, 03680

E-mail: toroshanko@ukr.net

В. С. Шматко

Заместитель директора по учебной работе*

E-mail: kzk@ukr.net

М. С. Высочиненко

Преподаватель, заведующий лабораторией*

E-mail: vysochinenko_m@ukr.net

А. А. Булаковская

Аспирант

Кафедра компьютерных систем и компонентов
Национальный авиационный университет
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03058

E-mail: ryhz@yandex.ua

*Киевский колледж связи

ул. Леонтовича, 11, г. Киев, Украина, 01030

1. Введение

Ключевые показатели эффективности (КПЭ; англ. – *Key Performance Indicators, KPIs*) – система оценок, которая широко применяется в управлении организациями и предприятиями [1]. Основным результатом применения *KPIs* является получение сравнительных оценок степени достижения стратегических и тактических (операционных) целей. Использование ключевых показателей эффективности даёт возможность оценить состояние и помочь в оценке реализации методов управления.

Применение оценок по *KPIs* в сложных технических системах распространено далеко не так широко, как в системах организационного управления (так называемого менеджмента).

Кроме того, недостаточно развиты математические модели и методы оценки ключевых показателей эф-

фективности, прогноза параметров и состояния, а также оптимизации информационных систем на основе получаемых оценок *KPIs*. Отметим также, что такие определяющие характеристики целевой функции, как гладкость и полимодальность, в значительной мере зависят от вида корреляционной матрицы ключевых показателей эффективности, в частности, от степени доминирования ее диагонали относительно недиагональных элементов, нарушений симметрии матрицы при наличии нестационарностей анализируемых процессов функционирования и управления качеством сервиса. В данной работе сделана попытка восполнить этот пробел.

Рассматривается система ключевых показателей эффективности для большой информационной системы (ИС). При оптимизации характеристик ИС необходимо учитывать параметры, от которых зависит

качество сервиса, и взаимосвязь между этими параметрами. Поскольку параметры отдельных сетевых узлов и элементов, состояние системы в целом изменяются в процессе функционирования сети случайным образом, необходимо применять методы математической статистики. Оценка множества параметров и состояния системы в процессе ее функционирования, по существу, представляет собой задачу многомерно-статистического (корреляционно-регрессионного) анализа. Для правильного выбора приемлемой размерности задачи с получением достаточных статистик о техническом состоянии системы можно предложить следующий подход.

Определяются цели, основанные как на экономических, так и на технических ключевых показателях. На их основе ставится задача глобальной оптимизации и частные технические задачи оценки поведения ИС и результатов ее функционирования, в том числе и при наличии нестационарностей на интервале наблюдения. Например, для инфокоммуникационной сети это производительность и уровень ошибок и потерь при речевых вызовах, пересылке данных (например, телеметрии) и потокового видео. Эти услуги будут оптимизированы, и обнаруженные ошибки будут исключены (или хотя бы сведены к допустимому уровню).

2. Анализ литературных данных

В настоящее время задачи выбора количества и существа ключевых показателей эффективности привлекают значительный интерес специалистов в самых разных отраслях организационного и технического управления. Публикуется все возрастающее число статей и монографий, в которых публикуются результаты исследований как теоретического, так и прикладного характера. Однако методы количественного оценивания достаточного количества и обоснования оптимального выбора *KPIs* разработаны недостаточно полно.

Например, в фундаментальной работе [1] развит чисто качественный, описательный подход к разработке и применению *KPIs*. Автором предложена так называемая 12-этапная модель с интуитивным выделением основных факторов влияния на достижение поставленной цели.

Работа [2] посвящена выделению *KPIs*, наиболее важных для данной конкретной задачи (по терминологии авторов, “the right *KPIs*”). Обсуждаются вопросы выбора *KPIs* управления жизненным циклом производства, повышения производительности и, соответственно, эффективности производственного предприятия.

В работе [3], в отличие от ранее упоминавшихся работ, рассмотрены именно методы количественного оценивания параметров *KPIs*, выбранных для анализа. Приведены результаты измерений коэффициента ошибок при передаче данных (сигнальных блоков) в сети мобильной связи. По мнению автора, приведенные результаты подтверждают наличие корреляции между этим параметром и другими измеряемыми *KPIs*. Однако приведенные графики носят иллюстративный характер и могут служить основой для получения количественных оценок.

В работах [4, 5], посвященных приоритизации *KPIs*, также не рассмотрены вопросы количественной оценки взаимной корреляции *KPIs* и методы прогнозирования состояния сложной системы, характеризуемой этими показателями.

В работе [6] даны количественные характеристики взаимосвязи *KPIs* для частного случая пакетной сети мобильной связи поколения 3G, однако выводы сделаны на основе весьма ограниченного объема экспериментальных данных. Вследствие этого, по-видимому, имеют место выбросы и провалы в значениях коэффициентов корреляции между некоторыми из выбранных для анализа *KPIs*. Эти возмущения никак в работе не объяснены.

На основе анализа литературных источников можно сделать следующие выводы. Методы выбора и обоснования ключевых параметров эффективности сложных систем носят в основном качественный характер. Для технических систем такие методы практически отсутствуют. Кроме того, процессы изменения *KPIs*, с одной стороны, являются нестационарными на достаточно длительных интервалах наблюдения, но с другой – тенденции их изменений весьма схожи.

Интерес к исследованию этих тенденций имеет не только теоретический, но и практический характер.

3. Цель и задачи исследования

Целью работы являлось исследование процессов изменения ключевых показателей эффективности применительно к большим информационным системам с переменными параметрами и структурой и разработка метода прогнозирования тенденций этих изменений. Поскольку изменения носят случайный характер, необходимо проанализировать характеристики статистической взаимосвязи ключевых показателей эффективности.

Для достижения данной цели решались следующие задачи:

- выбор и обоснование характеристик статистической взаимосвязи ключевых показателей эффективности;
- разработка метода прогноза параметров и состояния информационной системы;
- численный анализ корреляционной матрицы ключевых показателей эффективности как исходных данных для модели прогноза.

4. Статистические характеристики оценок ключевых показателей эффективности

При оптимизации параметров и структуры ИС в состав целевой функции входит большое количество основных и дополнительных параметров, от которых зависит качество сервиса *QoS*. Рассмотрим в качестве примера постановку задачи оптимизации информационно-коммуникационной сети. Последовательность этапов оптимизации можно представить в виде структуры, изображенной на рис. 1.

Для решения задач текущего управления необходим системный подход, поскольку критерии оптимизации ключевых параметров функционирования ИС

и текущего управления являются неоднозначными и, как правило, противоречивыми. Учет этих противоречий и поиск компромиссных решений возможен при использовании статистических методов, согласования достоверности и детальности исходных данных с физическим смыслом решаемых задач.

В качестве основных характеристик статистической связи обычно используют матрицы коэффициентов множественной корреляции и системы уравне-

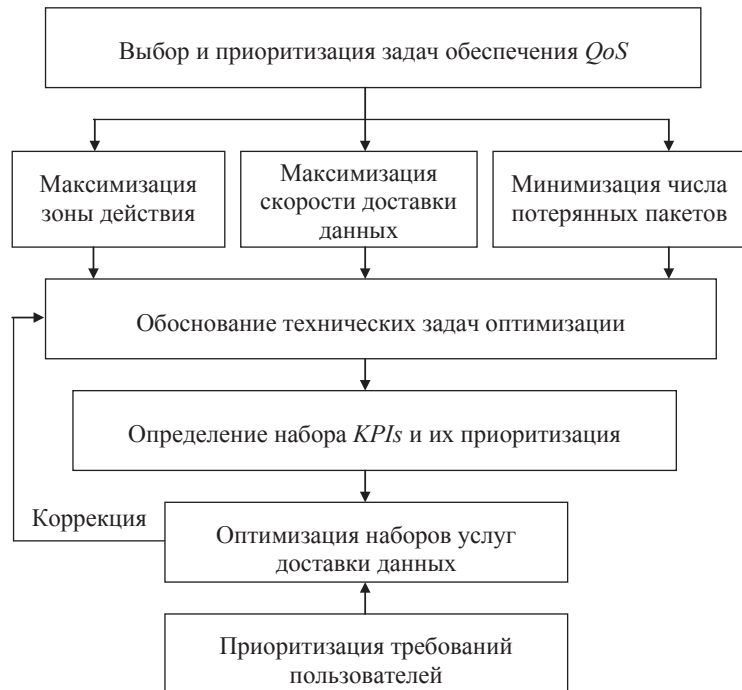


Рис. 1. Алгоритм оптимизации абстрактной ИС по ключевым показателям KPIs

ний множественной линейной или полиномиальной регрессии [7, 8]. Кроме того, для автоматизации измерений и расчетов необходимо выбрать метод аппроксимации кривых повторяемости изменений КПЭ. Наиболее гибкими и точными методами являются аппроксимация полиномами по минимуму среднего квадрата ошибки [9] или аппроксимации Паде [10].

Рассмотрим процесс прогноза параметров ИС как задачу предсказания k -й переменной $Y_k, k=1, N$ по M переменным $X_m, m=1, 2, \dots, M; m \neq k$. В общем случае $M \neq N$. При $m=1$ имеем уравнение линейной или полиномиальной регрессии независимой переменной X_m на зависимую переменную Y_k , при $m > 1$ имеем систему m уравнений множественной регрессии переменных X_1, X_2, \dots, X_m на Y_k . (Имеется в виду функциональная, а не статистическая зависимость.) В рассматриваемой задаче независимые переменные X_1, X_2, \dots, X_m – это случайные величины, которые не обязательно являются статистически независимыми.

Переменную Y_k аппроксимируем функцией регрессии $\psi(\cdot)$, содержащей оценки КПЭ и неизвестные коэффициенты $\{a_0, a_1, \dots, a_m\}$. Уравнение модели линейной регрессии независимых переменных X_1, X_2, \dots, X_m на зависимую переменную Y_k запишем в следующем виде:

$$Y_k = a_{0k} + a_{1k}X_1 + \dots + a_{mk}X_m + \epsilon, \tag{1}$$

где ϵ – ошибка аппроксимации.

Пусть $X_{1j} = X_1^j$. Тогда можно записать уравнение полиномиальной регрессии в виде

$$Y_k = a_{0k} + a_{1k}X_1 + a_{2k}X_1^2 + \dots + a_{mk}X_1^m + \epsilon. \tag{2}$$

Параметры модели регрессии оцениваются по выборке объема N , взятой из некоторой генеральной совокупности. Теоретически генеральная совокупность имеет бесконечный объем или представляет собой весь набор данных, который существует в принципе.

Выборка формируется следующим образом. По результатам теста функционирования сети фиксируем первую выборку независимых переменных $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m}$ и рассчитываем зависимую переменную Y_1 . Затем фиксируем вторую выборку независимых переменных $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2m}$ и рассчитываем зависимую переменную Y_2 . Продолжаем процедуру до получения N переменных $Y_k, k=1, N$. Получаем выборку из N наблюдений

$$\{Y_1 : X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1m}\}, \{Y_2 : X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2m}\}, \dots, \{Y_N : X_{N1}, X_{N2}, \dots, X_{Nm}\}.$$

Система уравнений множественной линейной регрессии принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= a_{01} + a_{11}X_{11} + \dots + a_{m1}X_{1m} + \epsilon_1, \\ Y_2 &= a_{02} + a_{12}X_{21} + \dots + a_{m2}X_{2m} + \epsilon_2, \\ &\dots \\ Y_k &= a_{0k} + a_{1k}X_{k1} + \dots + a_{mk}X_{km} + \epsilon_k, \\ &\dots \\ Y_N &= a_{0N} + a_{1N}X_{N1} + \dots + a_{mN}X_{Nm} + \epsilon_N, \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

где $\{a_{0k}, a_{1k}, \dots, a_{mk}\}, k=1, N$ – неизвестные коэффициенты; $\{\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_k, \dots, \epsilon_N\}$ – случайные ошибки, которые логично считать нормальными одинаково распределенными с параметрами $\{0, \sigma_\epsilon^2\}$.

Для получения оценок по методу наименьших квадратов необходимо минимизировать сумму S_k квадратов отклонений в каждой точке. Наилучшее приближение соответствует минимальной величине выражения

$$S_k = \sum_{i=1}^N (Y_k - a_{0k} - a_{1k}X_{ki} - \dots - a_{mk}X_{ki}^m)^2. \tag{4}$$

Величина S_k является мерой ошибки, связанной с привязкой имеющихся данных к выбранной модели регрессии. Минимум S_k достигается дифференцированием последнего выражения по коэффициентам $\{a_{0k}, a_{1k}, \dots, a_{mk}\}, k=1, N$, приравниванием соответствующих производных нулю и решением системы уравнений относительно $\{a_{0k}, a_{1k}, \dots, a_{mk}\}$. Получаем систему уравнений для оценки частных коэффициентов регрессии:

$$\left. \begin{aligned} \hat{Y}_1 &= \alpha_{01} + \alpha_{11}X_{11} + \dots + \alpha_{m1}X_{1m}, \\ \hat{Y}_2 &= \alpha_{02} + \alpha_{12}X_{21} + \dots + \alpha_{m2}X_{2m}, \\ &\dots \\ \hat{Y}_k &= \alpha_{0k} + \alpha_{1k}X_{k1} + \dots + \alpha_{mk}X_{km}, \\ &\dots \\ \hat{Y}_N &= \alpha_{0N} + \alpha_{1N}X_{N1} + \dots + \alpha_{mN}X_{Nm}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь $\alpha_{0k}, \alpha_{1k}, \dots, \alpha_{mk}$ – оценки для $\{a_{0k}, a_{1k}, \dots, a_{mk}\}$.

Оценки являются несмещенными и эффективными, т. е. имеют минимальную дисперсию для выборки X_1, X_2, \dots, X_m среди всех линейных оценок для предсказания переменных $Y_k, k = \overline{1, N}$.

5. Прогноз состояния сложной динамической системы по результатам корреляционно-регрессионного анализа

Представим систему уравнений модели множественной линейной регрессии (3) в матричной форме:

$$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{X}}\mathbf{B} + \mathbf{E}, \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1m} \\ 1 & X_{21} & \dots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{N1} & \dots & X_{Nm} \end{pmatrix}$ – так называемая матрица

плана.

Для регрессионной модели, по существу, это матрица независимых переменных, дополненная первым столбцом весовых коэффициентов текущих наблюдений; $\mathbf{B}^T = \{\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m\}$ – вектор параметров уравнения регрессии; $\mathbf{A}^T = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N\}$ – вектор ошибок оценивания, имеющий многомерное Гауссовское распределение с нулевым вектором математических ожиданий и матрицей дисперсий вида $\sigma^2\mathbf{I}$; \mathbf{I} – единичная матрица; T – символ транспонирования.

Тогда уравнение (4) можно представить в матричном виде как

$$\mathbf{S} = (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{X}}\mathbf{B})^T (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{X}}\mathbf{B}). \quad (7)$$

Вектор \mathbf{B} оценок по методу наименьших квадратов есть решение системы нормальных уравнений

$$(\mathbf{X}\hat{\mathbf{X}})\mathbf{B} = \mathbf{X}\mathbf{Y}, \quad (8)$$

решение которой имеет вид

$$\mathbf{B} = (\mathbf{X}\hat{\mathbf{X}})^{-1} (\mathbf{X}\mathbf{Y}). \quad (9)$$

С учетом того, что матрица дисперсий вектора ошибок оценивания описывается выражением $\sigma^2\mathbf{I}$, корреляционная матрица вектора \mathbf{B} равна $\mathbf{R}_B = \sigma^2 (\mathbf{X}\hat{\mathbf{X}})^{-1}$.

Отметим также, что при увеличении корреляции между разными ключевыми показателями эффективности матрица $\mathbf{X}\hat{\mathbf{X}}$ будет иметь диагонально-доминантную структуру, т. е. диагональные элементы будут

превалировать над суммами элементов по соответствующим строкам. При этом процедуры поиска решения уравнений (6) и (7) упрощаются.

Очевидно, в рассматриваемом случае проще вместо оптимальной оценки как выходной величины, определяемой матричным уравнением, искать оптимальную оценку как решение двойственного ему разностного уравнения. Коэффициенты разностного уравнения определяются статистикой наблюдений и помех и в общем случае являются переменными величинами, зависящими от времени. Преимуществом такого подхода является то, что если даже не удастся получить аналитическое решение разностного уравнения, то всегда можно получить его численное решение на вычислительной машине. Более того, решение можно получать в реальном масштабе времени с учетом вновь получаемой информации об изменениях параметров наблюдений и помех.

Следуя [11], построим итерационный алгоритм решения уравнения (6) в виде

$$\mathbf{FB} [\hat{\mathbf{X}}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k-1)] = \mathbf{G} [\mathbf{Y} - \mathbf{E} - \hat{\mathbf{X}}(k)\mathbf{B}], \quad (11)$$

где \mathbf{F} и \mathbf{G} – матричные множители, определители которых не равны нулю, или ненулевые скалярные множители.

Эти множители выбираются таким образом, чтобы обеспечить максимальную скорость сходимости без потери устойчивости алгоритма (11). Для оптимального выбора значений \mathbf{F} и \mathbf{G} можно применить к уравнению (11) операцию z -преобразования

$$\mathbf{FB} [\hat{\mathbf{X}}(z)(1-z^{-1})] = \mathbf{G} [\mathbf{Y} - \mathbf{E} - \hat{\mathbf{X}}(z)\mathbf{B}] \quad (12)$$

и вычислить корни характеристического уравнения, которые должны быть по модулю меньше единицы. Тогда общее решение уравнения (12) при неограниченном росте числа итераций k асимптотически сходится к точному решению уравнения (6). Скорость сходимости зависит от величины максимального по модулю корня характеристического уравнения. Задаваясь величиной модуля относительной ошибки решения, можно оценить потребное число итераций как локальную или нелокальную характеристику эффективности поиска решения [12].

6. Результаты численного анализа

Как отмечено выше, в настоящее время широко используется понятие ключевых параметров эффективности сложных систем, в частности, компьютерных и телекоммуникационных сетей [3]. Ключевыми параметрами являются задержка передачи, пропускная способность, потери пакетов и уровень безопасности. Эти параметры оказывают наибольшее влияние на результирующее качество сервиса. В работе [1] отмечается, что число *KPIs*, выбираемых для анализа, должно быть минимальным, причем во всех случаях целесообразно брать более 20 таких показателей. Эти соображения учтены при задании набора *KPIs*.

В качестве оптимизируемых параметров задачи выбраны следующие:

- задержка передачи τ ;
- пропускная способность C_p ;
- потери пакетов при передаче данных L_p ;
- уровень безопасности и защиты данных при передаче по сети D_{sp} ;
- качество *Web*-сервиса;
- качество передачи аудио (звуковые файлы, обычная и *IP*-телефония);
- скорость и надежность обмена файлами по протоколу *FTP*;
- скорость и надежность работы электронной почты (*E-mail*);
- качество передачи видео.

Рассмотрена гипотетическая сеть *WiMax*, данные для расчета параметров которой взяты из работы [12]. Для расчетов использовалась ФОРТРАН-программа множественного корреляционного анализа, приведенная в [13] и модифицированная для рассматриваемой задачи.

В табл. 1 приведены частные коэффициенты корреляции оптимизируемых параметров, по которым в дальнейшем с использованием уравнений (1)–(6), (11), (12) можно рассчитывать частные коэффициенты регрессии.

Таблица 1

Коэффициенты взаимной корреляции оптимизируемых параметров

Параметр	Коэффициенты корреляции								
	τ	C_p	L_p	D_{sp}	Web	Аудио	FTP	E-mail	Видео
τ	1,0	0,98	0,69	0,89	0,75	0,85	0,27	0,17	0,87
C_p	0,98	1,0	0,68	0,86	0,76	0,64	0,75	0,22	0,89
L_p	0,69	0,68	1,0	0,69	0,36	0,50	0,63	0,34	0,84
D_{sp}	0,89	0,86	0,69	1,0	0,77	0,56	0,61	0,78	0,82
Web	0,75	0,76	0,36	0,77	1,0	0,30	0,57	0,30	0,53
Аудио	0,85	0,64	0,50	0,56	0,30	1,0	0,44	0,36	0,67
FTP	0,27	0,75	0,63	0,61	0,57	0,44	1,0	0,16	0,79
E-mail	0,17	0,22	0,34	0,78	0,30	0,36	0,16	1,0	0,30
Видео	0,87	0,89	0,84	0,82	0,53	0,67	0,79	0,30	1,0
–	τ	C_p	L_p	D_{sp}	Web	Аудио	FTP	E-mail	Видео

Между основными ключевыми параметрами обнаруживается сильная корреляция. Это объясняется тем, что они оказывают значительное влияние на требования к качеству сервиса. Исключение составляет электронная почта, поскольку, в отличие от потокового аудио, видео, *Web*-сервиса и передачи файлов по протоколу *FTP*, для нее не критичны ни полоса пропускания канала, ни задержка доставки. Однако необходимо отметить, что параметр D_{sp} – уровень безопасности и защиты данных является критичным практически для всех представленных приложений, поскольку даже для таких видов эла-

стичного трафика, как электронная почта, защита данных является неотъемлемым требованием обеспечения качества сервиса *QoS*.

Результаты корреляционного анализа служат также ключевым индикатором мониторинга и регулирования потоковых данных и *Web*-сервиса. Это необходимо для обеспечения безопасной передачи информации по сети, прогнозирования и предотвращения перегрузок контролируемого сетевого фрагмента. Таким образом, текущий мониторинг и управление уровнем безопасности в сети, которые являются неотъемлемой частью задачи общего управления качеством сервиса, можно успешно осуществлять статистическими методами, в частности, методом корреляционно-регрессионного анализа.

Кроме того, необходимо отметить, что полностью скомпилированная программа расчетов занимает в памяти вычислительного устройства от 80 до 500 килобайт в зависимости от масштаба сети и объема обрабатываемой выборки. Поскольку в настоящее время практически любой сетевой узел, по существу, представляет собой специализированный вычислитель или даже многопроцессорную систему, задача аппаратной реализации предложенного метода может решаться сравнительно просто.

7. Выводы

В работе проведен анализ системы ключевых параметров эффективности и особенностей их применения для управления качеством сервиса информационной системы. Показано, что при использовании статистического подхода можно выделить зависимости между ключевыми параметрами сети, что дает возможность построения системы управления качеством сервиса.

В качестве достаточной статистики процесса анализа *KPIs* выбрана модель множественной корреляции и регрессии параметров *QoS*. Разработан метод и алгоритм прогноза состояния информационной системы по корреляционной матрице *KPIs*. С использованием исходных данных, в качестве которых взяты параметры типовой сети *WiMax*, рассчитана матрица коэффициентов взаимной корреляции *KPIs* и проанализированы ее специфические особенности.

Установлено, что матрицы коэффициентов нормальных уравнений для вычисления оценок по минимуму среднего квадрата ошибки имеют диагонально-доминантную структуру, что дает возможность ускорения и упрощения процедур итерационного поиска решений.

При использовании ключевых параметров эффективности сложной системы с задержками сигнальной и управляющей информации можно обеспечить предсказание ее состояния и решать задачи управления качеством сервиса в реальном времени. В дальнейшем планируется исследовать задачи приоритизации частных показателей эффективности, например, методом анализа иерархий, для оптимизации информационных систем по многим, в том числе противоречивым критериям.

Литература

1. Parmenter, D. Key Performance Indicators (KPI): Developing, Implementing, and Using Winning KPIs [Text] / D. Parmenter; 2nd ed. – John Wiley & Sons, 2010. – 320 p.
2. Kaganski, S. Selecting the right KPIs for SMEs Production with the Support of PMS and PLM [Electronic resource] / S. Kaganski, A. Snatkin, M. Paavel, K. Karjust // International Journal of Research In Social Sciences. – 2013. – Vol. 3, Issue 1. – P. 69–76. – Available at: <http://archive.org/details/InternationalJournalOfResearchInSocialSciencesIjrss>
3. Kreher, R. UMTS Performance Measurement: A Practical Guide to KPIs for the UTRAN Environment [Text] / R. Kreher. – John Wiley & Sons, Ltd, 2006. – 227 p. doi: 10.1002/9780470034866
4. Shahin, A. Prioritization of key performance indicators. An integration of analytical hierarchy process and goal setting [Text] / A. Shahin, M. A. Mahbod // International Journal of Productivity and Performance Management. – 2012. – Vol. 56, Issue 3. – P. 226–240. doi: 10.1108/17410400710731437
5. Masood, L. A. Key Performance Indicators Prioritization in Whole Business Process: A Case of Manufacturing Industry [Electronic resource] / L. A. Masood, M. Jahanzaib, K. Akhtar // Life Science Journal. – 2013. – Vol. 10, Issue 4s. – P. 195–201. – Available at: <http://www.lifesciencesite.com>
6. Ouyang, Ye A Performance Analysis for UMTS Packet Switched Network Based on Multivariate KPIs [Text] / Ye. Ouyang, Fallah, M. H. // International Journal of Next Generation Network (IJNGN). – 2011. – Vol. 2, Issue 1. – P. 80–94.
7. Evans, M. Statistical distributions [Text] / M. Evans, N. Hastings, B. Peacock; 2nd ed. – John Wiley & Sons, Inc, 1993. – 186 p.
8. Афифи, А. Статистический анализ: Подход с использованием ЭВМ [Текст] / А. Афифи, С. Эйзен ; пер. с англ. – Москва : Мир, 1982. – 488 с.
9. Nash, J. C. Compact numerical methods for computers: linear algebra and function minimisation [Text] / J. C. Nash ; 2nd ed. – Adam Hilger, Bristol and New York, 1990. – 288 p.
10. Бейкер, Дж. Аппроксимации Паде [Текст] / Дж. Бейкер, П. Грейвс-Моррис. – Москва : Мир, 1988. – 502 с.
11. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры [Текст] / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – Москва : Физматгиз, 1963. – 656 с.
12. Растринин, Л. А. Статистические методы поиска [Текст] / Л. А. Растринин. – Москва : Наука, 1968. – 376 с.
13. Вишневский, В. М. Широкополосные беспроводные сети передачи информации [Текст] / В. М. Вишневский, А. И. Ляхов, С. Л. Портной, И. В. Шахнович. – Москва : Техносфера. – 2005. – 592 с.
14. Мак-Кракен, Д. Численные методы и программирование на Фортране [Текст] / Д. Мак-Кракен, У. Дорн ; пер. с англ. – Москва : Мир, 1977. – 584 с.