На базі спільного використання неявної різницевої схеми за часовою змінною, регіонально-структурного та варіаційного методів пропонується чисельно-аналітична методологія моделювання теплових процесів у конструктивних елементах при нестаціонарних граничних умовах

Ключові слова: регіонально-структурний метод, варіаційний метод, моделювання, неявна різницева схема, теплові процеси

На базе совместного применения неявной разностной схемы по временной переменной, регионально-структурного и вариационного методов предлагается численно-аналитическая методология моделирования тепловых процессов в конструктивных элементах при нестационарных граничных условиях

Ключевые слова: регионально-структурный метод, вариационный метод, моделирование, неявная разностная схема, тепловые процессов

Numerically-analytic methodology modeling of thermal processes in structural components under unsteady boundary conditions is suggested on the basis of partnering of implicit difference scheme by temporary variable, regional-structural and variation methods

Key words: regional-structural method, variation method, modeling, implicit difference scheme, thermal process

УДК 536.24

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

А.П. Слесаренко
Доктор физико-математических наук, профессор
Институт проблем машиностроения им. А.М. Подгорного НАН Украины
ул. Дм.Пожарского, 2/10, г.Харьков, Украина, 61046
Контактный тел.: 95-95-18, 096-386-30-22.

Ю.О. Кобринович
НАУ «Харьковский авиационный институт» им. Н.Е. Жуковского
Контактный тел.: (057) 751-35-02, 093-734-84-22,
E-mail: Kobrinovich.jul@mail.ru

1. Введение

Выбор оптимальных конструктивных решений и режимов эксплуатации современных низкотемпературных энергоустановок и оборудования связан с проведением многовариантных расчетов теплового состояния их конструктивных элементов. При этом необходимо учитывать изменение, как геометрической формы исследуемого объекта, так и характера взаимодействия с окружающей средой, формы поверхностей контакта разнородных материалов. В данных условиях применение классических аналитических методов к задачам теплообмена для областей сложной формы встречает математические трудности принципиального характера.

Как отмечалось в научной литературе, аналитическая теория решения уравнений теплопроводности при переменных характеристиках зависящих от координат и времени для областей сложной формы не разработана, а имеющиеся в литературе решения посвящены лишь частным задачам для простых областей. В то же время, в связи с необходимостью решения задач оптимального управления тепловыми процессами, возникла насущная потребность в разработке новых аналитических методов и алгоритмов, обладающих свойствами универсальности по отношению к изменению как геометрических, так и физических параметров однородных и составных элементов неканонической формы.

2. Постановка задачи исследования

Достоинства регионально-структурного метода в сочетании с вариационными методами можно эффективно использовать для решения сложных нестационарных задач теплопроводности.

Одним из путей такого эффективного применения является сведение сложной нестационарной задачи теплопроводности, с помощью применения неявной разностной схемы по времени, к последовательности стационарных задач теплопроводности для каждого слоя и решение данных задач совместным применением регионально-структурного и вариационного методов.

Использование данного подхода рассмотрим на примере решения следующей нестационарной задачи теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial F_0}=\Delta T+F, \qquad (1)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \nu_1}+B_i T\right)\Big|_{S_1}=B_i T_c=f, \qquad (2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \nu_2}\Big|_{S_2}=q_2;\ \ T\big|_{S_3}=\varphi, \qquad (3)$$

$$T\big|_{F_0=0}=\psi, \qquad (4)$$

где $T=T(x,y,F_0)$; $F=F(x,y,F_0)$; $B_i=B_i(F_0)$; $T_c=T_c(F_0)$; $q_2=q_2(x,y,F_0)$; $\varphi=\varphi(x,y,F_0)$; $\psi=\psi(x,y)$ являются заданными функциями, характеризующими мощность источников энергии, температуру внешней среды, тепловой поток на части S_2 поверхности $S=\bigcup_{i=1}^{3}S_i$ области Ω.

Численно-аналитическая методика решения задачи с нестационарными граничными условиями:

Для каждого момента времени $\Delta F_{0,}$ после применения неявной разностной схемы по времени [3], получим последовательность стационарных задач теплопроводности для каждого слоя:

$$\Delta u_i-\frac{1}{\Delta F_0}u_i=-\frac{1}{\Delta F_0}u_{i-1}-F_i=-F_{1i}, \qquad (5)$$

$$\left(\frac{\partial u_i}{\partial \nu_1}+B_i(F_{0i})u_i\right)\Big|_{S_1}=f_i, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial \nu_2}\Big|_{S_2}=q_{2i};\ \ u_i\big|_{S_3}=\varphi_i$$

где $u_i=u_i(x,y)=T(x,y,F_{0i})$; $u_{i-1}(x,y)=T(x,y,F_{0i}-\Delta F_0)$; $f_i=f(F_{0i})$; $q_{2i}=q_{2i}(x,y)=q_2(x,y,F_{0i})$, $\varphi_i=\varphi_i(x,y)=\varphi(x,y,F_{0i})$.

Региональные структуры решения для каждого из регионов Ω_l области $\Omega=\bigcup_{l=1}^{m}\Omega_l$ точно удовлетворяющие заданным региональным граничным условиям и условиям сопряжения на поверхностях контакта регионов, согласно [4] построим в виде:

$$u_{il}(x,y)=\Phi_{0il}(x,y)+ +\sum_{kj}C_{kj}^{(il)}\chi_{kj}^{(il)}(x,y)=\Phi_{0il}(x,y)+\upsilon_{il}(x,y) \qquad (7)$$

где региональные функции Φ_{0il} точно удовлетворяют заданным неоднородным граничным условиям, а функции $\chi_{kj}^{(il)}$ являются базисными региональными функциями задачи теплопроводности (5) и (6) и точно удовлетворяют однородным граничным условиям, и условиям контакта регионов.

В каждый момент времени решение задачи (5) – (6) сводится к задаче о минимуме функционала

$$I(\upsilon_i)=\sum_{l=1}^{m}\iint_{\Omega_l}\left[\left(\mathrm{grad}\,\upsilon_{il}\right)^2+\frac{1}{\Delta F_0}\upsilon_{il}^2-2F_{il}^*\upsilon_{il}\right]d\Omega+ +\int_{S_1}B_i(F_{0i})\upsilon_{il}^2dS_1 \qquad (8)$$

где $F_{il}^*=F_{1il}+\Delta\Phi_{0il}-\frac{1}{\Delta F_0}\Phi_{0il}$, при известных с предыдущего слоя функциях $u_{i-1l}(x,y)$. Таким образом, решение нестационарной задачи сводится к решению последовательности вариационных задач [4].

Согласно [3, 5], так как применяется неявная схема, шаг может быть взять достаточно большим.

3. Вычислительный эксперимент

В качестве примера рассмотрим приведенную выше задачу для неограниченной пластины. В этом случае $F=0$ и в формуле (7) для одного региона:

$$\chi_k^{(i)}=\Phi_k-\omega\frac{d\Phi_k}{dx}\frac{d\varpi}{dx}+\omega B_i(F_{0i})\Phi_k;\ \ k=1,...,n$$

$$\Phi_k=x^{2k-2};\ \ \Phi_{0i}=T_c(F_{0i});\ \ \omega=0.5(1-x^2)$$

Для $B_i=0,5\exp(F_0)$; $T_c=1+0,075F_0$ расчет по предложенному методу дает $T(1;0,4)=0,45918$ (две координатные функции), методом элементарных балансов [6] получаем $T(1;0,4)=0,45768$.

В качестве тестового примера рассматривался случай, когда точное решение для неограниченной пластины имеет вид

$$T(x,F_0)=T_c(F_0)+1+0.5(1-x^2)B_i(F_0) \qquad (9)$$

В этом случае в задаче (1), (2), (4)

$$F=\frac{dT_c(F_0)}{dF_0}+\frac{(1-x^2)}{2}\frac{dB_i(F_0)}{dF_0}+B_i(F_0),$$

$$T(x;0)=T_c(0)+1+0,5(1-x^2)B_i(0)$$

Для $T_c(F_0)=1+0,075F_0$; $B_i(F_0)=0.5\exp(F_0)$ в табл. 1 результаты, полученные предложенным методом (две координатные функции), сравниваются с результатами для точного решения (9).

Таблица 1

Температурное поле неограниченной пластины в процессе нагрева при $B_i(F_0)=0.5\exp(F_0)$

F_0	Точное решение		Приближенное решение	
	Центр	Поверхность	Центр	Поверхность
0,001	2,250325	2,000075	2,250325	2,000075
0,005	2,251628	2,000375	2,251629	2,000376
0,008	2,252608	2,000600	2,252609	2,000601
0,020	2,256550	2,001500	2,256560	2,001504
0,040	2,263202	2,003000	2,263222	2,003008
0,060	2,269958	2,004500	2,269988	2,004513
0,080	2,276822	2,006000	2,276760	2,006017
0,100	2,283792	2,007500	2,283840	2,007522
0,140	2,298068	2,010500	2,298135	2,010533
0,180	2,312804	2,013500	2,312889	2,013543
0,200	2,320350	2,015000	2,320445	2,015049
0,300	2,359964	2,022500	2,360105	2,022577
0,400	2,402956	2,030000	2,403145	2,030107
0,500	2,449680	2,037500	2,449920	2,037630
0,600	2,500529	2,045000	2,500824	2,045166
0,700	2,555938	2,052500	2,556289	2,052691
0,800	2,616385	2,060000	2,616796	2,060224
0,900	2,682400	2,067500	2,682875	2,067752
1,000	2,754570	2,075000	2,755111	2,075278

С целью проверки эффективности предложенного подхода для получения результатов с высокой точностью (многомерные системы) при малых значениях F_0 (начальный период), рассмотрим нестационарную задачу теплопроводности.

$$\frac{\partial''}{\partial F_0} = \Delta T + F; \tag{10}$$

$$\left(\pm \frac{\partial T}{\partial x} + B_{i1} T\right)\Bigg|_{x=\pm 1} = B_{i1} T_c;$$

$$\left(\pm \frac{\partial T}{\partial y} + B_{i2} T\right)\Bigg|_{y=\pm 1} = B_{i2} T_c; \tag{11}$$

$$T\Big|_{F_0=0} = 1 + (1+f_1)(1+\beta_1 f_2), \tag{12}$$

где $T = T(x,y,F_0)$; $F = F(x,y,F_0)$; $B_{i1} = B_{i1}(F_0)$;

$B_{i2} = B_{i2}(F_0)$; $\quad _! = 1 + 0{,}075F_c$; $f_1 = 0{,}5(1-x^2)$;

$f_2 = 0{,}5(1-y^2)$

Легко проверить, что для $B_{i1} = B_{i2} = \exp(10F_0)$

$$F = \beta_1 \exp(\beta_2 F_0)(1+\beta_2 f_2)\left[1 + f_1 \exp(10F_0)\right] +$$

$$+ \exp(10F_0)(1+10f_1) \times \left[1 + \beta_1 f_2 \exp(\beta_2 F_0)\right] + 0{,}075,$$

$\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 10$, функция

$$T(x,y,F_0) = T_c(F_0) +$$

$$+\left[1 + f_1(x)\exp(10F_0)\right]\left[1 + \beta_1 f_2(y)\exp(\beta_2 F_0)\right]$$

будет точным решением задачи (10) – (12).

Структуры решения в этих случаях представим в виде (7), где $l = 1$

$$\chi_{kS}^{(il)} =$$

$$= \left\{1 + \varpi\left[f_2 \exp(10F_{0i}) + \beta_1 f_1 \exp(\beta_2 F_{0i})\right](f_1+f_2)^{-1}\right\} P_k P_S -$$

$$-\omega\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial P_k}{\partial x}P_S + \frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial P_S}{\partial y}P_k\right);$$

$$\Phi_{0i1} = T_{ci1}(F_{0i}),$$

$P_k = P_k(x)$, $P_S = P_S(y)$ – полиномы Чебышева,

$$\omega = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

В каждый момент времени $F_0 = \Delta F_0$, $2\Delta F_0$, задача для определения функции $T(x,y,F_{0i})$ сводилась к задаче о минимуме функционала (8).

Неопределенные компоненты структур решения (7) находились из решения соответствующих систем Ритца.

В табл. 2 и 3 представлены результаты расчета с помощью пакета Mathcad 2001 Professional (MathSoft, Inc.) предложенным методом для пятнадцати координатных функций при значениях для F_0 от 0,001 до 0,1.

В верхних строках таблиц представлены результаты для точных решений (13) в первом и втором случаях.

Таблица 2

Температурное поле неограниченной квадратной призмы в процессе нагрева при $B_i(F_0) = \exp(10F_0)$

F_0	$P(x,y)$			
	$P(0;0)$	$P(0;0.9)$	$P(1;0)$	$P(1;0.9)$
0,001	3,26517	2,64951	2,50510	2,09602
0,011	3,31067	2,67338	2,52661	2,09888
	3,42862	2,72412	2,55896	2,10687
0,021	3,47849	2,74965	2,58140	2,11213
	3,61574	2,80790	2,61841	2,11877
0,031	3,67067	2,83552	2,64222	2,12552
	3,83048	2,90186	2,68403	2,13185
0,041	3,89137	2,93154	2,70948	2,13971
	4,07751	3,00748	2,75648	2,14622
0,051	4,14545	3,03974	2,78378	2,15497
	4,36241	3,12640	2,83647	2,16202
0,061	4,43866	3,16160	2,86585	2,17152
	4,69180	3,26052	2,92479	2,17941
0,071	4,77790	3,29910	2,95650	2,18953
	5,07359	3,41206	3,02232	2,19855
0,081	5,17135	3,45451	3,05646	2,20919
	5,51725	3,58360	3,13002	2,21962
0,091	5,62884	3,63049	3,16727	2,23068
	6,03711	3,77816	3,24898	2,24283
0,096	6,16213	3,83016	3,28956	2,25424
	6,32413	3,88515	3,1304	2,25531
	6,46150	3,94000	3,5534	2,26686

Таблица 3

Температурное поле неограниченной квадратной призмы в процессе нагрева при $B_{i1}(F_0) = \exp(10F_0)$, $B_{i2}(F_0) = 0{,}5\exp(F_0)$

F_0	$P(x,y)$			
	$P(0;0)$	$P(0;0.9)$	$P(1;0)$	$P(1;0.9)$
0,001	2,88173	2,57666	2,25032	2,04762
	2,90132	2,59771	2,25102	2,04738
0,011	2,95280	2,63379	2,25359	2,04885
	2,97376	2,65473	2,25511	2,05037
0,021	3,03120	2,69684	2,25689	2,05008
	3,05363	2,71807	2,25925	2,05249
0,031	3,11770	2,76643	2,26019	2,05132
	3,14176	2,78820	2,26340	2,05435
0,041	3,21318	2,85325	2,26353	2,05256
	3,23907	2,86580	2,26750	2,05607
0,051	3,31860	2,92807	2,26690	2,05381
	3,34653	2,95168	2,27157	2,05770
0,061	3,43503	3,02173	2,27029	2,05506
	3,46524	3,04646	2,27560	2,05925
0,071	3,56367	3,12517	2,27372	2,05632
	3,59640	3,15134	2,27968	2,06074
0,081	3,70581	3,23942	2,27716	2,05758
	3,74136	3,26727	2,28356	2,06215
0,091	3,86292	3,36563	2,28064	2,05885
	3,90160	3,39541	2,28748	2,06350
0,096	3,94759	3,43361	2,28238	2,05948
	3,98796	3,46446	2,28943	2,06415

4. Выводы

Развитие регионально-структурного метода [1,2] и его приложение к многомерным нелинейным задачам теплообмена для однородных и композитных сред дает возможность проводить не только количественный, но и качественный анализ тепловых процессов в телах неканонической формы, перейти на новый уровень разработки методов и алгоритмов решения задач, связанных с оптимальным управлением тепловыми процессами.

Литература

1. Слесаренко, А.П. Развитие алгебраического метода и его приложения к многомерным нелинейным задачам теплопроводности для однородных и композитных сред: автореферат дис. ... д-ра физ.-мат. наук/ А.П. Слесаренко – М., 1984 – 36с.
2. Слесаренко, А. П. Регионально-аналитическое моделирование конвективного теплообмена с учетом взаимного влияния стенок трубы и движущейся жидкости/ А.П. Слесаренко, Д.А. Котульский // Доклад НАН Украины – 2003. – №4 – с.11-82.
3. Годунов, С.К. Разностные схемы: введение в теорию/ С.К. Годунов, B.C. Рябенький. – М.: Наука, 1973 – 400с.
4. Слесаренко, А.П. Современные приближенные аналитические методы решения задач теплообмена: учеб. пособие./ В.А. Темников, А.П. Слесаренко – Самара: Самар. политехн.ин-т., 1991 – 91с.
5. Самарский, А.А. Теория разностных схем./ А.А.Самарский – М.: Наука, 1977 – 656с.
6. Гончаров, Э.И. Температурное поле неограниченной пластины при переменных значениях коэффициента теплообмена и температуры внешней среды/ В.В. Саломатов, Э.И. Гончаров // Инж.-физ. журн., – 1968 – т.4, №4 – с.743-745.

УДК 629.735.03:621.43.031.3.001.24 (045)

ВПЛИВ ДОВЖИНИ КАНАЛУ ПОВІТРОЗАБІРНИКА НА АКУСТИЧНУ ПОТУЖНІСТЬ ВИПРОМІНЮВАННЯ ВЕНТИЛЯТОРА ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

Л.Г. Марківська
Аспірант
Кафедра «Авіаційні двигуни»
Національний авіаційний університет
просп. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, 03058
Контактний тел.: 097-755-30-20
E-mail: plohih_love@ukr.net

У статті розглянуті питання впливу довжини каналу повітрозбірника на акустичну потужність випромінення вентилятора газотурбінного двигуна. Запропонована методика дозволяє оптимізувати конструкцію повітрозабірника за акустичними характеристиками

Ключові слова: рівень звукової потужності, повітрозбірник, акустичні джерела

В статье рассмотренные вопросы влияния длины канала воздухосборника на акустическую мощность излучения вентилятора газотурбинного двигателя. Предложенная методика позволяет оптимизировать конструкцию воздухозаборника за акустическими характеристиками

Ключевые слова: уровень звуковой мощности, воздухосборник, акустические источники

In article questions of influence of length of the channel of air inlet on acoustic capacity of radiation of the fan of gas turbine engine are considered. The offered technique allows to optimise an air inlet design under acoustic characteristics

Key words: level of sound capacity, air collector, acoustic sources

1. Вступ

В усіх країнах протягом останніх десятиліть проблема боротьби з акустичним забрудненням навколишнього середовища від авіаційного транспорту, особливо поблизу аеропортів, є дуже гострою. Тому, при конструюванні нових літаків, виборі режимів зльоту і посадки, а також при будівництві нових і реконструкції старих аеропортів, враховуються проблеми шуму, що можуть виникнути.