

Розглядається можливість оцінити поля похибок обсервацій $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, узгодженого з полями складових градієнту $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ при квадратній основі спектру

Ключові слова: асинхронні дані, навігаційні реалізації, латеральна зона, навігаційне поле, похибка обсервації, безпека мореплавства

Рассматривается возможность оценить поля ошибок обсервацій $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, согласованного с полями составляющих градиента $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ при квадратной основе спектра

Ключевые слова: асинхронные данные, навигационные реализации латеральная зона, навигационное поле, ошибка обсервації, безопасность мореплавания

The opportunity to estimate a field of errors of the observations $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, coordinated with fields of components of a gradient $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ is considered at a square basis of a spectrum

Keywords: asynchronous data, navigating realizations, lateral zone, a navigating field, an error of an observation, safety of navigation

ВИВЕДЕННЯ ВАГОВИХ ФУНКЦІЙ УЗГОДЖЕННЯ ДЛЯ ПОЛІВ АМПЛІТУД ТА ГРАДІЄНТІВ З КВАДРАТНОЮ ОСНОВОЮ СПЕКТРУ

С.Ю. Інфімовський

Кандидат технічних наук, старший науковий співробітник,
начальник відділу — старший державний інспектор
Державна морська інспекція з безпеки судноплавства
Держфлотінспекції України
вул. Ланжеронівська, 1, м. Одеса, Україна, 65026
Контактний тел.: (048) 785-4472, 050-360-82-41
E-mail: Slnfimovsky_GGMI@mail.ru

На певному етапі розвитку навігаційного забезпечення безпеки загального мореплавства Міжнародною морською організацією, у 2003 році, було поставлено завдання значно (до 10 метрів) підвищити точність визначення місця судна в морі, з імовірністю 95%, на віддаленні від берегу до 25 – 50 миль [6]. Це складна, але маюча вирішення задача.

Успіх вирішення поставленої проблеми у певній мірі залежить від побудованої, на засадах сучасних організаційно-технічних заходів, системи навігаційного забезпечення безпеки мореплавства держави.

Передбачення розвитку подій – є важливим елементом процесу прогнозування. А вміння користатися отриманими навігаційні данні для забезпечення безпеки морської діяльності збільшує довіру до системи навігаційного забезпечення держави у цілому. Саме тому важливо визначити методи прогнозування полів похибок обсервацій при визначенні місця судна (корабля) у навігаційному полі морської поверхні, використання яких сприятиме ефективності використання супутникової системи навігаційного забезпечення безпеки мореплавства в цілому та у морських водах які знаходяться під юрисдикцією України зокрема.

Розглянутий у [3] метод об'єктивного аналізу навігаційних вимірів при визначенні місця судна (корабля) у навігаційному полі морської поверхні засновується на використанні значень кореляційної функції поля

похибок обсервацій. Спектр поля похибок обсервацій, є зверненням Фур'є від кореляційної функції, містить ту ж саму інформацію про поле похибок обсервацій, що і функція кореляції. Тому легко отримати співвідношення, які зв'язують оптимальне значення вагових коефіцієнтів інтерполяції поля через значення його спектру. Такі співвідношення, встановлені Д. Петерсоном та Д. Міддлтоном [8], частіше є більш зручними для практичного використання, ніж аналогічні до них формули, що наведено у [8]. Крім того, як це буде показано нижче, спектральне формулювання задачі оптимальної інтерполяції дозволяє отримати певні висновки, які важливі для планування навігаційних досліджень морської поверхні.

Використовувати спектр поля похибок обсервацій при побудові на ПЕОМ мапи його значень можливо лише у тих випадках, коли навігаційні вимірювання виконані у вузлах правильної сітки навігаційного поля, яке вкриває морську поверхню. Тоді коли вимірювання полів похибок обсервацій виконуються на суттєво нерегулярній мережі станцій морської диференційної підсистеми ССН, точки спостережень за навігаційним полем морської поверхні можуть розташовуватися у певному порядку, утворюючи правильну сітку.

Метою даної статті є розгляд застосування вагових функцій для розрахунків оптимальних оцінок поля похибок обсервацій $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, узгодженого з полями

складових градієнту $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ при квадратній основі спектру.

Необхідність залучення додаткової інформації пояснюється неповним або неточним завданням початкових умов, що практично завжди має місце при рішенні прогностичних задач у будь-якій галузі діяльності.

Візьмемо поле похибок обсервацій $f_1(\bar{x})$, спектр якого займає квадратну область R у просторі $(\bar{\omega})$, яке виміряне у вузлах сітки. У цих вузлах містяться також відліки градієнтів поля похибок обсервацій.

Треба підібрати такий векторний базис $\{u_{[k]}\}$, щоб спектри поля похибок обсервацій всюди у просторі $(\bar{\omega})$ були перекриті тричі.

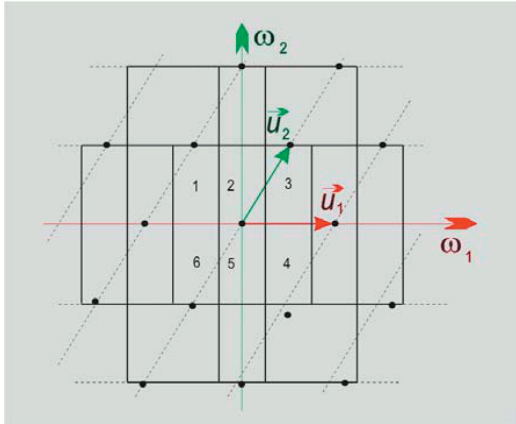


Рис. 1. Трикратне перекриття основ спектрів поля похибок обсервацій та його градієнту

На рис. 1 зображено шість областей у межах основи спектру поля похибок обсервацій, у яких перекриття здійснюється у різних трійках повтору $\Phi_1(\bar{\omega}) + u_{[k]}$ спектру $\Phi_1(\bar{\omega})$, який знаходиться у початковій точці системи відліку координат.

Оптимальну сітку вимірів поля похибок обсервацій та його градієнту наведено на рис. 2.

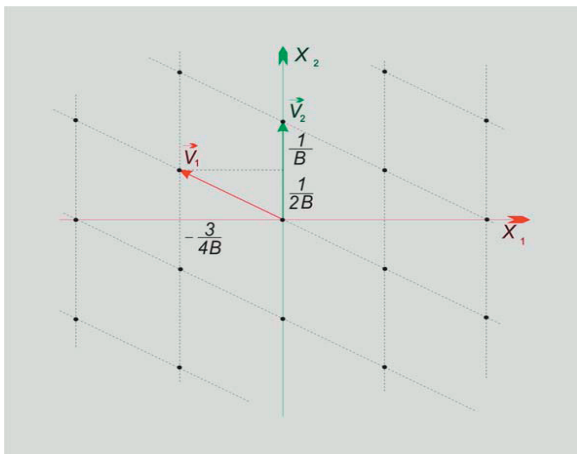


Рис. 2. Оптимальна сітка вимірів поля похибок обсервацій та його градієнту

Вектори змішень, які викликають перекриття у кожній області, для рис. 1 надані у табл. 1. Як слідує з рис. 1 та рис. 2, складові базисних векторів мають вид

$$\vec{u}_1 = \left(\frac{8\pi B}{3}; 0 \right); \quad \vec{u}_2 = \left(\frac{4\pi B}{3}; 2\pi B \right); \quad (1)$$

$$\vec{v}_1 = \left(-\frac{3B}{4}; \frac{1}{2B} \right); \quad \vec{v}_2 = \left(0; \frac{1}{B} \right).$$

Площа Q чарунки навігаційних вимірів складає величину

$$Q = \frac{3}{4B^2}. \quad (2)$$

Зробивши підставлення відповідних величин у співвідношення

$$\begin{aligned} g(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{6\sqrt{3}}{(2\pi B)^3} \frac{\sin(2\pi B/\sqrt{3})x_1 (\cos 2\pi B)x_2 - \cos(2\pi B/\sqrt{3})x_1}{x_1(x_1^2 - 3x_2^2)}, \\ h_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{6\sqrt{3}}{(2\pi B)^3} \frac{\sin(2\pi B/\sqrt{3})x_1 (\cos 2\pi B)x_2 - \cos(2\pi B/\sqrt{3})x_1}{(x_1^2 - 3x_2^2)}, \\ h_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{6\sqrt{3}}{(2\pi B)^3} \frac{x_2 \sin(2\pi B/\sqrt{3})x_1 (\cos 2\pi B)x_2 - \cos(2\pi B/\sqrt{3})x_1}{x_1(x_1^2 - 3x_2^2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Перевагою застосування оптимальних вагових функцій типу (3) для узгодження полів на ПЕОМ достатньо зрозуміло. Слід нагадати, що при застосуванні кореляційного алгоритму знаходження значень вагових коефіцієнтів $g(\bar{x}, \bar{x}_n)$ та $h(\bar{x}, \bar{x}_n)$ потребує сумісного рішення двох систем рівнянь

$$\begin{aligned} K_1(\bar{x}, \bar{x}_q) &= \sum_n g_1(\bar{x}, \bar{x}_n) K_1(\bar{x}_n, \bar{x}_q) - \\ &- \sum_n \nabla K_1(\bar{x}_q, \bar{x}_n) h(\bar{x}, \bar{x}_n), \\ \nabla K_1(\bar{x}, \bar{x}_q) &= \sum_n g_1(\bar{x}, \bar{x}_n) \nabla K_1(\bar{x}_n, \bar{x}_q) + \\ &+ \sum_n \bar{n}(\bar{x}, \bar{x}_n) \nabla |\nabla K_1(\bar{x}_n, \bar{x}_q)| \end{aligned} \quad (4)$$

де вектор $\bar{n}(\bar{x}, \bar{x}_n)$ має у якості складових вагові функції погодження, які застосовуються до відповідних складових градієнту поля похибок обсервацій $f_2(\bar{x}) = \nabla f_1(\bar{x})$, порядок яких визначається кількістю навігаційних вимірів, що беруть участь в узгодженні. У той же час розрахунок цих коефіцієнтів на ПЕОМ по формулам типу (3) не викликає ніяких труднощів.

Нескладно визначити, для кожної з областей (рис. 2), спектри оптимальних областей вагових функцій узгодження. Наприклад, беручи до уваги, що перша область перекрита основами тих спектрів, які відповідають векторам $(\vec{u}_2 - \vec{u}_1); -\vec{u}_1; 0$, з умов (3) отримаємо

$$\begin{aligned} i\vec{u}_1 \bar{H}(\bar{\omega}) &= -i \left[\frac{8\pi B}{3} H_1(\bar{\omega}) \right] = Q, \\ i(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \bar{H}(\bar{\omega}) &= i \left[-\frac{4\pi B}{3} H_1(\bar{\omega}) + 2\pi B H_2(\bar{\omega}) \right] = Q, \\ G(\bar{\omega}) + i\vec{\omega}_1 H_1(\bar{\omega}) + i\vec{\omega}_2 H_2(\bar{\omega}) &= Q. \end{aligned} \quad (5)$$

Звідси безпосередньо слідує, що у межах першої області мають місце рівняння

$$\begin{aligned} \bar{H}_1(\bar{\omega}) &= \frac{i3Q}{8\pi B}, \quad \bar{H}_2(\bar{\omega}) = \frac{iQ}{4\pi B}, \\ G(\bar{\omega}) &= Q \left[1 + \bar{\omega}_1 \frac{3}{8\pi B} - \bar{\omega}_2 \frac{1}{4\pi B} \right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Зведення формул спектрів для будь-якої з шести областей міститься у табл. 1.

Таблица 1

Спектри вагових функцій

Область перекриття (див. рис. 1)	Вектори, які викликають перекриття	$H(\bar{\omega})$	$G(\bar{\omega})$
1	$-\bar{u}_1$ $\bar{u}_2 - \bar{u}_1$	$H_1(\bar{\omega}) = \frac{i3Q}{8\pi B}$ $H_2(\bar{\omega}) = \frac{iQ}{4\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 + \frac{3}{8\pi B} \bar{\omega}_1 - \frac{1}{4\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$
2	$-\bar{u}_2$ $\bar{u}_2 - \bar{u}_1$	$H_1(\bar{\omega}) = 0$ $H_2(\bar{\omega}) = -\frac{iQ}{2\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 - \frac{1}{2\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$
3	\bar{u}_1 \bar{u}_2	$H_1(\bar{\omega}) = -\frac{i3Q}{8\pi B}$ $H_2(\bar{\omega}) = -\frac{iQ}{4\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 - \frac{3}{8\pi B} \bar{\omega}_1 - \frac{1}{4\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$
4	$-\bar{u}_1$ $\bar{u}_1 - \bar{u}_2$	$H_1(\bar{\omega}) = -\frac{i3Q}{8\pi B}$ $H_2(\bar{\omega}) = \frac{iQ}{4\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 - \frac{3}{8\pi B} \bar{\omega}_1 + \frac{1}{4\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$
5	$-\bar{u}_2$ $\bar{u}_1 - \bar{u}_2$	$H_1(\bar{\omega}) = 0$ $H_2(\bar{\omega}) = \frac{iQ}{2\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 + \frac{1}{2\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$
6	$-\bar{u}_1$ $-\bar{u}_2$	$H_1(\bar{\omega}) = \frac{i3Q}{8\pi B}$ $H_2(\bar{\omega}) = \frac{iQ}{4\pi B}$	$G(\bar{\omega}) = Q \left[1 + \frac{3}{8\pi B} \bar{\omega}_1 + \frac{1}{4\pi B} \bar{\omega}_2 \right]$

Вагові функції узгодження знаходяться зворотнім перетворенням Ж. Фур'є від відповідних до них спектрів. Практично для знаходження вагових функцій необхідно обрахувати дев'ять двомірних інтегралів по шести областям. Опускаючи громіздкі викладення, які супроводжують ці розрахунки, наведемо у кінцево-му вигляді оптимальні вагові функції узгодження

$$\begin{aligned} h_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{4,5}{(2\pi B)^3} \sin \frac{4\pi B}{3} x_1 \sin 2\pi B x_2 \sin \frac{2\pi B}{3} x_1, \\ h_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{3}{(2\pi B)^3} \sin \frac{2\pi B}{3} x_1 \sin 2\pi B x_2 \cos \frac{2\pi B}{3} x_1, \\ g(\bar{x}_1, \bar{x}_2) &= \frac{6}{(2\pi B)^2} \sin \frac{2\pi B}{3} x_1 \sin \pi B x_2 \cos \frac{2\pi B}{3} x_1 \times \\ &\times \left[2x_1 \sin \pi B x_2 \cos \frac{2\pi B}{3} x_1 - 2\pi x_1 x_2 \cos \frac{2\pi B}{3} x_1 \cos \pi B x_2 + \right. \\ &\left. + 3x_2 \cos \pi B x_2 \sin \frac{2\pi B}{3} x_1 \right]. \end{aligned} \tag{7}$$

Отже, знайдені вагові функції дозволяють легко та швидко розрахувати на ПЕОМ оптимальні оцінки поля похибок обсервацій $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, узгодженого з полями складових градієнту $f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ при квадратній основі спектру. Аналогічним шляхом можуть бути виведені залежності, які враховують конфігурації основні спектру.

Література

1. Інфімовський С.Ю. Моделювання процесів у просторових випадкових полях похибок обсервацій методом оптимальної фільтрації. // Інфімовський С.Ю. Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. – № 1/5 (43). – С. 55 – 57.
2. Інфімовський С.Ю. Оптимізація навігаційних реалізацій. // Інфімовський С.Ю. Матеріали VI науково-технічної конференції ВМС ЗС України "Живучість корабля та безпека на морі". Зб. наук. праць СВМІ ім. П.С. Нахімова. – Вип. 1 (16). – Севастополь. – 2009. – С. 34 – 38.
3. Инфимовский С.Ю. Обобщение корреляционного алгоритма оптимальной интерполяции. // Инфимовский С. Ю. Судостроение № 9 – 2008, С. 19 – 21.
4. Гандин Л.С. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. // Гандин Л.С., Каган В.Л. Л., Гидрометеиздат, 1976. 280 с.
5. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. / Пугачев В. С. М.: "ФМ", 1957. 659 с.
6. Резолюция А. 953 (23). Всемирная радионавигационная система./ Резолюции и другие решения. Ассамблея двадцать третья сессия (резолюции 948 – 995), – Лондон.: ИМО, 2004. – 410 с.
7. Яглом А.А. Введение в теорию стационарных случайных функций. / Яглом А.А. – Успехи мат. наук, 1952, 7, № 5, С. 3 – 168.
8. Petersen D.P. Reconstruction of multi-dimensional stochastic fields from discrete measurement of amplitude and gradient.// Petersen D.P., Middleton D.– Inform. And Contr., 1964, 7, p. 62 – 84.