2. Гидравлика и гидропневмоприводы: учебное пособие/ Андрийчук Н.Д, Вялых А.В., Коваленко А.А., Мальцев Я.И., Ремень В.И., Соколов В.И. Под общ. Ред. Коваленко А.А. – Луганск: ВНУ им. В. Даля, 2008. – 100 с - ВНУ им. В. Даля, 2008. – 320 с.
3. Лопастные насосы: Справочник / В.А. Зимицкий, А.В. Каплун, А.Н.Папир., А.В. Умов. Под общ. Ред. А.В. Умова. – Л: Машиностроение, 1986. – 334 с.
4. Экк. Б. Проектирование и эксплуатация центробежных и осевых насосов Б. Экк. / – М.: Государственное научно-техническое издательство по горному делу, 1959. – 556 с.
5. Патент України на корисну модель № 34474 «Система регулювання насоса»/ Рисухін Л.І., Кравченко О.П., Мальцев В.О. і др. Опубл. 11.08.2008, Бюл, № 15

УДК 519.6

НЕЧЕТКАЯ ЗАДАЧА РАЦИОНАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО РЕСУРСА

Рассмотрена задача распределения ограниченного однородного целочисленного ресурса для случая, когда параметры целевой функции задачи заданы нечетко. Предложена простая итерационная вычислительная процедура получения решения

О.В. Серая
Кандидат технических наук, доцент
Кафедра экономической кибернетики и маркетингового менеджмента
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»
Контактный тел.: (057) 707-66-28
e-mail: Seraya@kpi.kharkov.ua

1. Введение

При решении многочисленных практических задач в экономике, технике, военном деле и т.п. возникает специфическая задача оптимального распределения однородного ограниченного ресурса. Эта задача обычно формулируется как задача математического программирования с нелинейной, как правило, сепарабельной и вогнутой функцией и единственным линейным ограничением [1-3]. Для случая, когда распределяемый ресурс – целочисленная переменная, простое решение задачи достигается методом последовательного распределения [4]. Задача существенно усложняется, если параметры целевой функции заданы нечетко. Применение для решения возникающей при этом задачи общей технологии решения нечетких задач математического программирования [5, 6] крайне неэффективно. Это обстоятельство делает актуальной разработку специального, простого метода решения указанной задачи, максимально учитывающего ее специфику.

2. Постановка задачи

Введем набор функций $f_j\left(x_j;\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right)$, параметры которой – нечеткие величины с соответствующими функциями принадлежности $\mu_{ij}\left(\theta_{ij}\right)$, $i=1,2,...,m$, $j=1,2,...,n$. Функция $f_j\left(x_j;\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right)$ для каждого x_j порождает нечеткое множество, представляющее собой нечеткое описание результата выбора аргумента x_j и описываемое функцией принадлежности $\mu_{f_j}\left(x_j\right)$, $j=1,2,...,n$. Будем считать, что функция $f_j\left(x_j;\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right)$ вогнута, если для всех значений нечетких параметров $\theta_{ij}\in A_{s,ij}$ выполняется неравенство

$$f_j\left(\lambda x_j^{(1)}+(1-\lambda)x_j^{(2)};\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right)\succ\lambda f_j\left(x_j^{(1)};\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right)+$$

$$+(1-\lambda)f_j\left(x_j^{(2)};\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right),\ \lambda\in[0,1], \tag{1}$$

где

$A_{s,ij}$ - носитель нечеткого числа θ_{ij}, $i=1,2,...,m$, $j=1,2,...,n$, $\succ$ - символ нечеткого отношения предпочтения одних нечетких чисел перед другими [5].

Введем теперь нечеткую функцию

$$\Phi(X,\Theta)=\sum_{j=1}^{n} f_j\left(x_j;\theta_{1j},\theta_{2j},...,\theta_{mj}\right), \quad (2)$$

$$X=(x_1,x_2,...,x_n),\ \Theta=\left(\theta_{11},\theta_{21},...,\theta_{m1,}\theta_{12},\theta_{22},...,\theta_{mn,}\right),$$

порождающую для каждого набора X нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_\Phi(X)$. Допустимое множество наборов X зададим ограничениями

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = a, \quad (3)$$

$$x_j \ge 0,\ j=1,2,...,n. \quad (4)$$

Введем следующее определение.

Допустимый набор $X^{(0)}$ будем называть оптимальным, если порождаемое им нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_\Phi(X)$ предпочтительнее всех других нечетких множеств, порождаемых другими наборами X, удовлетворяющими (3), (4).

Это означает, что нечеткое число $\Phi\left(X^{(0)}\right)=\sum_{j=1}^{n} f_j(x_j^{(0)};\theta_j)$ имеет предпочтение перед всеми другими нечеткими числами $\Phi(X,\Theta)$, порожденными другими допустимыми наборами X.

Поставим задачу отыскания оптимального набора X среди допустимых наборов с дополнительным ограничением на целочисленность переменных.

3. Основные результаты

Поставленная задача может быть решена с использованием простого алгоритма, основой которого является следующая

Теорема

Пусть $X^{(a)}=\left\{x_j^{(a)}\right\}$ - оптимальный набор переменных, удовлетворяющих

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^{(a)} = a,\ x_j^{(a)} \ge 0,\ j=1,2,...,n. \quad (5)$$

Тогда компоненты оптимального набора $X^{(b)}=\left\{x_j^{(b)}\right\}$, удовлетворяющие ограничениям

$$\sum_{j=1}^{n} x_j^{(b)} = b > a,\ x_j^{(b)} \ge 0,\ j=1,2,...,n, \quad (6)$$

обладают следующим свойством

$$x_j^{(b)} \ge x_j^{(a)},\ j=1,2,...,n. \quad (7)$$

Доказательство. Предположим противное, то есть пусть в наборе $X^{(b)}=\left\{x_j^{(b)}\right\}$ найдется компонента, например, с номером j_0, для которой вместо неравенства (7) выполняется противоположное неравенство

$$x_{j_0}^{(b)} < x_{j_0}^{(a)},\ j=1,2,...,n.$$

Пусть

$$x_{j_0}^{(a)} - x_{j_0}^{(b)} = d. \quad (8)$$

Введем набор $\{v_j\}$,

$$v_j = \lambda x_j^{(a)} + (1-\lambda)x_j^{(b)},\ j=1,2,...,j_0-1,j_0+1,...,n, \quad (9)$$

выбрав λ так, чтобы

$$\sum_{j\ne j_0} v_j - \sum_{j\ne j_0} x_j^{(a)} = d. \quad (10)$$

Требуемое λ легко определить. Используя (9) и (10), имеем

$$\sum_{j\ne j_0} v_j - \sum_{j\ne j_0} x_j^{(a)} = \sum_{j\ne j_0}\left(v_j - x_j^{(a)}\right) = \sum_{j\ne j_0}\left[\lambda x_j^{(a)} + (1-\lambda)x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right] =$$

$$= (1-\lambda)\sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right) = d,$$

отсюда

$$\lambda = 1 - \frac{d}{\sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right)}. \quad (11)$$

Введем, кроме того, другой набор $\{u_j\}$,

$$u_j = (1-\lambda)x_j^{(a)} + \lambda x_j^{(b)},\ j=1,2,...,j_0-1,j_0+1,...,n. \quad (12)$$

Легко видеть, что при том же выборе λ имеем

$$\sum_{j\ne j_0} x_j^{(b)} - \sum_{j\ne j_0} u_j = d. \quad (13)$$

Справедливость (13) следует из цепочки равенств

$$\sum_{j\ne j_0} x_j^{(b)} - \sum_{j\ne j_0} u_j = \sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - u_j\right) = \sum_{j\ne j_0}\left[x_j^{(b)} - \left((1-\lambda)x_j^{(a)} + \lambda x_j^{(b)}\right)\right] =$$

$$= \sum_{j\ne j_0}\left[(1-\lambda)x_j^{(b)} - (1-\lambda)x_j^{(a)}\right] = (1-\lambda)\sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right) =$$

$$= \frac{d}{\sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right)}\sum_{j\ne j_0}\left(x_j^{(b)} - x_j^{(a)}\right) = d.$$

Объединяя (8) и (10), получим

$$\sum_{j\ne j_0} v_j - \sum_{j\ne j_0} x_j^{(a)} = x_{j_0}^{(a)} - x_{j_0}^{(b)},$$

откуда

$$\sum_{j\ne j_0} v_j + x_{j_0}^{(b)} = \sum_{j\ne j_0} x_{j_0}^{(a)} + x_{j_0}^{(a)} = a. \quad (14)$$

Объединяя теперь (8) и (13), получим

$$\sum_{j\ne j_0} x_j^{(b)} - \sum_{j\ne j_0} u_j = x_{j_0}^{(a)} - x_{j_0}^{(b)},$$

откуда

$$\sum_{j\ne j_0} u_j + x_{j_0}^{(a)} = \sum_{j\ne j_0} x_{j_0}^{(b)} + x_{j_0}^{(b)} = b. \quad (15)$$

Из соотношений (14) и (15) следует, что набор $\left\{v_1,v_2,...,v_{j_0-1},x_{j_0}^{(b)},v_{j_0+1},...,v_n\right\}$ является допустимым для ограничений (3), (4), а набор $\left\{u_1,u_2,...,u_{j_0-1},x_{j_0}^{(a)},u_{j_0+1},...,u_n\right\}$ - допустимый для тех же ограничений, если правая часть в (3) равна b.

Поскольку набор $X^{(a)}=\left\{x_j^{(a)}\right\}$ оптимален для ограничений (5), то нечеткое число $\Phi\left(X^{(a)}\right)$ имеет предпочтение перед нечетким числом

$\Phi(V,\Theta)=\Phi\left(v_1,v_2,...,v_{j_0-1},x_{j_0}^{(b)},v_{j_0+1},...,v_n,\theta\right)$,

порождаемым допустимым, как это следует из (14), набором $\left\{v_1,v_2,...,v_{j_0-1},x_{j_0}^{(b)},v_{j_0+1},...,v_n\right\}$.

Аналогично из оптимальности набора $X^{(b)}=\left\{x_j^{(b)}\right\}$ для ограничений (6) следует, что нечеткое число $\Phi\left(X^{(b)}\right)$

имеет предпочтение перед нечетким числом

$\Phi(U,\Theta)=\Phi\left(u_1,u_2,...,u_{j_0-1},x_{j_0}^{(a)},u_{j_0+1},...,u_n,\theta\right)$, порождаемым допустимым, как это следует из (15), набором $\left\{u_1,u_2,...,u_{j_0-1},x_{j_0}^{(a)},u_{j_0+1},...,u_n\right\}$.

Легко показать, что если нечеткое число z_1 имеет предпочтение перед нечетким числом w_1, а нечеткое число z_2 имеет предпочтение перед нечетким числом w_2, то нечеткое число z_1+z_2 имеет предпочтение перед нечетким число w_1+w_2. Отсюда следует

Утверждение. Нечеткое число

$$\Phi\left(X^{(b)}\right)+\Phi\left(X^{(b)}\right)$$

имеет предпочтение перед нечетким числом

$$\Phi\left(v_1,v_2,...,v_{j_0-1},x_{j_0}^{(b)},v_{j_0+1},...,v_n,\theta\right)+\Phi\left(u_1,u_2,...,u_{j_0-1},x_{j_0}^{(a)},u_{j_0+1},...,u_n,\theta\right)$$

Так как

$$\Phi\left(X^{(a)}\right)=\sum_{j\neq j_0}f_j\left(x_j^{(a)}\right)+f_{j_0}\left(x_j^{(a)}\right),$$

$$\Phi\left(X^{(b)}\right)=\sum_{j\neq j_0}f_j\left(x_j^{(b)}\right)+f_{j_0}\left(x_j^{(b)}\right),$$

$$\Phi(V)=\sum_{j\neq j_0}f_j\left(v_j\right)+f_{j_0}\left(x_j^{(b)}\right),$$

$$\Phi(U)=\sum_{j\neq j_0}f_j\left(u_j\right)+f_{j_0}\left(x_j^{(a)}\right),$$

то, используя утверждение, получим, что нечеткое число

$$\sum_{j\neq j_0}\left(f_j\left(x_j^{(a)}\right)+f_j\left(x_j^{(b)}\right)\right)$$

имеет предпочтение перед нечетким числом

$$\sum_{j\neq j_0}\left(f_j\left(v_j\right)+f_j\left(u_j\right)\right).$$

С другой стороны, в силу выпуклости вверх функций $f_j\left(x_j\right)$, $j=1,2,...,n$, с учетом (9) и (12), получим, что нечеткое число $f_j\left(v_j\right)$ имеет предпочтение перед нечетким числом $\lambda f_j\left(x_j^{(a)}+(1-\lambda)x_j^{(b)}\right)$, а нечеткое число $f_j\left(u_j\right)$ имеет предпочтение перед нечетким числом $(1-\lambda)f_j\left(x_j^{(a)}+\lambda x_j^{(b)}\right)$, $j\neq j_0$.

Отсюда, вновь используя утверждение, делаем вывод, что нечеткое число $f_j\left(v_j\right)+f_j\left(u_j\right)$ имеет предпочтение перед нечетким числом

$\lambda x_j^{(a)}+(1-\lambda)x_j^{(b)}+(1-\lambda)x_j^{(a)}+\lambda x_j^{(b)}=f_j\left(x_j^{(a)}\right)+f_j\left(x_j^{(b)}\right)$,

откуда получим, что нечеткое число

$$\sum_{j\neq j_0}\left(f_j\left(v_j\right)+f_j\left(u_j\right)\right)$$

имеет предпочтение перед нечетким числом

$$\sum_{j\neq j_0}\left(f_j\left(x_j^{(a)}\right)+f_j\left(x_j^{(b)}\right)\right),$$

что противоречит предыдущему.

Таким образом, предположение о несправедливости теоремы привело к противоречию. Теорема доказана.

Из теоремы вытекает

Следствие. Если x_j - целые, $j=1,2,...,n$, и $b=a+1$, то

$$x_j^{(b)}=\begin{cases}x_j^{(a)}, & j\neq j_0,\\ x_j^{(a)}+1, & j=j_0,\end{cases} \qquad (16)$$

где j_0 определяется номером той компоненты в наборе $\left\{x_j^{(a)}\right\}$, для которой нечеткое число

$$\Delta f_{j_0}\left(x_{j_0}^{(a)}\right)=\Phi\left(x_1^{(a)},x_2^{(a)},...,x_{j_0-1}^{(a)},x_{j_0+1}^{(a)}+1,x_{j_0+1}^{(a)},x_{j_0-1}^{(a)},...,x_n^{(a)}\right)-$$

$$-\Phi\left(x_1^{(a)},x_2^{(a)},...,x_{j_0}^{(a)},...,x_n^{(a)}\right)=f_{j_0}\left(x_{j_0}^{(a)}+1\right)-f_{j_0}\left(x_{j_0}^{(a)}\right), \qquad (17)$$

определяющее приращение функции $f_{j_0}\left(x_{j_0}^{(a)}\right)$, имеет предпочтение перед всеми другими приращениями.

С использованием следствия задача отыскания набора $X^{(c)}=\left\{x_1^{(c)},x_2^{(c)},...,x_n^{(c)}\right\}$, оптимизирующего целевую функцию

$$\Phi(X,\Theta)=\sum_{j=1}^{n}f_j\left(x_j,\theta\right), \qquad (18)$$

параметры которой заданы нечетко, и удовлетворяющего ограничениям

$$\sum_{j=1}^{n}x_j^{(c)}=c,\quad x_j\geq 0\text{, целые, } j=1,2,...,n, \qquad (19)$$

решается путем реализации итерационной процедуры.

Решение начинается с нулевого набора $X^{(0)}=\{0,0,...,0\}$. На каждой итерации осуществляется однокомпонентное изменение вектора решения. Понятно, что нулевой набор $X^{(0)}=\{0,0,...,0\}$ - оптимален для ограничений

$$\sum_{j=1}^{n}x_j^{(0)}=0,\quad x_j\geq 0\text{, целые, } j=1,2,...,n.$$

Тогда на основании следствия с учетом (16)

$$x_j^{(1)}=\begin{cases}0, & j\neq j_0,\\ 1, & j=j_0,\end{cases}$$

где j_0 определяется номером той компоненты в наборе $X^{(0)}$, для которой приращение $\Delta f_{j_0}(0)$ имеет предпочтение перед всеми другими приращениями. На очередной итерации процедура повторяется. Однокомпонентные изменения вектора решения продолжаются до тех пор, пока не будет выполнено ограничение (19).

3. Выводы

Таким образом, предложена вычислительная процедура решения целочисленной задачи рационального распределения ограниченного ресурса в ситуации, когда параметры целевой функции заданы нечетко. Для решения задачи предложено обобщение метода последовательного распределения, используемого для решения подобной задачи в четкой постановке. Предложенная процедура является итерационной, на каждом шаге которой осуществляется однокомпонентное улучшение вектора решения.

Литература

1. Гурин Л.С. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. / Л.С. Гурин, Я.С. Дымарский, А.Д. Меркулов – М.: Сов. Радио, 1968.
2. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование: Пер.с англ. / Дж. Хедли. – М.: МИР, 1967.
3. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы: Пер. с франц. / Ж. Сеа. – М.: МИР, 1973.
4. Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления. / Л.Г. Раскин. – М.: Сов. Радио, 1976. – 344с.
5. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. / С.А. Орловский. – М.: Наука, 1984. – 206с.
6. Negoita C.V. On fuzzy mathematical programming and tolerances in planning. / C.V. Negoita, M. Sularia. – ECEESR, 1, 1976, p. 3-14.

УДК 656.212.5

УДОСКОНАЛЕННЯ УПРАВЛІННЯ ПОТОКАМИ У ТРАНСПОРТНОМУ ВУЗЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ АПАРАТУ НЕЧІТКИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

В статті розглянуто питання використання апарату нечітких нейронних мереж для управління потоками у транспортному вузлі

П.В. Долгополов
Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел.: 730-10-88

В.В. Петрушов
Кандидат технічних наук, асистент*
Контактний тел.: 730-10-88
*Кафедра «Управління експлуатаційною роботою»
Українська державна академія залізничного транспорту

Вступ

Транспортний вузол представляє собою складний комплекс технічно та технологічно пов'язаних між собою елементів. Всі ці елементи характеризуються власними транспортними потоками, які у сукупності представляють собою загальну роботу вузла. Окрім цього, вони виконують певну роботу, яка впливає на стан вузлових потоків. Тому дуже важливо забезпечити безперервний технологічний зв'язок між всіма елементами, що входять до складу транспортного вузла. Найбільш важливе місце у транспортному вузлі займає залізничний вузол.

Актуальність проблеми

Розвиток ринкових відносин та змінення принципів функціонування основних галузей промисловості