

УДК 621.365.22:536.24

*Отримано математичне рішення розподілу концентрації відновлених атомів покриття по глибині пористого матеріалу*  
**Ключеві слова:** масоперенесення, дифузія, математична модель, розподіл концентрації, покриття

---

*Получено математическое решение о распределении концентрации восстановленных атомов покрытия по глубине пористого материал*  
**Ключевые слова:** массоперенос, диффузия, математическая модель, распределение концентрации, покрытие

---

*The mathematical decision of distributing recovered atoms coatings on the depth of porous materials it is got*  
**Key words:** mass transformation, diffusion, mathematical model, distributing of concentration, coatings

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА МАССОПЕРЕНОСА ВОССТАНОВЛЕННЫХ АТОМОВ В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ

**С. А. Воденников**

Доктор технических наук, доцент, профессор, декан металлургического факультета, заведующий кафедрой\*  
 Контактный тел.: (061) 223-82-03  
 E-mail: mf@zgia.zp.ua

**В. А. Скачков**

Кандидат технических наук, доцент\*  
 Контактный тел.: (061) 223-83-10  
 \*Кафедра МЧМ  
 Запорожская государственная инженерная академия  
 пр. Ленина, 226, г. Запорожье, Украина, 69006

## 1. Введение

За последние годы возрастает число работ, посвященных исследованию структуры и свойств пористых материалов в процессе их упрочнения. Однако в них недостаточно внимание уделено математическому описанию процессов упрочнения и прогнозированию прочностных характеристик поверхностных слоев этих материалов [1].

## 2. Постановка задачи

Ранее проведенные исследования позволили описать процесс массопереноса только в объеме электролита, поэтому важно математически показать дальнейшее распределение концентрации восстановленных атомов по глубине материала-подложки, что позволит прогнозировать как структурные изменения поверхностного слоя так и качественные характеристики материала в целом [2].

## 3. Результаты исследований

На поверхности электродов, изготовленных из пористых прессованных материалов происходит образование атомов сорта *i* со скоростью:

$$V_i^0 = \frac{\partial C_i}{\partial \tau} = \beta_i \cdot C_i^{оп}, \tag{1}$$

где:  $\beta_i$  - константа скорости разряда ионов сорта *i*;  $C_i^{оп}$  - концентрация атомов сорта *i* на поверхности электрода.

Уравнение диффузионного массопереноса для плоского электрода может быть записано в виде:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = D_i \cdot \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}, \tag{2}$$

где:  $D_i$  - коэффициент диффузии атомов сорта *i* в материале электродов.

Решение уравнения (2) находится методом разделения переменных в виде:

$$C_i = Z \cdot T, \tag{3}$$

где:  $Z = Z(x)$ ,  $T = T(\tau)$ .

Подставляя (3) в (2) получим:

$$Z \frac{dT}{d\tau} = DT \frac{d^2Z}{dx^2}, \quad (4)$$

В (4) разделяя переменные получим:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{dT}{d\tau} = \frac{D}{Z} \cdot \frac{d^2Z}{dx^2} = \lambda^2, \quad (5)$$

где:  $\lambda^2$  – константа разделения.

Из (5) следует два уравнения:

$$\frac{dT}{T} = \lambda^2 \cdot d\tau; \quad (6)$$

$$\frac{d^2Z}{dx^2} - \frac{\lambda^2}{D} Z = 0. \quad (7)$$

Решение (6) запишем в виде:

$$T(\tau) = e^{\lambda^2 \tau} + C_3, \quad (8)$$

где:  $C_3$  – неизвестная константа.

Решение (7) запишем в виде:

$$Z(x) = C_1 e^{Kx} + C_2 e^{-Kx}, \quad (9)$$

где:  $K = \sqrt{\lambda^2/D}$ ;  $C_1, C_2$  – неизвестные константы.

Решение (3) с учетом (8) и (9) запишется в виде:

$$C_i(x, \tau) = (C_1 e^{Kx} + C_2 e^{-Kx}) \cdot (e^{\lambda^2 \tau} + C_3). \quad (10)$$

В решении (10) имеется четыре неизвестные величины, которые находятся из краевых условий:

- начальные условия  $C_i(x, \tau = 0) = 0$ ; (11)

- граничные условия  $C_i(x = 0, \tau) = V_i \tau$ ; (12)

$$\left. \frac{\partial C_i}{\partial x} \right|_{x=0} = \beta(C_i^0 - V_i \tau); \quad (13)$$

$$C_i \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0. \quad (14)$$

Из условия (14) следует:

$$C_1 = 0. \quad (15)$$

Из условия (11) следует: (16)  
 $C_3 = -1.$

Из условия (12) следует: (17)  
 $C_2 = V_i \tau / (e^{\lambda^2 \tau} - 1).$

Условие (13) запишется в виде: (18)  
 $\frac{\partial C_i}{\partial x} = -C_2 K (e^{\lambda^2 \tau} - 1) = \beta(C_i^0 - V_i \tau).$

Подставляя в (18) решение (17) получим: (19)  
 $K = -\frac{(C_i^0 - V_i \tau)}{V_i \tau}.$

Общее решение (10) с учетом (17) и (18) запишется в виде:

$$C_i(x, \tau) = V_i \cdot \tau \cdot e^{-\frac{(C_i^0 - V_i \tau)x}{V_i \tau}}. \quad (20)$$

Аналитические (согласно уравнения 20) и экспериментальные зависимости распределения концентраций алюминия по глубине титановой подложки и кремния по глубине графитированного материала, представлены на рисунке 1 [3]. При постоянной плотности тока, когда скорости подвода, разрядки и диффузии соизмеримы, алюминий равномерно диффундирует в подложку. Его распределение снижается в 6 раз при диффузии на глубину более 1000 мкм. Анализ распределения концентрации кремния по глубине графитовой подложки показало, что кремний внедряется в основу графита не более, чем на 500 мкм, при этом его концентрация понизилась с 48% до 5...8%. Незначительное распределение кремния, прежде всего, связано с несоизмеримостью скоростей подвода, разрядки и диффузии. Сравнительный анализ расчетных (рис. 1 кривые 2,4) и экспериментальных зависимостей (рис. 1 кривые 1,3) показал, что разработанная математическая модель с высокой степенью достоверности (среднее отклонение составило не более 8%) описывают процессы диффузионного внедрения покрытий как в металлический, так и в графитированный пористые материалы.

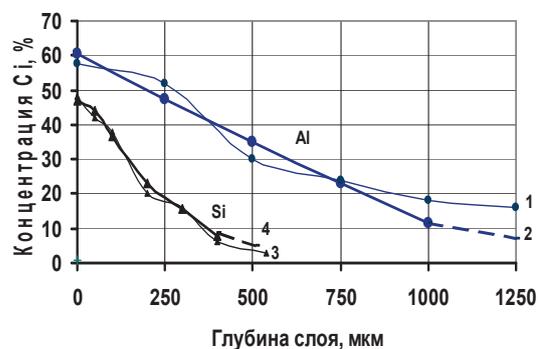


Рис. 1. Изменение концентраций алюминия по глубине титановой подложки и кремния по глубине графитированного материала: 1,3 - экспериментальные кривые; 2,4 -аналитические кривые

#### 4. Выводы

Таким образом, впервые разработана математическая модель изменения концентрации восстановленных атомов по глубине поверхностного слоя пористого материала в зависимости от физико-химических, структурных свойств предложенных расплавов электролитов и технологических параметров электроосаждения композиционных покрытий с заданными функциональными свойствами. Получена математическая модель является универсальной при определенных количественных характеристиках структурообразования композиционных покрытий на различных по назначению изделий из пористых материалов.

#### Литература

1. Манегин Ю.В. Металлические порошковые материалы, их обработка и свойства / Ю.В. Манегин // ЦНИИ черной металлургии им. И.П. Бардина : сб. науч. тр. – М. : Металлургия, 1985. – 72 с.

2. Массоперенос при электролизе ионных расплавов / С.А. Воденников, В.А. Скачков, В.И. Иванов [и др.] // Теория и практика металлургии. – 2007. – № 2–3 (57–58). – С. 135–138.
3. К вопросу математического описания массопереноса металла покрытия при электролизе ионных расплавов / С.А. Воденников, В.А. Скачков, О.С. Воденникова [и др.] // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. - 2007. - № 1. - С. 106-109.

УДК 621.365.22:536.24

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МАССОПЕРЕНОСА ИОНОВ ЭЛЕКТРОЛИТА В ОБЪЕМЕ ЭЛЕКТРОЛИЗНОЙ ВАННЫ

**С.А. Воденников**

Доктор технических наук, доцент, профессор, декан  
металлургического факультета, заведующий кафедрой\*  
Контактный тел.: (061) 223-82-03  
E-mail: mf@zgia.zp.ua

**В.А. Скачков**

Кандидат технических наук, доцент\*  
Контактный тел.: (061) 223-83-10  
\*Кафедра МЧМ

Запорожская государственная инженерная академия  
пр. Ленина, 226, г. Запорожье, Украина, 69006

*Запропоновано математичну модель процесу масоперенесення іонів електроліту у об'ємі для прогнозованого забезпечення функціональних властивостей пористих матеріалів*

*Ключеві слова: іонні розплави, масоперенесення, математична модель, концентрація*

*Предложена математическая модель процесса массопереноса ионов электролита в объеме для прогнозированного обеспечения функциональных свойств пористых материалов*

*Ключевые слова: ионные расплавы, массоперенос, математическая модель, концентрация*

*Mathematical model of transferring process of ions in the electrolyte volume for the forecast providing functional properties of porous materials*

*Key words: ionic fusions, mass transformation, mathematical model, concentration*

## 1. Введение

Широкая применимость ионных расплавов обусловлена тем, что они обладают высокой теплоэлектропроводностью, а электрохимические превращения протекают с большими скоростями. Раскрытие механизмов прохождения ионов в объеме электролита позволит более точно прогнозировать как развитие диффузионных процессов, так и качественные характеристики металлопокрытия [1].

## 2. Постановка задачи

Основной задачей данной работы является разработка совершенно новой математической модели про-

цесса массопереноса ионов электролита под воздействием различных физико-химических характеристик процесса электролитического осаждения покрытий.

## 3. Результаты исследований

Ранее массоперенос электролитических активных частиц в объеме ионного расплава может быть описан уравнением [2,3]:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = D_i \cdot \nabla^2 C_i + \frac{z_i \cdot F \cdot D_i}{R \cdot T} \cdot \nabla(C_i \cdot \Delta \varphi) - \vec{\vartheta} \cdot \nabla C_i, \quad (1)$$

где:  $C_i$  - концентрация частиц сорта  $i$ ;  $D_i$  - коэффициент диффузии частиц сорта  $i$ ;  $\Delta \varphi$  - градиент потенциала;  $\vec{\vartheta}$  - скорость движения гидродинамического