

9. И. А. Викторов. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. / И. А. Викторов.- Москва: Наука.- 1966.- 168 с.
10. Ch Zhang. On Wave Propagation in Elastic Solids with Cracks (Advances in Fracture Mechanics) / Ch. Zhang, D. Gross.- Southampton: Computational Mechanics, 1997.- 272 p. - ISBN: 978-1853125355.

В роботі дістала подальшого розвитку модель задачі оптимізації змісту проекту за строками і вартістю його виконання при наявності обмежень на якість продукту після виконання певних етапів проекту, також створено метод розв'язання цієї задачі з використанням узагальненого алгоритмічного критерію

Ключові слова: проект, утримання, двохкритеріальна оптимізація, час, вартість, якість

В работе получила дальнейшее развитие модель задачи оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений на качество продукта после выполнения определенных этапов проекта, а также создан метод решения этой задачи с использованием обобщенного алгоритмического критерия

Ключевые слова: проект, содержание, двухкритериальная оптимизация, время, стоимость, качество

The paper describes further development of the model of a project content optimization problem where fulfillment of project deadline and costs of its implementation is required. The model includes constraints on quality of a product after completion of certain stages of the project. The paper also describes the method that was created to solve this problem using a generalized algorithmic criterion

Key words: project, content, two-criterion optimization, time, cost, quality

УДК 658.012.23

ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СОДЕРЖАНИЯ ПРОЕКТА ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА КАЧЕСТВО ПРОДУКТА

И. В. Кононенко

Доктор технических наук, профессор, заведующий
кафедрой
Контактный тел.: 707-67-35

И. В. Протасов*

*Кафедра стратегического управления
Национальный технический университет «Харьковский
политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

Традиционно формирование содержания проекта осуществляется на эвристическом уровне. Часто работы или комплексы работ включаются в состав проекта без глубокого анализа их влияния на другие работы. Количество рассматриваемых альтернатив при этом, как правило, невелико. Данная ситуация объясняется большой трудоемкостью анализа альтернативных вариантов работ или их комплексов в многоэтапных проектах. В работе [1] предложены модель и метод оптимизации содержания проекта с точки зрения времени его выполнения. В работе [2] рассматриваются модель и метод оптимизации содержания проекта по критерию затраты на его осуществление при наличии

ограничений на сроки. В работе [3] впервые предложена многокритериальная модель задачи оптимизации содержания проекта по критериям время и стоимость при наличии альтернативных вариантов выполнения работ или их комплексов, заданных в виде сетевых моделей. Для решения многокритериальной задачи предложено использовать минимаксный подход. Однако, часто лица, принимающие решения, предпочитают формировать содержание проекта, задавая веса целевым функциям. При этом в качестве ограничительных необходимо учитывать требования к показателям качества продукта после выполнения определенных этапов проекта.

В результате возникает задача оптимизации с обобщенным алгоритмическим критерием и с ограничениями.

Целью работы является дальнейшее развитие модели задачи оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений на качество продукта после выполнения определенных этапов проекта, а также создание метода решения этой задачи с использованием обобщенного критерия.

Предложена математическая модель задачи, которая содержит две подлежащие минимизации целевые функции, одна из которых представляет собой длительность критического пути в сетевой модели, описывающей проект, а другая – стоимость выполнения проекта.

В модели предполагается, что после завершения отдельных этапов выполнения проекта не должно быть финансовых задолженностей. Также ограничениями модели являются максимальное время выполнения проекта и качество продуктов на отдельных этапах проекта. При этом предполагается, что на каждом этапе проекта может осуществляться не более одного из альтернативных вариантов выполнения работ. Модель является дальнейшим развитием модели, предложенной в работе [3], путем учета более общих ограничений на качество продукта в результате выполнения этапов проекта. Модель задачи имеет вид:

$$T_{\text{проекта}} = \varphi(x_{hj}) \rightarrow \min_{x_{hj}}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, N}; \tag{1}$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} = F \rightarrow \min_{x_{hj}}, \tag{2}$$

$$S_h = S_{h-1} + K_h - \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj};$$

$$S_h \geq 0, \quad h = \overline{1, N}; \tag{3}$$

$$T_{\text{проекта}} \leq T_{\text{задан}}, \quad T_{\text{проекта}} = \varphi(x_{hj}), \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, N}; \tag{4}$$

$$\Psi_r(x_{hj}) \geq Q_{hr}^{\text{задан}}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, N}, \quad r = \overline{1, R_h}; \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{M_h} x_{hj} = 1, \quad h = \overline{1, N}; \tag{6}$$

$$x_{hj} \in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, M_h}, \quad h = \overline{1, N}; \tag{7}$$

где $T_{\text{проекта}}$ – длительность выполнения всех операций проекта;

w_{hj} – стоимость выполнения операций j -го варианта сетевой модели на h -м этапе (может складываться из стоимостей нескольких операций);

M_h – количество вариантов выполнения операций на этапе h , $h = \overline{1, N}$;

h – номер этапа выполнения операций;

N – количество этапов в проекте;

x_{hj} – булева переменная, равная единице, если осуществляется j -й вариант выполнения операций на h -м этапе, и равная нулю в противном случае;

Значение целевой функции (1) $T_{\text{проекта}} = \varphi(x_{hj})$ представляет собой время выполнения проекта, которое рассчитывается с помощью метода критического пути или иного метода в сетевой модели $G = \{A, Z, \tau, W\}$, где

G – сетевая модель операций проекта;

A – множество узлов сети,

$$A = \{ a_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где a_{hij} – i -я операция, осуществляемая на h -м этапе в j -м варианте (альтернативе) сетевой модели;

n_j – количество операций в j -м варианте сетевой модели;

Z – множество направленных дуг,

$$Z = \{ z_{hi^i, pm^f} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad m = \overline{1, n_f}, \quad h, p = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

$$f = \overline{1, M_p},$$

где z_{hi^i, pm^f} – дуга, которая выходит из узла i на этапе h альтернативного варианта j и входит в узел m на этапе p альтернативного варианта f ; $i \neq m$ при $p = h$; $p \geq h$;

τ – множество сроков выполнения операций в узлах,

$$\tau = \{ \tau_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M_h};$$

где τ_{hij} – срок выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций;

W – множество стоимостей выполнения операций сети,

$$W = \{ w_{hij} \}, \quad i = \overline{1, n_j}, \quad h = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M_h},$$

где w_{hij} – стоимость выполнения i -й операции на h -м этапе для j -го варианта выполнения операций;

Значение целевой функции (2) $\sum_{h=1}^H \sum_{j=1}^{M_h} w_{hj} x_{hj} = F$ представляет собой затраты на осуществление проекта;

S_h – остаток денежных средств после выполнения работ на h -м этапе;

K_h – объем денежных средств, выделяемых на h -м этапе;

$\Psi_r(x_{hj})$ – функция, определяющая значение r -го показателя качества продукта в результате выполнения h -го этапа для j -го варианта выполнения операций;

$Q_{hr}^{\text{задан}}$ – заданное граничное значение r -го показателя качества продукта в результате выполнения этапа h ;

R_h – количество показателей качества продукта в результате выполнения этапа h .

Ограничение (3) предполагает, что при осуществлении проекта не должно быть финансовых задолженностей после завершения каждого этапа.

Ограничение (4) означает, что время выполнения проекта должно быть не больше значения $T_{\text{задан}}$, которое заранее указано заказчиком.

Выражение (5) определяет ограничение, согласно которому качество продукта в результате выполнения h -го этапа должно удовлетворять заданным граничным показателям качества $Q_{hr}^{\text{задан}}$.

Для каждого h -го этапа выполнения работ по проекту или их комплексов, $h = \overline{1, N}$ задаются требования по значению r -го показателя качества продукта этапа, где $r = \overline{1, R_h}$, продукта проекта. Значение показателя качества r для j -го альтернативного варианта выполнения работ по проекту или их комплексов на этапе h определяется с помощью функции $\Psi_r(x_{hj})$ или задается в виде элемента матрицы исходных данных.

Выражение (6) характеризует ограничение, согласно которому на каждом этапе h можно осуществить не более одного варианта выполнения работ.

В модели (1) – (7) могут быть и иные ограничения, например на расходование некоторых ресурсов, в том числе кадров, оборудования, сырья, материалов, комплектующих, на последовательность осуществления вариантов выполнения работ.

Предложенная модель является двухкритериальной, динамической, с булевыми переменными, с алгоритмической и аналитической целевыми функциями, с алгоритмическим и аналитическими ограничениями.

Для решения задачи (1) – (7) предложен метод многокритериальной оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений и заданных альтернативных вариантах выполнения работ или их комплексов, представленных в виде сетевых моделей, основанный на применении обобщенного критерия в сочетании с методом неявного перебора. Метод предназначен для решения задач оптимизации содержания проекта по критериям время и стоимость в условиях, когда любая работа последующего этапа в проекте не может быть начата, пока не будут закончены все работы предыдущего этапа. При этом альтернативные варианты могут относиться как к одному этапу выполнения работ, так и к нескольким этапам.

Опишем в виде последовательных стадий подготовку информации для разработанного метода, которая развивает подготовку информации для методов, описанных в работах [1-3].

1. Представить в виде сетевых моделей альтернативные варианты выполнения работ по проекту, установить их взаимосвязи друг с другом. Определить время и стоимость выполнения работ каждой из альтернатив.

2. Провести анализ, цель которого заключается в выявлении альтернатив, которые охватывают несколько этапов. Если некоторая альтернатива охватывает более одного этапа, то эти этапы объединить в один.

3. Вычислить нижние границы длительности выполнения операций на каждом h -м этапе, $h = \overline{1, N}$.

Вычисление значений нижней границы предполагает выполнение ряда следующих действий:

3.1. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ ввести логические вершины начала $S(\text{start})$ и окончания $T(\text{target})$.

3.2. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ рассчитать по методу критического пути сроки выполнения всех операций каждой из альтернатив t_{hj} .

3.3. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ рассмотреть времена выполнения работ каждой из альтернатив и выбрать среди них минимальное t_{\min_h} .

Множество выбранных минимальных сроков будет составлять: $T_{\min} = \{ t_{\min_h} \}_{h=1}^H$.

4. Вычислить оптимальное значение длительности выполнения операций F_1 на N этапах с помощью метода оптимизации сроков проекта, предложенного в работе [1].

5. Вычислить нижние границы стоимости выполнения операций на каждом h -м этапе, $h = \overline{1, N}$.

Вычисление значений нижней границы предполагает выполнение ряда следующих действий:

5.1. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ ввести логические вершины начала $S(\text{start})$ и окончания $T(\text{target})$.

5.2. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ рассчитать стоимости выполнения всех операций каждой из альтернатив w_{hj} .

5.3. Для каждого из этапов $h = \overline{1, N}$ рассмотреть стоимости выполнения операций каждой из альтернатив и выбрать среди них минимальную w_{\min_h} .

Множество выбранных минимальных стоимостей будет составлять: $W_{\min} = \{ w_{\min_h} \}_{h=1}^H$.

6. Вычислить оптимальное значение стоимости выполнения операций F_2 на N этапах с помощью метода оптимизации стоимости проекта, предложенного в работе [2].

Входные данные, необходимые для осуществления метода:

G – сетевая модель проекта;

N – количество этапов;

$\{ K_h \}_{h=1}^H$ – множество объемов денежных средств, выделяемых для выполнения проекта на каждом этапе;

$\{ M_h \}_{h=1}^H$ – множество, элементами которого являются количества возможных альтернативных вариантов на каждом этапе;

t_{hj} – время выполнения операций j -го варианта сетевой модели на h -м этапе (рассчитывается предварительно по сетевой модели и представляется в виде элементов таблицы);

w_{hj} – стоимость выполнения операций j -го варианта сетевой модели на h -м этапе (рассчитывается предварительно по сетевой модели и представляется в виде элементов таблицы);

$\Psi_r(x_{hj})$ – функция, определяющая значение r -го показателя качества продукта в результате выполнения этапа h для j -го варианта выполнения операций;

$Q_{hr}^{\text{задан}}$ – заданное граничное значение r -го показателя качества продукта в результате выполнения этапа h ;

$T_{\min} = \{ t_{\min_h} \}_{h=1}^H$ – множество минимальных сроков выполнения этапов проекта, рассчитанных на стадиях подготовки информации;

$W_{\min} = \{ w_{\min_h} \}_{h=1}^H$ – множество минимальных стоимостей выполнения этапов проекта, рассчитанных на стадиях подготовки информации;

F_1 – оптимальное значение срока выполнения проекта;

F_2 – оптимальное значение стоимости выполнения проекта;

λ_1, λ_2 – весовые коэффициенты первой и второй целевых функций; $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$; $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$.

$T^{\text{задан}}$ – максимально возможное время выполнения проекта. Значение $T^{\text{задан}}$ задаётся заказчиком перед началом планирования проекта.

Переменные:

f^* – рекордное значение нормированных целевых функций;

f^t – текущее значение целевой функции (1);

f^w – текущее значение целевой функции (2);

f^1 – значение нижней границы целевой функции (1);

f^2 – значение нижней границы целевой функции (2);

(1); $f_{норм}^1$ – нормированное значение целевой функции

(2); $f_{норм}^2$ – нормированное значение целевой функции

h – номер этапа;

S_h – остаток денежных средств после выполнения работ на h -м этапе;

j_h – номер варианта на этапе h ;

t_h – время выполнения операций на всех этапах от 1-го до h -го включительно;

T'_{np_h} – нижняя граница сроков выполнения всех последующих этапов после h , которая представляет собой сумму вида:

$$T'_{np_h} = t_{min_{h+1}} + \dots + t_{min_H},$$

где времена $t_{min_{h+1}}, \dots, t_{min_H}$, являющиеся элементами множества $T_{min} = \{ t_{min_h} \}_{h=1}^H$, рассчитываются способом, описанным ранее;

w'_h – стоимость выполнения операций на всех этапах от 1-го до h -го включительно, которая рассчитывается следующим образом:

$$w'_h = \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{M_h} w_{kj} x_{kj};$$

W'_{np_h} – нижняя граница стоимости выполнения всех последующих этапов после h , которая представляет собой сумму вида:

$$W'_{np_h} = w_{min_{h+1}} + \dots + w_{min_H},$$

где стоимости $w_{min_{h+1}} + \dots + w_{min_H}$, являющиеся элементами множества $W_{min} = \{ w_{min_h} \}_{h=1}^H$, рассчитываются способом, описанным ранее.

Результат решения:

W_H – искомое решение, множество выбранных вариантов j на всех H этапах.

Рассмотрим предложенный метод двухкритериальной оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения при наличии ограничений в виде последовательности шагов:

1. Полагаем

$$W_H := \emptyset; T_{min} = \{ t_{min_h} \}_{h=1}^H; W_{min} = \{ w_{min_h} \}_{h=1}^H;$$

$$F_1 := \sum_{h=1}^H t_{min_h}; F_2 := \sum_{h=1}^H w_{min_h};$$

$h := 1$;

$$f^t := 0; f^w := 0; f^1 := 0; f^2 := 0;$$

$$f_{норм}^1 := 0; f_{норм}^2 := 0; f^s := +\infty.$$

2. Принимаем $j_h := 1$.

3. Проверяем выполнение ограничения (3) задачи на этапе h :

$$S_h = S_{h-1} + K_h - w_{hj},$$

$$S_h \geq 0.$$

Вычисляем t_h (время выполнения операций на всех этапах от 1-го до h -го включительно) путём расчё-

та длительности критического пути в сети – СРМ(h, j) от начала проекта до этапа h включительно. Для этого вводится фиктивная вершина «финиш», обозначающая окончание всех операций h -го этапа.

Полагаем $f^t := t_h$. Вычисляем $T'_{np_h} = t_{min_{h+1}} + \dots + t_{min_H}$.

Обозначим $T_{проекта} = f^t + T'_{np_h}$ и проверяем выполнение ограничения (4) задачи:

$$T_{проекта} \leq T^{задан}.$$

Проверяем выполнение ограничений (5):

$$\psi_r(x_{ij}) \geq Q_{hr}^{задан}, r = \overline{1, R_h}.$$

Проверяем выполнение иных ограничений, если они имеются. Если хотя бы одно ограничение не выполняется, переходим к шагу 9.

4. Полагаем $f^1 := T_{проекта}$. Нормируем f^1 следующим образом:

$$f_{норм}^1 = \frac{f^1 - F_1}{F_1}.$$

5. Рассчитываем значение: w'_h . Полагаем $f^w := w'_h$. Вычисляем:

$$W'_{np_h} = w_{min_{h+1}} + \dots + w_{min_H}.$$

Определим $f^2 = f^w + W'_{np_h}$. Нормируем f^2 следующим образом:

$$f_{норм}^2 = \frac{f^2 - F_2}{F_2}.$$

6. Определим $f = \lambda_1 f_{норм}^1 + \lambda_2 f_{норм}^2$. Если $f \geq f^s$, переходим к шагу 9.

7. При $h < H$ анализируем следующий этап проекта, т.е. $h := h + 1$ и возвращаемся к шагу 2.

8. Величине f^* присваиваем новое значения $f^* := f$ и фиксируем множество $W_H := \{ j_h \}_{h=1}^H$.

9. При $j_h < M_h$ рассматриваем следующий вариант, т.е. $j_h := j_h + 1$ и переходим к шагу 3.

10. При $h > 1$ переходим на предыдущий этап, т.е. $h := h - 1$. Извлекаем из памяти j_h , и переходим к шагу 9. При $h = 1$ и $W_H = \{ \emptyset \}$ задача не имеет решения, в противном случае оптимальное решение получено. При этом значения величин f^t и f^w для W_H определяют время выполнения проекта $T_{проекта}$ и его стоимость F соответственно.

Таким образом, в работе получила дальнейшее развитие модель задачи оптимизации содержания проекта по срокам и стоимости его выполнения путем учета ограничений на качество продукта метод её решения.

Литература

1. Кононенко И.В. Математическая модель и метод минимизации сроков выполнения работ по проекту // И. В. Кононенко, Е.В. Емельянова, А.И. Грицай // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – №2/6 (26). – С. 35–40.

2. Кононенко И.В. Математическая модель и метод минимизации затрат по проекту при ограничениях на сроки выполнения работ / И.В. Кононенко, Е.В. Емельянова // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»: сб. науч. тр. Темат. вып. : Системный анализ, управление и информационные технологии. – № 4. – Х., 2009. – С. 46–53.
3. Кононенко И.В., Мироненко В.А. Математическая модель и метод оптимизации содержания проекта с точки зрения времени и стоимости его выполнения. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 1 / 2 (43) 2010 С. 12-17.

Пропонується реалізація математичної моделі структури технологічної системи, що є основою комбінаторно - оптимізаційного проектування технологічного процесу. Розглядаються особливості формування інформаційної моделі технологічної системи в термінах мови XML

Ключові слова: технологічний процес, технологічна система, частковий порядок, граф, різальний інструмент

Предлагается реализация математической модели структуры технологической системы, которая является основой комбинаторно – оптимизационного проектирования технологического процесса. Рассматриваются особенности формирования информационной модели технологической системы в терминах языка XML

Ключевые слова: технологический процесс, технологическая система, частичный порядок, граф, режущий инструмент

Implementation of mathematical model of technological system structure which is a basis of combinatorial - optimization projection of manufacturing method is offered. Habits of forming of an entity set model of a technological system in terms of language XML are considered

Key words: manufacturing method, technological system, the fractional order, the graph, edge tool

УДК 621.91:658.512+621.91:004.8

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛИ СТРУКТУРЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В.В. Фролов

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра «Технология машиностроения и
металлорежущие станки»

Национальный технический университет «Харьковский
политехнический институт»

ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002

Контактный тел.: 067-526-06-92

E-mail: vvicfrol@rambler.ru

В работе [1] было предложено рассматривать математическую модель технологического процесса в виде помеченного упорядоченного графа дерева с фиксированной глубиной, которая определяется структурными особенностями технологической системы, что позволило разработать методику классификации технологических структур на основе искусственных нейронных сетей.

Цель данной статьи заключается в разработке информационной модели технологического процесса на основе языка разметки XML и математической постановки задачи проектирования технологического

процесса в терминах бинарных отношений, где исходной является указанная выше модель. Для этого необходимо решить следующие задачи: на основе модели, предложенной в [1], выявить базовые элементы структурной модели технологического процесса; выделить один основной элемент структуры технологического процесса в терминах бинарных отношений; разработать метод представления процесса проектирования технологического процесса в виде структурных формул. Рассмотрим последовательно решение данных задач. Поскольку модель представлена графом деревом, в терминах XML получаем ин-