

ди методов оптимизации нулевого порядка наиболее эффективным оказался метод Хука-Дживса.

Литература

1. Химмельбау Д.М. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975.
2. Г. Реклейтис, А.Рейвиндран, К.Рэгсдел. Оптимизация в технике. Кн. 1. Изд. "Мир", Москва 1986.
3. Городецкий К.И., Михайлин А.А. Математическая модель объемных гидромашин //Вестник машиностроения.– 1981.– №9.– С.14-17.
4. Объемные гидромеханические передачи: Расчет и конструирование / О.М. Бабаев, Л.И. Игнатов, Е.С. Кисточкин и др.–Л.: Машиностроение,1987.–256 с.
5. Панасенко С.М. Объемные потери торцового распределения аксиально-поршневой гидромашин гидропривода трансмиссии трактора // Тракторная энергетика в растениеводстве: Сб.науч.тр. - Харьков: ХГТУСХ.- 1999. - С. 113-120.
6. Бурлыга М.Б. Универсализация математических моделей гидрообъемных передач, работающих в составе двухпоточных бесступенчатых трансмиссий. – Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2008. – №5/5 (35). – С. 4-7.
7. Самородов В.Б., Бурлыга М.Б., Коваль А.А., Рогов А.В., Самородов Б.В. Методика уточнения математической модели объемного КПД аксиально-поршневых гидронасосов. – Автомобиле- и тракторостроение. – Тематический сборник научных трудов. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – № 56. – С. 3-10.

УДК 621.92

ТЕМПЕРАТУРА САМОПОДОГРЕВА ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Ю. А. Сизый

Доктор технических наук*

Д. В. Сталинский

Доктор технических наук

ГНТЦ «Энергосталь»

А. Н. Ушаков

Кандидат технических наук*

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»
ул.Фрунзе, 19, г.Харьков

Рассматривается методика расчета температуры обрабатываемой поверхности после резания единичным абразивным зерном в момент резания следующим за ним след в след

1. Введение

При исследовании теплофизики процесса шлифования применяются два подхода. Первый, наиболее распространенный и хорошо разработанный Сипайловым В.А. [1] и другими исследователями, рассматривает источник тепла как сплошную поверхность контакта круга с обрабатываемой заготовкой. При этом плотность теплового потока в результате работы шлифования определяется исходя из условий шлифования экспериментально. Другой подход [2,3,4] пред-

полагает описание массового резания единичными абразивными зернами, т.е. источником тепла является работа резания единичным зерном.

Этот подход более сложный, однако, внимание к себе привлекает возможность более глубоко уяснить теплофизическую картину шлифования а, значит, и более грамотно управлять процессом.

Под массовым резанием единичными зернами предполагается решение задачи нагрева поверхности заготовки как результат резания последовательно целым рядом зерен. При этом каждое последующее зерно

режет по поверхности подогретой предыдущим, т.е., как принято говорить, имеет место самоподогрев.

Задачу самоподогрева решали Корчак С.Н. [4] и Островский В.И. [5]. У Корчака С.Н. этим исследованиям уделено много внимания, однако полученные результаты вызывают сомнения в связи с игнорированием тепла уносимого стружкой и очень большими температурами обработанной поверхности при резании зерном (1800 – 3500°C) а, значит, и большим прогревом ее в момент резания следующим. У Островского В.И. математическое решение этой задачи подробно не освещается, а как результат, дан диапазон температуры самоподогрева 500 - 800°C.

В последние годы появились работы Новикова Ф.В. [6,7,8], в которых рассматривается нагрев поверхности детали единственным зерном при оригинальном подходе к этой задаче.

Этот подход состоит в представлении срезаемого слоя в виде набора адиабатических стержней. Анализ результатов этих исследований в основном выполняется на качественном уровне без расчета абсолютных значений температуры.

В то же время этот подход позволяет достаточно строго физически и математически решить задачу самоподогрева. Этому и посвящена настоящая статья.

2. Самоподогрев при резании абсолютно острым абразивным зерном

Рассмотрим схему (рис.1) шлифования кругом как последовательный сьем металла зернами, следующими в след друг за другом.

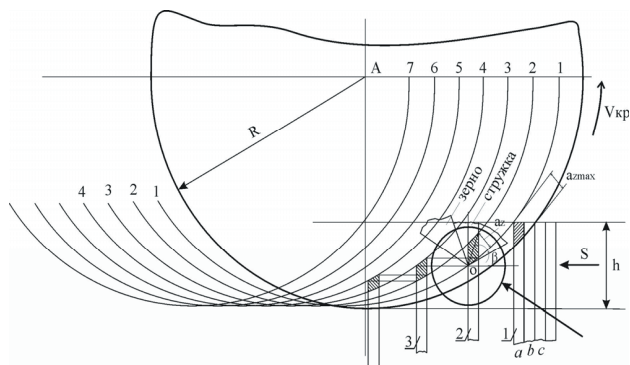


Рисунок 1.

Снимаемый слой металла глубиной h представляем как набор адиабатических стержней a,b,c перемещающихся со скоростью подачи S. Ось круга, точка А, неподвижна и круг радиуса R вращается вокруг нее. Со стержня а, в положении 1 срезается зерном заштрихованный участок при толщине среза $a_{z\max}$. До подхода следующего зерна стержень а переходит в положение 2 и это отдельное зерно срежет с него заштрихованный участок. Схема резания зерном стержня а в положении 2 обведена окружностью указанной стрелкой и вынесена в увеличенном масштабе на отдельный рисунок 2.

На этом рисунке дуга окружности, описанная зерном, развернута в прямую линию, т.е. зерно движется со скоростью $V_{кр}$ по прямой линии, или что то же самое, срезаемый слой толщиной a_z движется со скоростью $V_{кр}$ навстречу неподвижному зерну. Принимаем зерно абсолютно острым, т.е. без площадки износа. Заменяем зону пластической деформации сосредоточенной на одной плоскости сдвига, след которой на плоскости рис.2 прямая ОВ. Срезаемый слой толщиной a_z представляем набором тонких стержней 1,2,3,4. Входя в зону резания стержень перерезается на плоскости сдвига и как бы продлевается вверх металлом стружки и телом абразивного зерна. При перемещении стержня в направлении $V_{кр}$ источник тепла-плоскость сдвига перемещается вдоль стержня вниз в глубину срезаемого слоя со скоростью $V = V_{кр} \cdot \tan \beta$, где β - угол сдвига.

Рисунок 2.

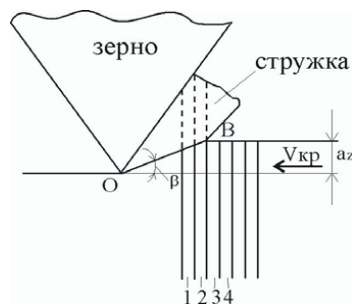


Рисунок 2.

Стержень 1 после входа на плоскость сдвига ОВ принимается однородным, бесконечным и адиабатическим. Для такого стержня решена задача теплопроводности от источника тепла бегущего вдоль стержня со скоростью V.

$$T(x,t) = \frac{q}{2 \cdot C_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{\tau-t}} \exp\left(-\frac{[x + V(\tau-t)]^2}{4 \cdot a \cdot (\tau-t)}\right), \quad (1)$$

где q - плотность теплового потока на плоскости сдвига, Дж/см²·с;

a - коэффициент температуропроводности, см²/с;

Cp - объемная теплоемкость, Дж/см³·град;

x - координата вдоль оси стержня в движущейся вместе с источником системе координат. В источнике x=0;

t - время наблюдения за температурным полем, с.

Плотность теплового потока q определяется по формуле [4]:

$$q = \sqrt{3.25} \cdot \cos \beta_1 \cdot \tau_s \cdot V_{кр}, \quad (2)$$

где $\beta_1 = 34.92^\circ = 0.599$ рад;

$\tau_s = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}$ - напряжение сдвига, Н/см²;

σ_i - интенсивность напряжений, Н/см²;

$V_{кр}$ - скорость резания, м/с.

Зная q выполним расчеты T(x) по (1) для типичных условий круглого наружного шлифования и плоского обдирочного шлифования сортового проката.

Общим для рассматриваемых примеров будут:

1) обрабатываемый материал сталь X18Н9Т, для которой $C_p = 4.52$ Дж/см³·град, $a = 0.05$ см²/с [3],

$i = 250000$ Н/см² [4];

2) углы $\beta = 22^\circ = 0.384$ рад, $\beta_1 = 34.32^\circ = 0.599$ рад [4];

3) скорость шлифования $V_{кр} = 50$ м/с.

При таких общих условиях для обоих рассматриваемых вариантов плотность теплового потока q на плоскости сдвига одинакова, т.е. $q = 1.075 \cdot 10^7$ Дж/см²·с.

Различным для них является среднее значение толщины среза a_z . Для круглого наружного шлифования принимаем $a_z=0.0002\text{см}$, а для обдирочного 0.001см . Следовательно и время пребывания стержня в зоне резания τ_p для них различны: для круглого шлифования

$$\tau_p = \frac{a_z}{V_{кр} \cdot \text{tg}\beta} = 9.9 \cdot 10^{-8} \text{ с.},$$

а для обдирочного $\tau_p=4.95 \cdot 10^{-7}\text{с}$.

Поскольку наибольший интерес представляет температура в момент выхода из зоны резания, т.е. во время τ_p , то верхним пределом интегрирования в (1) будет τ_p . Результаты расчета приведены на рис.3.

Верхний график соответствует круглому наружному шлифованию, а нижний - обдирочному. Кроме графиков, рядом с ними левее выделены значения температуры впереди бегущего вдоль стержня источника тепла, т.е. для $x>0$, с шагом 0.00002см .

Качественный анализ графиков показывает, что прогрев стержня для $x<0$ распространяется значительно дальше по стержню, чем для $x>0$. Это естественно, т.к. источник тепла "бежит" в положительном направлении оси x со скоростью $V=V_{кр}\cdot\text{tg}\beta=20.2\text{м/с}$ и температурное поле сильно сжимается впереди него.

Различие в рассматриваемых случаях состоит в абсолютных значениях глубины прогрева. При обдирочном шлифовании глубина прогрева для $x<0$, т.е. прогрева стружки и зерна, значительно больше, чем для круглого наружного шлифования (примерно в три раза). В тоже время важно отметить, что характер и абсолютные значения температуры для $x>0$, т.е. для обрабатываемой поверхности в обоих случаях отличается незначительно. Т.е. нагрев поверхности от работы деформации при резании единичным абсолютно острым зерном не зависят от толщины среза. Такой результат совпадает с результатом, опубликованным в [9].

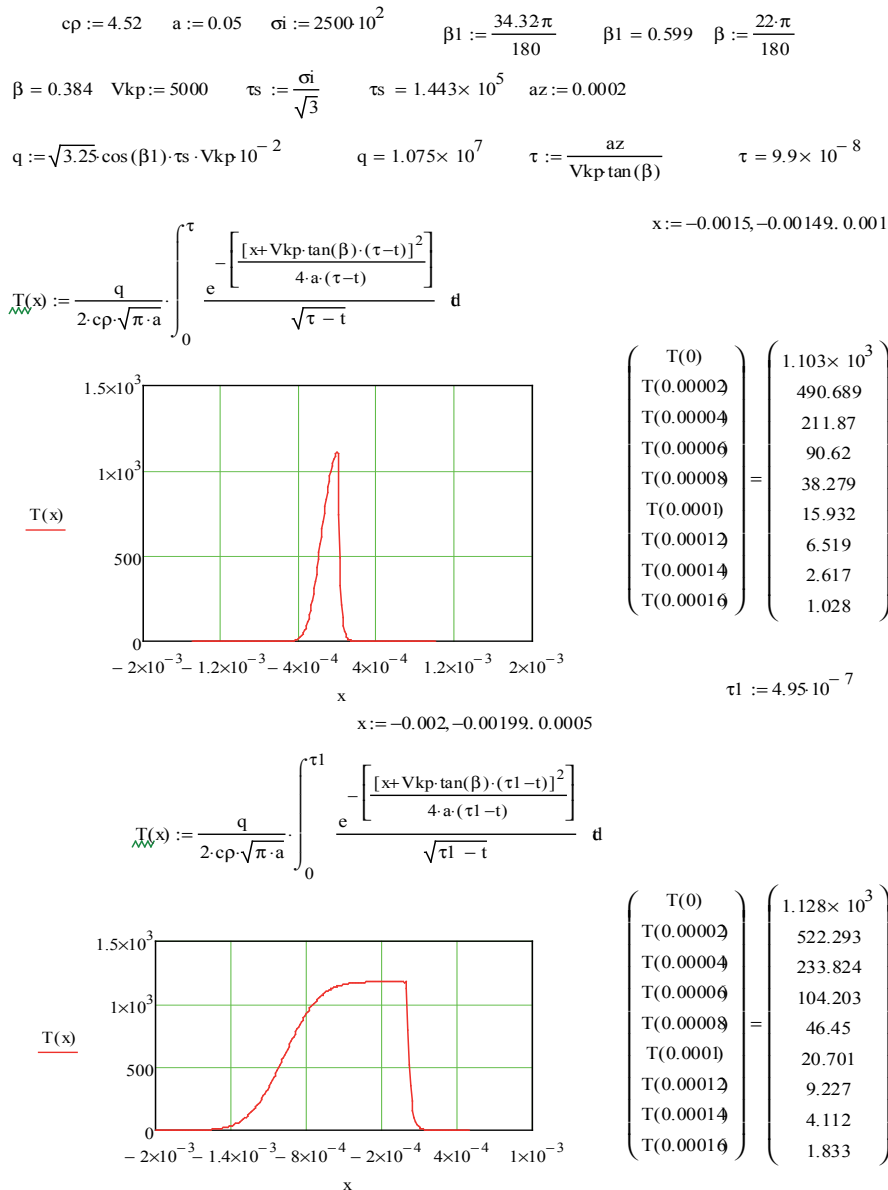


Рисунок 3.

Для дальнейшего решения задачи о самоподогреве необходимо решить задачу диффузии тепла в обрабатываемую поверхность после выхода ее из-под зерна, т.е. задачу охлаждения в адиабатическом стержне при начальных условиях распределения температуры $T(x>0)$.

При этом надо учесть, что когда стержень выйдет из-под зерна, он перестанет быть бесконечным в отрицательном направлении оси x .

Сечение стержня для $x=0$ становится адиабатическим, т.к. стержень уже не продлевается стружкой или зерном, а его торец $x=0$ контактирует только с воздухом, либо с СОЖ проникающей в зону резания. Незначительным теплоотводом воздухом и СОЖ, в малом количестве проникающей в зону резания [11], можно пренебречь по сравнению с теплоотводом теплопроводностью обрабатываемой поверхностью, т.е. для $x>0$.

Условия отсутствия теплоотвода в окружающую среду от его торца можно учесть, приняв стержень бесконечным как в положительном, так и в отрицательном направлениях оси x и поместив в нем распределение тепла симметрично тому, которое имеет место для $x>0$, как показано на рис.4.

В этом случае будет отсутствовать градиент температуры по оси x для $x=0$, а значит и теплоотдача в окружающую среду.

Математически сформулированная задача запишется следующим образом:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad T(x,t)|_{t=0} = f(x), \quad (3)$$

где $T(x, t)$ – температура как функция координаты x и времени t ;

$f(x)$ – начальное распределение температуры (рис.4).

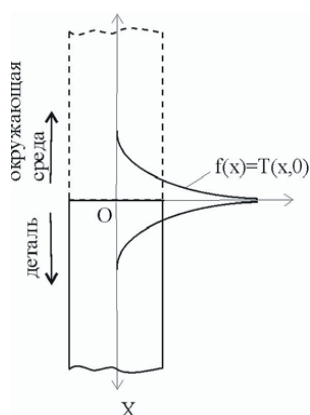


Рисунок 4.

Решение такой задачи известно [12]. Оно получено методом Фурье, т.е. разделением переменных и суперпозицией частных решений:

$$T(x,t) = \frac{1}{2 \cdot c \cdot \sqrt{\pi \cdot t}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \exp\left(-\frac{[x-\xi]^2}{4 \cdot a^2 \cdot t}\right) d\xi \quad (4)$$

где ξ - координата по оси x появляющаяся при разложении функции $f(x)$ в интеграле Фурье [12].

В нашей задаче это та же функция $f(x)$ только вместе с x необходимо записать ξ .

Чтобы пользоваться (4) необходимо аппроксимировать зависимость $f(x)$ какой-то функцией.

Для этого воспользуемся функцией линейной интерполяции (linterp) в пакете "Mathcad".

Для этого вводим векторы значений аргументов и функций.

Для условий круглого наружного шлифования они обозначены соответственно как x и y , в соответствии с результатами расчета на рис.3, приведены на рис.5. Для условий обдирочного шлифования это векторы $x1$ и $y1$, которые также приведены на рис 5 (см.рис.5).

Функции $A(\xi)$ и $A1(\xi1)$, аппроксимирующие зависимости $y(x)$ и $y1(x1)$, приведены на рис. 5, из которого видна высокая точность аппроксимации. Графики $A(\xi)$ и $A1(\xi1)$ точно проходят через точки дискретных значений $y(x)$ и $y1(x1)$ обозначенных кружочками.

Таким образом, есть все необходимые данные, чтобы рассчитать диффузию тепла в обрабатываемую поверхность после реза острым зерном. Однако, для определения температуры самоподогрева, т.е. температуры поверхности в момент резания следующим след в след зерном, необходимо знать время $t_{м.р.}$ между этими резами.

Расчет $t_{м.р.}$ выполняется для какого-то среднего значения толщины среза a_z , т.е. принимается, что все зерна режущие след в след друг другу режут с одинаковой толщиной среза.

Для такого расчета обратимся к рис.6 (см.рис.6). При этом, упрощая поставленную задачу, принимаем, что за время реза единичным зерном, поскольку оно очень мало, перемещением круга или обрабатываемой заготовки со скоростью подачи принимаем равным нулю.

На рис.6 показана окружность радиуса R равно радиусу круга с центром в т. О вращающегося со скоростью резания и снимающему слой глубиной h с обрабатываемой поверхности. Вершина зерна, описав дугу радиуса R , вышла с обрабатываемой поверхности в точке А.

За время подхода следующего режущего зерна в след предыдущего шлифовальный круг, перемещаясь со скоростью подачи, переместится своим центром на расстояние L в точку O_1 . Поэтому следующее зерно, вершина которого расположена на том же радиусе R , срежет часть поверхностного слоя с максимальной толщиной среза a_{zmax} и выйдет с обрабатываемой поверхности в точке С.

Расчет выполняем из условия, что нам известна a_{zmax} , которую в дальнейшем будем обозначать как a_z . Зная a_z можно будет определить L и, разделив L на скорость подачи, можно будет определить время между резами $t_{м.р.}$

Найдем координаты т.А в системе координат XOY (рис.6) используя уравнение окружности $R^2 = y^2 + x^2$ и уравнение проекции поверхности заготовки на плоскость рисунка 6 $y = -R + h$.

Подставив $y = -R + h$ в $R^2 = y^2 + x^2$ получим координату точки А по оси x , т.е. X_A :

x :=	-0.0002	y :=	0	x1 :=	-0.0002	y1 :=	0
	-0.00018		0		-0.00018		0
	-0.00016		1.028		-0.00016		1.833
	-0.00014		2.617		-0.00014		4.112
	-0.00012		6.519		-0.00012		9.227
	-0.0001		15.932		-0.0001		20.701
	-0.00008		38.279		-0.00008		46.45
	-0.00006		90.62		-0.00006		104.203
	-0.00004		211.87		-0.00004		233.824
	-0.00002		490.689		-0.00002		522.293
	0		1103		0		1128
	0.00002		490.689		0.00002		522.293
	0.00004		211.87		0.00004		233.824
	0.00006		90.62		0.00006		104.203
	0.00008		38.279		0.00008		46.45
	0.0001		15.932		0.0001		20.701
	0.00012		6.519		0.00012		9.227
	0.00014		2.617		0.00014		4.112
	0.00016		1.028		0.00016		1.833
	0.00018		0		0.00018		0
0.0002	0	0.0002	0				

$$A(\xi) := \text{linterp}(x, y, \xi)$$

$$A(\xi_1) := \text{linterp}(x_1, y_1, \xi_1)$$

$$\xi := -0.0002, -0.00019, 0.0002$$

$$\xi_1 := -0.0002, -0.00019, 0.0002$$

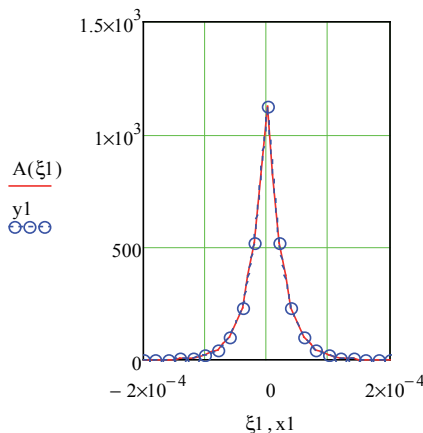
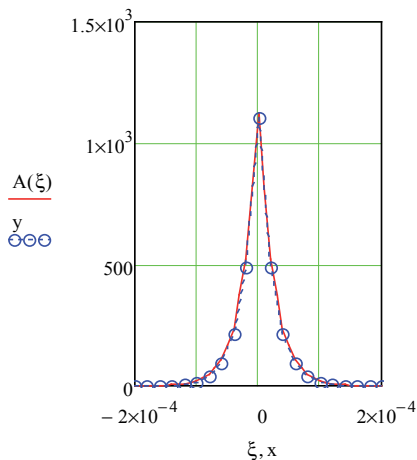


Рисунок 5.

$$E = \sqrt{2 \cdot R \cdot h - h^2}$$

Найдем длину прямой O_1A из треугольника O_1AD , где катет $AD = x_A - L$, а катет $O_1D = R - h$. Поэтому

$$O_1A = \sqrt{(R - h)^2 + (x_A - L)^2}$$

Далее, если к O_1A прибавить азпах, то получится отрезок O_1B равный радиусу R :

$$O_1B = R = O_1A + a_z = \sqrt{(R - h)^2 + (x_A - L)^2} + a_z \tag{5}$$

Преобразуем (5) и получим квадратное уравнение относительно L :

$$L^2 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot R \cdot h - h^2} \cdot L + 2 \cdot R \cdot h - h^2 + (R - h)^2 - (R - a_z)^2 = 0 \tag{6}$$

Вычислив L можно найти $t_{м.р.}$:

$$t_{м.р.} = \frac{L}{S}, \tag{7}$$

где S – скорость подачи.

Количество резов n до выхода точки A из зоны резания найдем делением координаты x_A на L :

$$n = \frac{x_A}{L} = \frac{\sqrt{2 \cdot R \cdot h - h^2}}{L} \quad (8)$$

Можно также найти расстояние L_p между режущими зернами:

$$L_p = t_{m.p.} \cdot V_{кр} \quad (9)$$

Расчет по формулам (6),(7),(8),(9) для условий обдирочного шлифования $a_z=0.01\text{мм}$, $V_{кр}=50\text{м/с}$, $h=0.3\text{мм}$, $S=10\text{м/мин}$, $R=175\text{мм}$ дает следующие результаты: $L=0.172\text{мм}$, $t_{m.p.}=0.001\text{с}$, $n=59$, $L_p=50\text{мм}$.

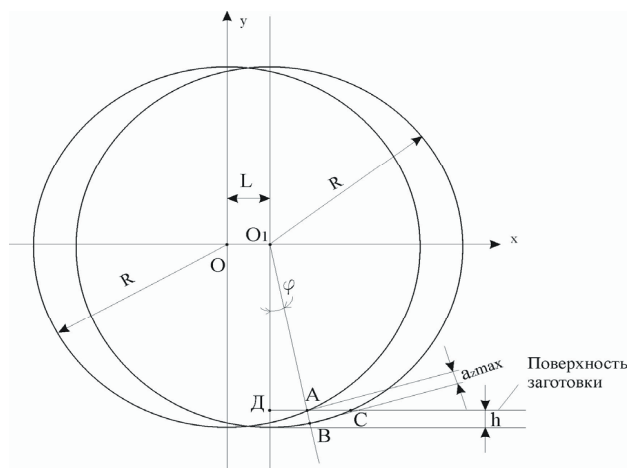


Рисунок 6.

Для условий круглого наружного шлифования ($a_z=0.002\text{мм}$, $V_{кр}=50\text{м/с}$, $h=0.02\text{мм}$, $S=0.833\text{м/мин}$, $R=375\text{мм}$) получим $L=0.199\text{мм}$, $t_{m.p.}=2.38 \cdot 10^{-4}\text{с}$, $n=19$, $L_p=11.9\text{мм}$.

Зная $t_{m.p.}$ можно решить задачу диффузии тепла в обрабатываемую поверхность по начальным условиям для круглого наружного шлифования $A(\xi)$ (см. рис 5) и $A1(\xi_1)$ для обдирочного шлифования B используя (4).

На рис 7 представлены результаты расчета в пакете "Mathcad" температуры при охлаждении обрабатываемой поверхности после резания зерном при круглом шлифовании $T(x, t)$ и при обдирочном $T1(x, t)$ (см. рис.7).

Правее функции $T(x, t)$ приведены значения этой температуры на поверхности ($x=0$) и на глубине $x=0.000238\text{см}$. в момент времени $t=0.000238\text{с}$. резания следующим зерном. Эта температура равна примерно 22°C .

Для обдирочного шлифования правее формулы $T1(x, t)$ приведены значения температуры для времени равной 0.001с , т.е. времени начала резания следующим зерном, с их значениями на поверхности и на глубине 0.001см . Значения этих температур примерно равны 10°C .

Таким образом, видно, что самоподогрев практически отсутствует при резании абсолютно острым абразивным зерном.

3. Самоподогрев при резании абразивным зерном с площадкой износа

Рассмотрим схему резания абразивным зерном с площадкой износа, представляя, как и в случае резания абсолютно острым зерном, срезаемый слой толщиной az в виде набора тонких стержней. Эта схема резания приведена на рис. 8 (см.рис.8).

Адиабатический стержень проходит зону пластической деформации со скоростью $V_{кр}$ из положения 1 в положение 2, начиная с которого он перемещается через зону контакта с задней поверхности зерна (с площадкой износа). При этом стержень все также остается бесконечным в положительном и отрицательном направлениях оси x . В отрицательном направлении оси x он продлен материалом зерна. При этом источник тепла в координате $x=0$ уже перестает двигаться вдоль оси x , как это было в зоне пластической деформации.

Поэтому в уравнении (1), описывающем температурное поле $T(x, t)$ в адиабатическом стержне с движущимся вдоль стержня источником тепла, необходимо для момента времени t_1 , соответствующим выходу зерна из зоны пластической деформации, значение скорости V принять равным нулю и верхний предел интегрирования принять равным t_1 . В результате этого уравнение (1) примет следующий вид (10).

Расчет по (10) приведен на рис.9 для условий таких же, как и на рис.3 для круглого наружного шлифования и для четырех значений времени наблюдения t_1 за температурным полем.

Для времени $t_1=9.9 \cdot 10^{-8}\text{с}$, которое соответствует пребыванию адиабатического стержня в зоне пластической деформации, график температурного поля такой же, как и верхний на рис.3.

Температурное поле сжато для $x>0$ и растянуто для $x<0$.

$$T(x, t) = \frac{q}{2 \cdot C_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \int_0^{t_1} \frac{dt}{\sqrt{\tau - t}} \exp\left(-\frac{[x + \text{if}(\tau \leq t_1, V, 0) \cdot (\tau - t)]^2}{\sqrt{(\tau - t)}}\right) \quad (10)$$

Когда стержень начинает перемещаться через площадку износа, тепло от пластической деформации растекается по стержню, причем более интенсивно в сторону положительных значений координаты x . Это естественно, т.к. градиент температуры в направлении $x>0$ значительно больше, чем в направлении $x<0$. Это хорошо видно на графике рис. 9 для $t_2=15 \cdot 10^{-8}\text{с}$, т.е. для времени немногим больше $t_1=9.9 \cdot 10^{-8}\text{с}$. Температурное поле из несимметричного относительно координаты $x=0$ становится симметричным и наблюдается охлаждение стержня.

Для момента $t_4=4 \cdot 10^{-6}\text{с}$, когда зерно минует площадку износа, стержень нагреется для $x=0$ примерно до 150°C (см рис.9).

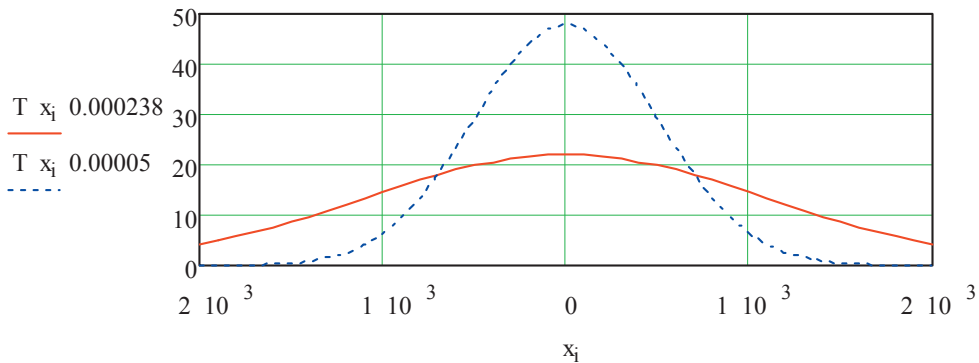
И на такую примерно температуру он охладится до глубины $5 \cdot 10^{-4}\text{см}$.

Сравнивая с результатами расчета приведенного на рис.3 видно, что прогрев от работы деформации поверхности детали больше и глубже в сравнении с прогревом ее после резания острым зерном. Это имеет ясное физическое объяснение.

$$a = 0.05 \quad i = 0.40 \quad x_i = 0.002 \quad 0.0001i \quad j = 0.20 \quad t_j = 0.00000001 \quad 0.00005j$$

$$T(x, t) = \frac{1}{2a\sqrt{t}} A(x) e^{-\frac{(x-d)^2}{4a^2t}}$$

$T(x_i, 0.000238) = 22.001$
 $T(x_i, 0.00005) = 21.635$



$$T_1(x, t) = \frac{1}{2a\sqrt{t}} A(x-1) e^{-\frac{(x-1-d)^2}{4a^2t}}$$

$T_1(x_i, 0.001) = 10.737$
 $T_1(x_i, 0.0005) = 9.716$

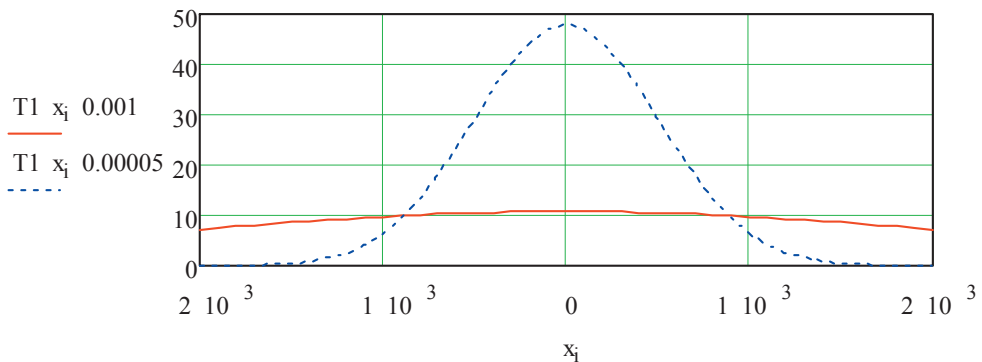


Рисунок 7.

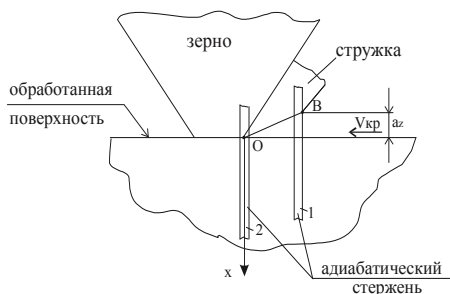


Рисунок 8.

При резании острым зерном, после выхода стержня из зоны пластической деформации, его торец, т.е. координата $x=0$, становится адиабатической и в обрабатываемую поверхность растекается тепло, которое сосредоточено только в слое на положительной ветви оси x . При резании зерном с площадкой износа, когда стержень переходит из зоны пластической деформации на площадку износа, координата $x=0$ не становится адиабатической и тепло, в значительно большей выделившейся ее части сосредоточенное в отрицательной ветви координаты x , устремляется в положительную, т.е. в деталь. Это мы и наблюдаем на рис. 9.

Сталь X18H10T

$$\begin{aligned} c_p &:= 4.52 & a &:= 0.05 & \sigma_i &:= 2500 \cdot 10^2 & \beta_1 &:= \frac{34.32 \cdot \pi}{180} & \beta_1 &= 0.599 & \beta &:= \frac{22 \cdot \pi}{180} \\ \beta &= 0.384 & V_{kp} &:= 5000 & \tau_s &:= \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} & \tau_s &= 1.443 \times 10^5 & a_z &:= 0.0002 \\ q &:= \sqrt{3.25} \cdot \cos(\beta_1) \cdot \tau_s \cdot V_{kp} \cdot 10^{-2} & q &= 1.075 \times 10^7 & \tau_1 &:= \frac{a_z}{V_{kp} \cdot \tan(\beta)} & \tau_1 &= 9.9 \times 10^{-8} \\ V_w &:= V_{kp} \cdot \tan(\beta) & V &= 2.02 \times 10^3 & L_1 &:= 0.02 \\ \tau_2 &:= \tau_1 + \frac{L_1}{V_{kp}} & \tau_2 &= 4.099 \times 10^{-6} \\ i &:= 0..30 & x_1 &:= -0.0015 + 0.0001 \cdot i & j &:= 1..4 & \tau_j &:= \end{aligned}$$

$9.9 \cdot 10^{-8}$
$15 \cdot 10^{-8}$
$25 \cdot 10^{-8}$
$4 \cdot 10^{-6}$

$$T_1(x, \tau) := \frac{q}{2 \cdot c_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \int_0^{\tau_1} \frac{e^{-\frac{[x+if(\tau \leq \tau_1, V, 0)(\tau-t)]^2}{4a(\tau-t)}}}{\sqrt{\tau-t}} dt \quad M_{i,j} := T_1(x_i, \tau_j)$$

$$T_1(0, 4 \cdot 10^{-6}) = 149.391$$

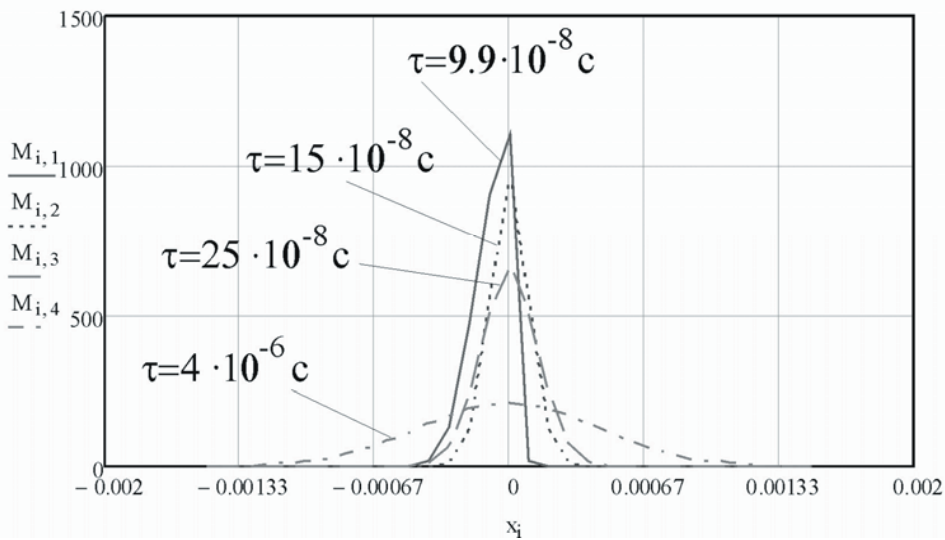


Рисунок 9.

Таким образом, наличие площадки износа даже без учета теплового потока от трения на ней ведет к нагреву детали до большей температуры и на большую глубину, чем при резании абсолютно острым зерном.

При перемещении адиабатического стержня через площадку износа в ней будет действовать неподвижный вдоль стержня источник тепла от работы трения площадки износа по обработанной поверхности. В ре-

зультате этого прогрев стержня в положительном направлении оси x еще больше увеличится. Для описания температурного поля в адиабатическом стержне $T_2(x, \tau)$ при неподвижном источнике тепла можно опять же воспользоваться решением (1), приняв $V=0$, заменив тепловой поток q от работы деформации на поток от работы трения $q_{тр}$ и поменяв пределы интегрирования. Нижний предел – начало движения через площадку износа τ_1 ,

а верхний будет τ , т.е. равный времени наблюдения за температурным полем. Таким образом:

$$T_2(x, t) = \frac{q_{тр}}{2 \cdot c\rho \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \int_{\tau_1}^{\tau} \frac{dt}{\sqrt{\tau-t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot \sqrt{(\tau-t)}}\right). \quad (11)$$

Для решения по (11) необходимо определить $q_{тр}$. Согласно [4]:

$$q_{тр} = 0.5 \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \cdot \mu \cdot V_{кр}, \quad (12)$$

где μ - коэффициент трения электрокорунда по стали.

Необходимо отметить, что тепловой поток $q_{тр}$ от работы трения распределяется на поток идущий в деталь и абразивное зерно. Корчак С.Н. [4] принимает, что все тепло идет в деталь.

Такое решение по нашему мнению не обосновано, т.к. теплопроводность электрокорунда [13] и стали примерно одинакова и температура, как поверхности, так и площадки износа при входе стержня на нее одинаковы.

Это позволяет уверенно считать, что тепловой поток $q_{тр}$ распределяется примерно равномерно между отрицательной и положительной ветвями стержня.

Коэффициент трения μ , учитывая высокую температуру (более 1000°C) трущихся поверхностей, принимаем равным 0.12.

Результаты расчета $T_2(x, \tau)$ по (11) для условий круглого наружного шлифования приведены на рис. 10. Расчеты выполнены для различных моментов времени τ перемещения стержня вдоль площадки износа. Размер площадки износа $L=0.01$ см.

Из графиков рис 10 видно, что обработанная поверхность, т.е. координата $x=0$, нагревается по мере перемещения стержня вдоль площадки и на выходе из нее температура достигает значения примерно 330°C.

Суммарный нагрев обработанной поверхности от совместного действия работы деформации и трения на площадке износа получим суперпозицией обеих решений (10) и (11).

Для условий круглого наружного шлифования с площадкой износа на зерне $L=0.01$ см. результаты расчета приведены на рис. 11. Расчет температуры $T1(x)$ от работы деформации и $T2(x)$ от работы трения суммируется, т.е. вычисляется $T3(x)=T1(x)+T2(x)$. Время наблюдения за температурным полем в адиабатическом стержне τ принято равным τ_2 , т.е. времени выхода стержня с площадки износа. Таким образом, температура $T3(x, \tau_2)$ для $x>0$ соответствует нагреву

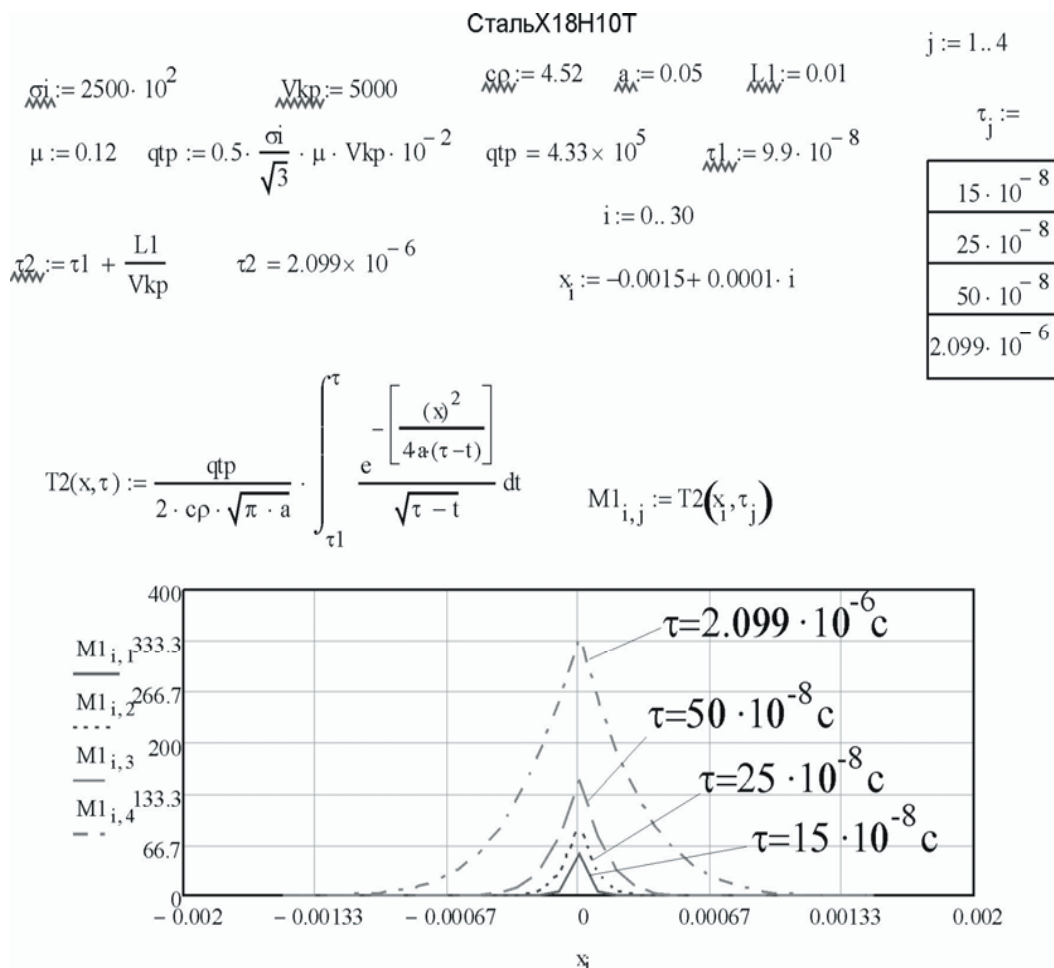


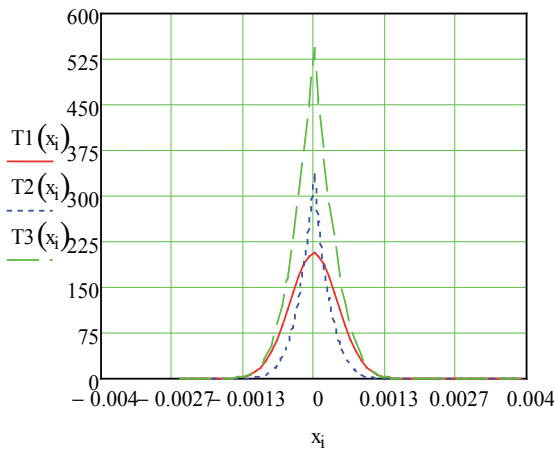
Рисунок 10.

Сталь X18H10T

$$\begin{aligned} \sigma_p &:= 4.52 & a &:= 0.05 & \sigma_i &:= 2500 \cdot 10^2 & \beta_1 &:= \frac{34.32 \cdot \pi}{180} & \beta_1 &= 0.599 & \beta &:= \frac{22 \cdot \pi}{180} \\ \beta &= 0.384 & V_{kp} &:= 5000 & \tau_s &:= \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} & \tau_s &= 1.443 \times 10^5 & a_z &:= 0.0002 \\ q &:= \sqrt{3.25} \cdot \cos(\beta_1) \cdot \tau_s \cdot V_{kp} \cdot 10^{-2} & q &= 1.075 \times 10^7 & \tau_1 &:= \frac{a_z}{V_{kp} \cdot \tan(\beta)} & \tau_1 &= 9.9 \times 10^{-8} \\ V_{\text{рез}} &:= V_{kp} \cdot \tan(\beta) & V &= 2.02 \times 10^3 & L_1 &:= 0.01 \\ \tau_2 &:= \tau_1 + \frac{L_1}{V_{kp}} & \tau_2 &= 2.099 \times 10^{-6} & i &:= 0..64 & x_1 &:= -0.0025 + 0.0001 \cdot i \\ \tau &:= \tau_2 & \mu &:= 0.12 & q_{\text{тр}} &:= 0.5 \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \cdot \mu \cdot V_{kp} \cdot 10^{-2} & q_{\text{тр}} &= 4.33 \times 10^5 \end{aligned}$$

$$T_1(x) := \frac{q}{2 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \int_0^{\tau_1} \frac{e^{-\left[\frac{x + \text{if}(\tau \leq \tau_1, V, 0) \cdot (\tau - t)^2}{4a(\tau - t)} \right]}}{\sqrt{\tau - t}} dt \quad T_2(x) := \frac{q_{\text{тр}}}{2 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \int_{\tau_1}^{\tau} \frac{e^{-\left[\frac{(x)^2}{4a(\tau - t)} \right]}}{\sqrt{\tau - t}} dt$$

$$T_3(x) := T_1(x) + T_2(x)$$



$T_3(0)$	0
$T_3(0.0002)$	545.33
$T_3(0.0006)$	371.991
$T_3(0.0009)$	121.85
$T_3(0.0012)$	35.781
$T_3(0.0014)$	7.143
$T_3(0.0018)$	1.945
$T_3(0.0021)$	0.082
$T_3(0.0024)$	$4.67 \cdot 10^{-3}$
$T_3(0.0028)$	$1.722 \cdot 10^{-4}$
$T_3(0.003)$	$1.08 \cdot 10^{-6}$
	$6.41 \cdot 10^{-8}$

Рисунок 11.

обработанной поверхности после резания зерном с площадкой износа.

Аналогичный расчет выполнен и для условий обдирочного шлифования, т.е. со значительно большей толщиной среза $a_z=0.001$ см и площадкой износа $L=0.025$ см и приведен на рис.12.

Рядом с графиками $T_3(x_i)$ на обоих рисунках 11 и 12 приведены векторы значений температуры для $x>0$, т.е. на обработанной поверхности для дискретных значений x от 0 до 0.003 см.

Анализ полученных графиков на рис. 11 и рис. 12 показывает, что нагрев обработанной поверхности при наличии площадки износа на зерне значительно выше, чем при резании острым зерном.

Второй важный вывод, что если толщина среза не влияет на нагрев обработанной поверхности от работы деформации при резании острым зерном, то при наличии площадки износа влияние a_z становится значительным, это объясняется, как показано выше, тем что тепло в основном сосредоточено в стружке и зерне, при выходе обрабатываемой поверхности из-под плоскости сдвига и переходе на площадку износа, устремляется из зерна в обрабатываемую поверхность.

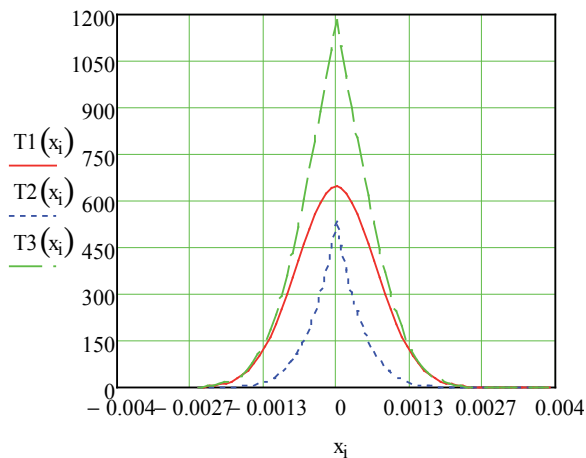
А чем дольше адиабатический стержень находится в зоне пластической деформации, т.е. чем больше a_z , тем больше накапливается тепло в стружке и зерне. Именно это и является причиной резкого возрастания

Сталь X18H10T

$$\begin{aligned}
 c_p &:= 4.52 & a &:= 0.05 & \sigma_i &:= 2500 \cdot 10^2 & \beta_1 &:= \frac{34.32 \cdot \pi}{180} & \beta_1 &= 0.599 & \beta &:= \frac{22 \cdot \pi}{180} \\
 \beta &= 0.384 & V_{кр} &:= 5000 & \tau_s &:= \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} & \tau_s &= 1.443 \times 10^5 & a_z &:= 0.001 \\
 q &:= \sqrt{3.25} \cdot \cos(\beta_1) \cdot \tau_s \cdot V_{кр} \cdot 10^{-2} & q &= 1.075 \times 10^7 & \tau_1 &:= \frac{a_z}{V_{кр} \cdot \tan(\beta)} & \tau_1 &= 4.95 \times 10^{-7} \\
 V_{\text{ш}} &:= V_{кр} \cdot \tan(\beta) & V &= 2.02 \times 10^3 & L_1 &:= 0.025 \\
 \tau_2 &:= \tau_1 + \frac{L_1}{V_{кр}} & \tau_2 &= 5.495 \times 10^{-6} & i &:= 0..64 & x_1 &:= -0.0025 + 0.0001 \cdot i \\
 \tau &:= \tau_2 & \mu &:= 0.12 & q_{\text{ш}} &:= 0.5 \cdot \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}} \cdot \mu \cdot V_{кр} \cdot 10^{-2} & q_{\text{ш}} &= 4.33 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$T_1(x) := \frac{q}{2 \cdot c_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \int_0^{\tau_1} \frac{e^{-\left[\frac{x + \text{if}(\tau \leq \tau_1, V, 0) \cdot (\tau - t)}{4a(\tau - t)} \right]^2}}{\sqrt{\tau - t}} dt \quad T_2(x) := \frac{q_{\text{ш}}}{2 \cdot c_p \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \int_{\tau_1}^{\tau} \frac{e^{-\left[\frac{(x)^2}{4a(\tau - t)} \right]}}{\sqrt{\tau - t}} dt$$

$$T_3(x) := T_1(x) + T_2(x)$$



$T_3(0)$	0	$1.186 \cdot 10^8$
$T_3(0.0002)$	0	994.374
$T_3(0.0006)$	1	609.257
$T_3(0.0009)$	2	364.765
$T_3(0.0012)$	3	189.206
$T_3(0.0014)$	4	112.218
$T_3(0.0018)$	5	31.939
$T_3(0.0021)$	6	10.296
$T_3(0.0024)$	7	2.814
$T_3(0.0028)$	8	0.386
$T_3(0.003)$	9	0.128
	10	

Рисунок 12.

температуры поверхности с увеличением толщины среза.

Полученные векторы $T_3(x)$ согласно рис. 11 и 12 позволяют задать температурное поле в адиабатическом стержне с отсутствием теплоотдачи для координаты $x=0$, что имеет место после выхода стержня с площадки износа, что выполнено и приведено на рис. 13 (см. рис.13).

Для условий обдирочного шлифования (согласно рис. 12) это векторы: x – координата вдоль стержня, y – соответствующие координате x значения температуры. Для условий круглого шлифования (согласно рис. 11) это векторы x_1 и y_1 .

Зависимости $y(x)$ и $y_1(x_1)$ аппроксимированы в пакете “Mathcad” при помощи функции линейной интерполяции linterp.

Результаты интерполяции приведены на графиках рис. 13, из которых видна высокая точность аппроксимации.

На рис. 14 приведено решение задачи диффузии тепла в обработанной поверхности после выхода ее из-под режущего зерна.

Задача диффузии тепла, решаемая согласно (4) как и для абсолютно острого зерна (см.рис.14)

На верхнем графике рис.14 для условий обдирочного шлифования приведены зависимости $T(x)$ для

$x :=$	$y :=$	$x1 :=$	$y1 :=$
-0.0032	0	-0.003	0
-0.0031	0	-0.0028	$1.722 \cdot 10^{-4}$
-0.003	0.128	-0.0024	$4.67 \cdot 10^{-3}$
-0.0027	0.652	-0.0021	0.082
-0.0024	2.814	-0.0018	1.945
-0.0021	10.296	-0.0014	7.143
-0.0018	31.939	-0.0012	35.781
-0.0015	84.186	-0.0009	121.85
-0.0012	189.206	-0.0006	371.991
-0.0009	364.765	-0.0002	545.33
-0.0006	609.257	0	371.991
-0.0002	994.374	0.0002	121.85
0	1186	0.0006	35.781
0.0002	994.374	0.0009	7.143
0.0006	609.257	0.0012	1.945
0.0009	364.765	0.0014	0.082
0.0012	189.206	0.0018	$4.67 \cdot 10^{-3}$
0.0015	84.286	0.0021	$1.722 \cdot 10^{-4}$
0.0018	31.939	0.0024	0
0.0021	10.296	0.0027	0
0.0024	2.814	0.0028	
0.0027	0.652	0.003	
0.003	0.128		
0.0031	0		
0.0032	0		

$$A(\xi) := \text{linterp}(x, y, \xi)$$

$$A1(\xi1) := \text{linterp}(x1, y1, \xi1)$$

$$\xi := -0.0032, -0.0031 \dots 0.0032$$

$$\xi1 := -0.003, -0.0029 \dots 0.003$$

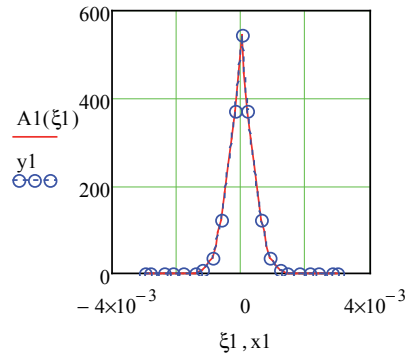
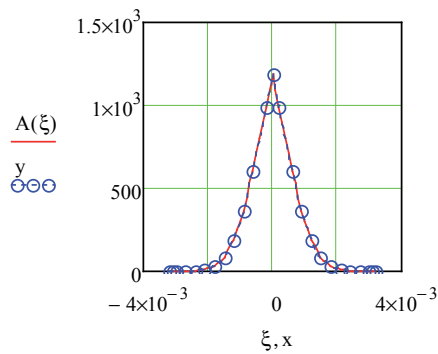


Рисунок 13.

времени $t=0.00005\text{c}$ и $t_{\text{мр}}=0.001\text{c}$. Ниже графика распечатаны значения $T(x=0)$ и $T(x=0.001\text{см})$ для времени $t_{\text{мр}}$ - времени между резами. Они соответственно равны 285°C и 260°C .

Это и есть температура поверхности от $x=0$ до $x=0.01\text{мм}$, в которую будет внедряться следующее зерно, режущее вслед предыдущего с толщиной среза 0.01мм .

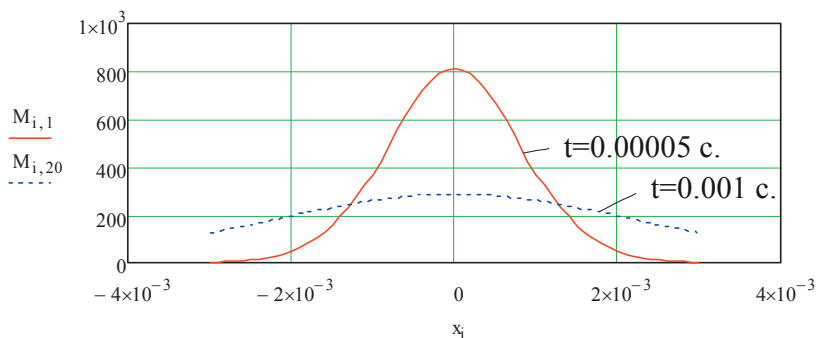
Аналогичные результаты расчета температуры остывания после реза зерном для условий круглого

шлифования приведены на нижнем графике рис.14, ниже которого выведены значения температуры для $x=0$ и $x=0.002\text{мм}$, которые равны 148°C и 146°C .

Это и есть температуры самоподогрева, т.е. диапазон ее значений на глубине от 0 до 0.002мм , равной толщине среза, с которой будут резать следующее зерно.

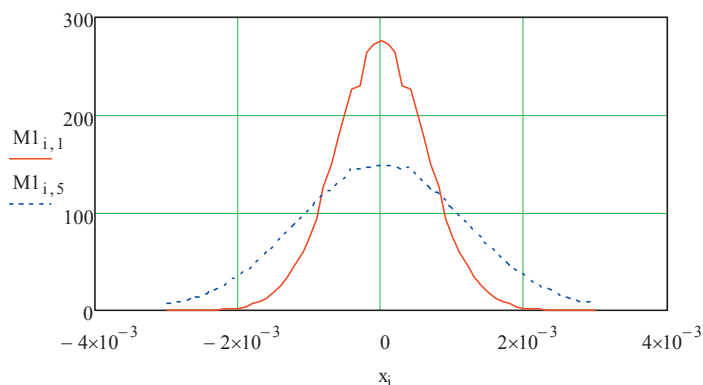
$$a := 0.05 \quad i := 0..60 \quad x_i := -0.003 + 0.0001 \cdot i \quad j := 0..40 \quad t_j := 0.0000001 + 0.00005 \cdot j$$

$$T(x,t) := \frac{1}{2 \cdot a \cdot \sqrt{t \cdot \pi}} \int_{-0.2}^{0.2} A(\xi) \cdot e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4 \cdot a^2 \cdot t}} d\xi \quad M_{i,j} := T(x_i, t_j)$$



$$M_{30,20} = 285.42 \quad M_{40,20} = 260.697$$

$$T1(x,t) := \frac{1}{2 \cdot a \cdot \sqrt{t \cdot \pi}} \int_{-0.2}^{0.2} A1(\xi1) \cdot e^{-\frac{(x-\xi1)^2}{4 \cdot a^2 \cdot t}} d\xi1 \quad M1_{i,j} := T1(x_i, t_j)$$



$$M1_{30,5} = 148.81 \quad M1_{32,5} = 146.719$$

Рисунок 14.

Выводы

1. Разработана методика расчета температуры обработанной поверхности единичным абсолютно острым и с наличием площадки износа абразивным электрокорундовым зерном.

2. Разработана методика расчета температуры самоподогрева, т.е. температуры обработанной поверхности на глубине резания равной толщине среза абразивным зерном, режущим в след предыдущего. Эта методика может быть использована для дальнейшего расчета контактной температуры, т.е. температуры после массового резания пым количеством зерен до выхода обработанной поверхности из-под круга.

3. Установлено, что при резании абсолютно острым зерном толщина среза не влияет на температуру обработанной поверхности и при этом самоподогрев очень незначителен (10-20 °С), которым можно пренебречь.

4. Установлено, что при резании зерном с площадкой износа толщина среза заметно влияет на температуру обработанной поверхности в отличие от резания абсолютно острым зерном. Рост толщины среза ведет к росту температуры от работы пластической деформации в связи с перетеканием тепла из зерна в обработанную поверхность после выхода ее из зоны пластической деформации и начала трения на площадке износа.

5. Установлено, что после резания зерном с площадкой износа прогрев обработанной поверхности достигает значительно большей глубины, чем при резании абсолютно острым зерном.

6. Нагрев обработанной поверхности единичным абразивным зерном в момент резания следующим для принятых условий окончательного круглого наружного шлифования достигает значения $=147^{\circ}\text{C}$, а для принятых условий обдирочного шлифования $=270^{\circ}\text{C}$.

Литература

1. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. М.: Машиностроение, 1968 с.
2. Редько С.Г. Процессы теплообразования при шлифовании металлов. Изд-во Саратовского университета, 1962, 231 с.
3. Резников А.Н. Теплофизика резания. М., Машиностроение, 1969, 288 с.
4. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. - М.: Машиностроение, 1974.- 280 с.
5. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. Изд-во Ленинградского университета, 1981, 141 с.
6. Новиков Ф.В. Математическая модель определения температуры при шлифовании на основе учета баланса тепла, уходящего в образующиеся стружки и обрабатываемую деталь. "Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка". Випуск 61, Харків 2007, 23-33 с.
7. Новиков Ф.В., Рябенков И.А. Теоретический анализ условий повышения качества обработки по температурному критерию. "Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка". Випуск 61, Харків 2007, 164-171 с.
8. Новиков Ф.В., Рябенков И.А. Исследования теплонапряженности процессов шлифования. "Восточно-европейский журнал передовых технологий" №2/4 (32) 2008, 41-44 с.
9. Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Пирогов А.Ю. Теплофизика резания единичным абразивным зерном. "Восточно-европейский журнал передовых технологий" 1/5 (31) 2008, 30-40 с.
10. Сизый Ю.А., Сталинский Д.В., Пирогов А.Ю., Харченко Е.В. Выбор модели источника тепла при резании единичным абразивным зерном. Вестник Национального технического университета "ХПИ" 4 2008, 138-144 с.
11. Сизый Ю.А., Степанов М.С. Математическое моделирование температурного поля в шлифуемой заготовке периферией круга. "Восточно-европейский журнал передовых технологий" №2, 2004, 52-63 с.
12. Физико - математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения. В десяти томах под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. Том 2. Теплофизика резания материалов. 404-410 с. Одесса-2003.
13. Основы проектирования и технологии изготовления абразивного и алмазного инструмента. /Ковальчук Ю.М. и др./ - М., 1984.