

# К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ В БУКСАХ КРАНОВЫХ КОЛЕС

**А. В. Чернышенко**

Ассистент

«Промышленный и автомобильный транспорт»\*

Контактный тел.: (057)733-78-18

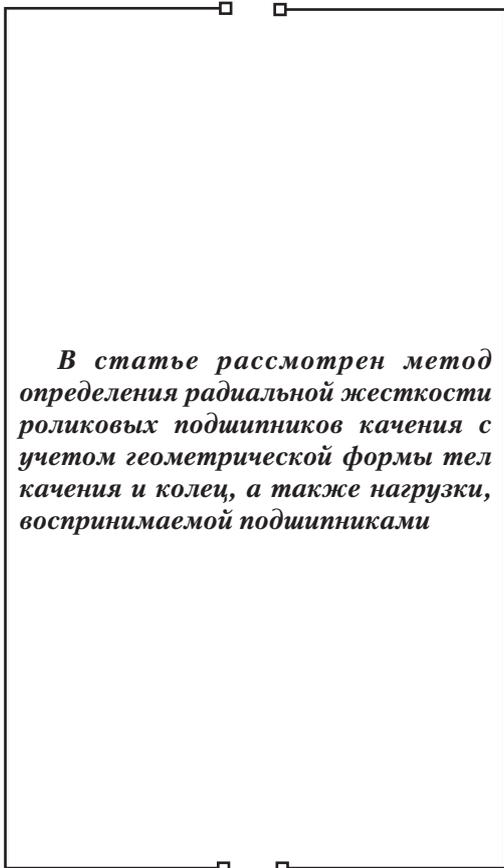
**А. А. Павлова**

Кандидат технических наук, доцент\*

Контактный тел.: (057)733-78-28

\*Кафедра «Технологий и управления качеством в машиностроении»\*

Украинская инженерно-педагогическая академия  
ул. Университетская, 16, г. Харьков, Украина



*В статье рассмотрен метод определения радиальной жесткости роликовых подшипников качения с учетом геометрической формы тел качения и колец, а также нагрузки, воспринимаемой подшипниками*

## Постановка проблемы

При динамических исследованиях кранов (построение динамических моделей) иногда возникает задача определения жесткости подшипников для учета их влияния на общую картину динамических процессов. Например, определение динамических нагрузок при передвижении кранов по рельсовому пути [1]. В большинстве динамических исследований кранов жесткость подшипников не рассматривается, так как она значительно больше жесткости других элементов динамической системы крана при подъеме и опускании груза, кроме того, подшипники выполняют обслуживающую функцию (поддержка осей и валов) и их жесткость не влияет на динамические системы механизмов подъема, передвижения крана и т.д. Однако, существуют и другие задачи, в которых не учитывать жесткость подшипников невозможно.

## Анализ существующих решений

Вопросом определения жесткости и податливости различных подшипников качения занимались многие ученые Лобов Н.А., Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. и др. Но эти труды в основном рассматривают определение смещения оси вращения подшип-

ников и уточнение ее геометрического положения под нагрузкой. В станочном оборудовании, где жесткость подшипников существенным образом влияет на точность обработки деталей, эта тема особенно развита. В справочной же литературе в основном рассматривается податливость подшипников качения, расчет которой был опубликован фирмой SKF [2], где для радиальных роликовых подшипников радиальная податливость определяется по формуле:

$$\delta_r = \frac{1.2 \cdot 10^{-3} \sqrt[4]{Q^3}}{\cos \alpha \sqrt{l}}, \tag{1}$$

где  $\alpha$  - угол контакта в подшипниках качения;  
 $Q$  - радиальная нагрузка, воспринимаемая наиболее нагруженным телом качения;  
 $l$  - длина ролика в подшипнике качения.

Радиальную нагрузку определяют по формуле [3]:

$$Q = \frac{5F_r}{i \cdot z \cos \alpha}, \tag{2}$$

где  $F_r$  - радиальная нагрузка;  
 $i$  - число рядов;  
 $z$  - число тел качения в одном ряду.

Так же рассматривается податливость с учетом радиального и осевого зазоров [3].

Однако данные расчеты не позволяют провести оценку жесткости подшипников с учетом их геометрии, свойств металла и нагрузки.

**Цели исследования**

Как уже было сказано выше, для решения некоторых задач, которые связаны с динамикой работы металлоконструкций кранов, необходимо учитывать механические свойства всех элементов конструкций, которые могут существенным образом повлиять на динамическую картину. При рассмотрении движения крана по рельсовому пути особенно важно учесть жесткость подшипников букс крановых колес, так как по своим значениям она близка к жесткости металлоконструкций.

Так же при прохождении краном стыков рельсового пути жесткость подшипников букс крановых колес может оказать существенное влияние на динамическую картину всего крана.

Необходимо разработать универсальную схему расчета, которая позволила для любых шариковых сферических подшипников, по геометрическим параметрам тел качения определять их жесткость.

**Основной материал исследования**

Для решения поставленной задачи необходимо в начале определить основные подходы к понятию жесткости подшипников. Предлагается подойти к жесткости подшипников как к жесткости пружины, которая определяется по следующему закону:

$$F = \delta \cdot c, \tag{3}$$

где  $k$  - жесткость подшипника

$\delta$  - радиальное смещение внутреннего вала подшипника (рис 1)

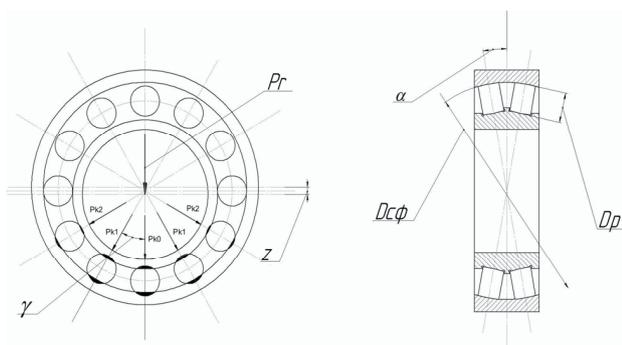


Рисунок 1. Распределение сил между телами качения в роликовом подшипнике. от радиальной силы

Исходя из (3) необходимо найти жесткость подшипников исходя из свойств металла и геометрической формы колец и тел качения подшипников.

Каждое из тел качения, которое воспринимает нагрузку, имеет два пятна контакта и воспринимает деформацию от внутреннего кольца, передавая его на наружное кольцо.

Общее выражение для вычисления величины упругого сближения кольца и тела качения имеет вид [5]

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{P}{\pi} \cdot \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{a} J, \tag{4}$$

где  $P$  - нагрузка на одно тело качения,  
 $a$  - наибольшая полуось эллипса контакта.  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$  - коэффициента эластичности которые соответственно равны  $\vartheta_1 = \frac{4(1-\mu_1^2)}{E_1}$  и  $\vartheta_2 = \frac{4(1-\mu_2^2)}{E_2}$ .

В основном все подшипники качения изготавливаются из легированной стали ШХ 15 и все их элементы имеют одинаковую твердость. Учитывая, что для стали модуль Юнга -  $E = 2.15 \cdot 10^5$  МПа, а коэффициент Пуассона -  $\mu = 0.3$ . Тогда формулу (4) можно записать в следующем виде;

$$\delta = 3 \frac{P}{a} \frac{1-\mu^2}{E\pi} J = 4.042 \cdot 10^{-6} \frac{P}{a} J. \tag{5}$$

Жесткость при сближении кольца и тела качения подшипника можно определить с учетом (1)

$$c = \frac{P}{\delta} = 4.042 \cdot 10^6 \frac{a}{J}, \tag{6}$$

для общего случая контакта тел качения

$$a = J1 \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3} \left( \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \sin^2 \frac{\tau}{2} Pk}$$

Учитывая преобразования, приведенные Пинегиным [4], получаем следующую расчетную формулу для определения площадки контакта

$$a = J1 \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{Pk}{\left( \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \left( 1 - \frac{\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}}}{\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}}} \right)^2}} \tag{7}$$

где  $J1 = \int_0^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{K \left( 1 + \frac{z^2}{K^2} \right)^3 (1+z^2)}}$  эллиптический интеграл.

В сферических подшипниках контакт ролика с внешним кольцом можно рассмотреть как контакт сферы с бочкообразным роликом, один из радиусов которого совпадает с радиусом сферы, то есть  $R_1 = \frac{D_p}{2}$  ( $D_p$  - диаметр ролика) - радиус ролика в плоскости перпендикулярной оси качения, а  $R_{12} = R_{21} = R_{22} = R_2$  - радиусы наружного сферического кольца и ролика в плоскости

проходящей через ось вращения ролика. Для таких радиусов кривизны пятно контакта будет иметь форму прямоугольника. Тогда проведя преобразования, с учетом кривизны вступающих в контакт поверхностей и решения эллиптического интеграла  $J1=0.785$  мы получим.

$$a = 0.785 \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot 1.5} = 0.755 \cdot \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} - \frac{2}{D_{сф}} \right)}} \quad (8)$$

где  $D_p$  - диаметр шара,

$D_{сф}$  - диаметр сферы подшипника.

Учитывая (6) и (8), а также что при вышеприведенных геометрических параметрах  $J=1.571$ , определяем жесткость при сжатии наружного кольца и роликом подшипника можно записать в следующем виде;

$$c_1 = 1.943 \cdot 10^6 \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} - \frac{2}{D_{сф}} \right)}} \quad (9)$$

Для определения жесткости между роликом и внутренним кольцом воспользуемся тем же алгоритмом, учитывая, что для определения площадки контакта между роликом и внутренним кольцом мы воспользуемся предложенным ранее решением [5],

$$a = J1 \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}} \right) \left( 1 - \frac{\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}}}{2} \right)}} \quad (10)$$

Учитывая основные геометрические параметры внутреннего кольца подшипника и ролика, можем записать (10) в следующем виде

$$a = 0.785 \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{3} \frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}} \right) \left( 1 - \frac{\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}}}{2} \right)}} \quad (11)$$

Тогда с учетом (6) и (11), а так же решения эллиптических интегралов  $J=1.571$  и  $J1=0.785$  мы получаем жесткость при контакте внутреннего кольца и ролика

$$c_2 = 2.223 \cdot 10^6 \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}} \right) \left( 1 - \frac{\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}}}{2} \right)}} \quad (12)$$

Общая жесткость при взаимодействии колец и ролика в подшипнике состоит из двух жесткостей  $k_1$  и  $k_2$  взаимодействующих последовательно. Согласно [6] при последовательном взаимодействии жесткостей их общую составляющую можно найти через податливость следующим образом,

$$e_{1,2} = e_1 + e_2, \quad (13)$$

где  $e=1/c$  - величина обратная жесткости.

Следовательно, податливость будет равна;

$$e_{1,2} = 1.943 \cdot 10^{-6} \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} - \frac{2}{D_{сф}} \right)}} + 2.223 \cdot 10^{67} \sqrt[3]{\frac{Pk}{\left( \frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}} \right) \left( 1 - \frac{\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{сф}}}{2} \right)}} \quad (14)$$

Так как внутреннее кольцо обычно с натягом садится на вал, а наружное устанавливается в буксу то их можно принять абсолютно жесткими и ограничиться учетом только контактной жесткости. Однако при расчете необходимо учесть также жесткость самого тела качения, то есть ролика. Сжатие ролика можно рассмотреть как сжатие полуцилиндра умноженное на 2 для того, чтобы упростить расчет и избежать работы с мнимыми числами. Тогда сжатие ролика можно представить в виде суммы отдельных тел с изменяемой площадью,

$$\Delta l = 2 \frac{Pk}{E} \sum_{i=1}^n \frac{l_{i+1} + l_i}{\sqrt{\frac{D_p^2}{4} - l_i^2}} \cdot L, \quad (15)$$

где  $L$  - длина ролика.

В данном случае сумма легко заменяется интегрированием, тогда,

$$\Delta l = 2 \frac{Pk}{E} \cdot \int_0^{\frac{D_p}{2}} \frac{1}{2 \cdot L \cdot \sqrt{\left( \frac{D_p}{2} \right)^2 - l^2}} dl = \frac{Pk \cdot \pi}{2 \cdot E \cdot L} \quad (16)$$

Подставляя в (16) (3) и проведя соответствующие преобразования получаем, что податливость ролика изготовленного из стали и сжимаемого силой  $P_k$  будет равна

$$e_{sh} = 7.306 \cdot 10^{-6} \frac{1}{L} \tag{17}$$

Податливость всей группы (наружное кольцо, ролик, внутреннее кольцо) можно определить как сумму податливостей при контакте ролика с кольцами подшипника и податливости самого ролика. Тогда суммарная податливость будет равна

$$e_{i,2} = 1.943 \cdot 10^{-6} \sqrt[3]{\frac{P_k}{\left(\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{cf}}\right)}} + 7.306 \cdot 10^{-6} \frac{1}{L} + 2.223 \cdot 10^{67} \sqrt[3]{\frac{P_k}{\left(\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{cf}}\right) \left(1 - \frac{\frac{2}{D_p} + \frac{2}{D_{cf}}}{2}\right)}} \tag{18}$$

Нагрузка  $P_{k_i}$  определяется, согласно [5], по формуле

$$P_{k_i} = 2P_{k_0} \cdot \cos^3(\gamma_i) \cdot \cos \alpha, \tag{19}$$

а  $P_{k_0}$  находим из следующего выражения

$$P_{k_0} = \frac{P_r}{\cos(\alpha) \left[ 1 + 2 \sum_{i=0}^{n/2-1} \cos^3(i \cdot \gamma) \right]} \tag{20}$$

В радиальном подшипнике, в восприятии радиальной нагрузки участвуют только те ролики, которые расположены на дуге не превышающей 180°. Следовательно, необходимо учесть жесткость всех тел качения, которые воспринимают нагрузку. Как видно из (18) жесткость зависит от воспринимаемой нагрузки. Жесткость всего подшипника можно рассчитать как сумму всех жесткостей от взаимодействия внутреннего и внешнего кольца с телами, которые вступают во взаимодействие. Для упрощения расчета допустим, что при работе нагруженного подшипника жесткость его не изменяется в зависимости от геометрического положения тел качения относительно линии действия силы. Также необходимо учесть

только радиальную составляющую жесткости. Тогда суммарная жесткость подшипников будет равна

$$c = c_0 \cdot \cos(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \sum_1^{n/2-1} c_i \cdot \cos(\gamma \cdot i), \tag{21}$$

где  $c = \frac{1}{e}$  - жесткости тел качения;

$\alpha$  - угол между телами качения в плоскости, проходящей через ось вращения подшипника;

$\gamma$  - угол между телами качения, который можно найти из следующего выражения.

$$\gamma = \frac{2\pi}{z} \tag{22}$$

где  $z$  - количество тел качения в подшипнике.

---

### Выводы

---

Нами получена четкая схема расчета, позволяющая оценить жесткость радиальных роликовых подшипников качения. Последовательность расчета рекомендуется проводить следующим образом:

1. по формуле (20) оценить нагрузку, которая приходится на самое нагруженное тело качения;
  2. по формуле (19) найти нагрузку, которая приходится на каждое из тел качения, которые воспринимают радиальную нагрузку;
  3. по формуле (18) рассчитать податливость каждого из тел качения и перевести податливости всех тел качения в жесткости.
  4. по формуле (21) рассчитать общую жесткость всего подшипника.
- 

### Литература

1. Лобов Н.А. Динамика передвижения кранов по рельсовому пути. Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 232с.;
2. SKF bearing in machine tools N 2580 E, 1973 172p.;
3. Бейзельман Р.Д., Ципкин Б.В., Перель Л.Я. Подшипники качения. Справочник. Изд. 6-е, перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1975.,
4. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению Москва «Машиностроение» 1969 342с.;
5. Мельниченко А.А., Фидровская Н.Н., Чернишенко А.В. «Распределение нагрузки между телами качения в радиальных подшипниках» Вестник Харьковского Национального Автомобильно-дорожного Университета, выпуск 27, Харьков 2004. ;
6. Федорова З.М., Лукин И.Ф., Нестеров А.П. Подъемники, «Вища школа», Киев, 1976 296с.,
7. Решетов Д.Н. «Детали машин», Москва, «Машиностроение», 1989.