

УДК 629.014.7-534.011

# ТЕОРИЯ ДВИЖЕНИЯ КАРЬЕРНЫХ САМОСВАЛОВ ПО ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ДОРОГАМ БЕЗ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ

Ю. С. Рудь

Доктор технических наук, профессор, заведующий  
кафедрой\*  
E-mail: rud-u-s@yandex.ru

И. С. Радченко

Кандидат физико-математических наук, доцент\*

В. Ю. Белоножко

Старший преподаватель  
Кафедра начертательной геометрии и  
машиностроительного черчения\*\*

А. С. Ткаченко

Ассистент\*

\*Кафедра теоретической и прикладной механики\*\*

\*\*Криворожский технический университет  
ул. XXII партсъезда, 11, Кривой Рог, Украина, 50027  
Контактный тел.: (056) 409-06-10

*Розроблена теорія руху кар'єрних самоскидів по технологічним дорогах без спеціальних покриттів. Кар'єрний самоскид представлений фізичною моделлю у вигляді одновісного транспортного засобу, який переміщується по нерівностям дорожнього полотна*

*Ключові слова: кар'єрний самоскид, підвіска, фізична модель, диференціальне рівняння, вертикальні коливання, вимушені коливання, швидкість і прискорення коливань, нерівності дорожнього полотна*

*Разработана теория движения карьерных самосвалов по технологическим дорогам без специальных покрытий. Карьерный самосвал представлен физической моделью в виде одноосного транспортного средства, которое перемещается по неровностям дорожнего полотна*

*Ключевые слова: карьерный самосвал, подвеска, физическая модель, дифференциальное уравнение, вертикальные колебания, вынужденные колебания, скорость и ускорение колебаний, неровности дорожнего полотна*

*The theory of motion of quarry tippers is worked out on technological roads without the special coverage's. A quarry tipper is presented by a physical model as a monaxonic transport vehicle which moves on the buriers of travelling linen*

*Keywords: quarry tipper, pendant, physical model, differential equalization, vertical vibrations, forced vibrations, speed and acceleration of vibrations, burries of travelling linen*

## Проблема и ее связь с научными и практическими задачами

Карьерные самосвалы большой грузоподъемности широко применяются при добыче железорудного сырья открытым способом.

Применение таких самосвалов в сочетании с мощными экскаваторами, погрузчиками и бульдозерами обеспечивает повышение производительности труда рабочих, снижение себестоимости погрузки и транспортировки горной массы. При этом сокращается численность транспортного оборудования на карьере, упрощается строительство карьера, снижаются затраты на прокладку и содержание дорог. Карьерные самосвалы – это внедорожные транспортные средства, поскольку из-за больших нагрузок на оси их движение по дорогам общего пользования недопустимо. В железорудном карьере самосвалы перемещаются по технологическим дорогам без специальных

покрытий, выполненных в соответствии с особыми требованиями.

Технологические дороги, располагаемые в пределах горно-добывающих предприятий, - обогатительных фабрик, карьеров и отвалов, предназначены для движения специализированных автотранспортных и других средств, обеспечивающих технологический процесс горных работ [1]. Технологические дороги в зависимости от срока службы делятся на постоянные и временные. К временным дорогам относятся дороги, располагаемые на уступах карьеров и отвалов, со сроком службы до одного года. Постоянные технологические дороги, располагаемые в карьерах и на отвалах со сроком службы до трех лет и объемом перевозок свыше 15 - 25 млн. т брутто/год, проектируются по нормам дорог категории II-к, менее 15 - 25 млн. т брутто/год - по нормам дорог III-к категории. Временные технологические дороги в карьерах и на отвалах проектируются по нормам дорог III-к категории независимо от объема

перевозок. Все технологические дороги в карьерах и на отвалах при разработке горных пород, снижающих несущую способность при увлажнении, следует проектировать в виде профилированных дорог без твердых покрытий. Только при неблагоприятных гидрогеологических условиях допускается предусматривать дорожные одежды низких типов с применением местных материалов.

Основным видом покрытия, который применяется для технологических дорог карьеров, является укладываемый по способу заклинки прочный фракционированный щебень из подобранного щебеночного и гравийного материала, шлака требуемой прочности, из местных каменных и гравелисто-песчаных грунтов, обработанных органическими или минеральными вяжущими с применением поверхностно-активных веществ (ПАВ). Расчетные скорости движения транспортных средств (км/ч): 30/50 - основные; 20/40 - допускаемые в трудных условиях, 15/30 допускаемые в особо трудных условиях.

Величина эксплуатационных затрат – расход горюче-смазочных материалов, стоимость ремонтных работ, технического обслуживания и запасных частей и т.п., необходимых для постоянного поддержания работоспособности самосвалов на требуемом уровне, в значительной степени определяется состоянием карьерных дорог.

По объективным причинам (переменная плотность и фракционный состав щебеночного и гравийного материала, уложенного на дорогу, влияние атмосферных осадков и т.п.) дорожное полотно железорудных карьеров сильно отличается от плоской поверхности и имеет значительные неровности, которые создаются движущимся транспортом в процессе его эксплуатации. Транспортникам с этим приходится мириться и учитывать этот фактор при эксплуатации техники в течение длительного времени. В руководстве по эксплуатации карьерных самосвалов БелАЗ 7555В и БелАЗ 7555Е на участке дороги, равной базе самосвала, допускается пять неровностей глубиной 3...5 см или одна неровность глубиной до 10 см (правда скорость движения при этом ограничивается 25 км/ч) [2]. Реальные карьерные технологические дороги часто не вписываются в эти требования. Движение самосвала по поверхности, которая имеет выступы и впадины, приводит к возникновению значительных колебаний автомобиля при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна. Поэтому создание теории движения самосвалов по карьерным дорогам, имеющим неровности разной глубины, которые приводят к возникновению колебательных процессов в автомобиле, представляет собой научную задачу, имеющую большое практическое значение. Вычисленные с помощью этой теории силы и ускорения, действующие в конструкциях автомобиля, дают возможность определить возникающие в них напряжения, а затем найти запасы прочности, степень износа и другие показатели работоспособности деталей и узлов самосвалов [3, 4]. Кроме того, появляется возможность найти величину дополнительного расхода топлива, необходимого при движении автомобиля по карьерным дорогам, имеющим неровности разной глубины, а также разработать научно обоснованные требования к качеству дорожного полотна.

### Анализ исследований и публикаций

Известны работы, в которых исследуются колебания инженерных объектов различного функционального назначения [5-8]), в т.ч. автомобилей (см., например, [9, 10]). В монографии [9] рассмотрены вопросы вынужденных колебаний, в которых возмущающие силы являются детерминированными функциями времени, т.е. изменяющимися по известному закону в зависимости от времени. В отличие от этого, колебания конструктивных элементов карьерных самосвалов возбуждаются случайными внешними воздействиями от неровностей дорожного полотна. В работе [10] разработаны основы теории колебаний механических систем самосвала с кинематическим возбуждением, вызванным неровностями дороги, в т.ч. определены основные энергетические соотношения колебаний механических систем, найдены уравнения для определения полной работы за время прохождения самосвалом единичной неровности дорожного полотна.

### Постановка задачи

Настоящая работа является логическим продолжением исследований, результаты которых представлены в [6]. Используя предложенную нами физическую модель «одноосного транспортного средства» (рис. 1), поставлена задача на основе общей теории колебаний разработать теорию движения карьерных самосвалов по технологическим дорогам без специальных покрытий. Используя разработанную теорию, исследовать поперечные колебания карьерных самосвалов, определить скорость их движения, при которой наступает резонанс колебаний, рассчитать скорость и ускорения конструктивных элементов автомобиля при таких колебаниях.

### Изложение материала и результаты

Представим модель карьерного самосвала в виде одноосной механической системы (см. рис. 1). Такая модель автомобиля с физической точки зрения вполне оправдана. Действительно, если масса автомобиля равна  $m$ , а жесткость каждой из четырех рессор подвески равна  $c_1$ , то жесткость эквивалентной рессоры самосвала равна  $c = 4c_1$ . Здесь мы учли то, что в данном случае рессоры подвески самосвала соединены параллельно.

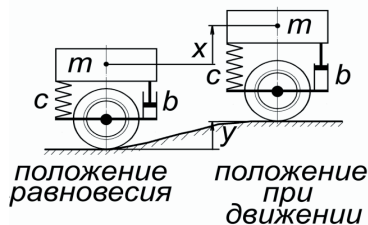


Рис. 1. Физическая модель одноосного транспортного средства

Обозначим смещение оси вращения колеса одноосного транспортного средства через  $y$ , а смещение его центральных масс – через  $x$ . Запишем уравнение по-

верхности дорожного полотна с неровностями в виде такой функции (рис. 2):

$$y = a \cos(2\pi s/l), \tag{1}$$

где  $a$  – глубина неровностей дороги,  $l$  – длина неровности,  $m$ ,  $s$  – путь перемещения центра масс.

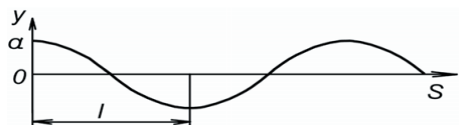


Рис. 2. Форма поверхности дорожного полотна

При движении автомобиля по единичной неровности дороги рессора подвески растягивается на величину  $x$ -у и, следовательно, сила упругости может быть описана функцией

$$F_{yn} = -c(x - y). \tag{2}$$

Согласно второму закону Ньютона

$$F = m \cdot a = m\ddot{x}. \tag{3}$$

Дифференциальное уравнение движения самосвала при отсутствии демпфера записываем в таком виде:

$$m\ddot{x} = -c \cdot (x - y),$$

т.е.

$$m\ddot{x} + cx = cy. \tag{4}$$

Если скорость самосвала равна  $v$ , то в уравнении (1) путь  $s = v \cdot t$  ( $t$  время движения по неровности), поэтому уравнение (4) принимает следующий вид:

$$m\ddot{x} + cx = c \cdot a \cos(2\pi vt/l). \tag{5}$$

Это дифференциальное уравнение описывает вертикальные колебания автомобиля. Разделим левую и правую части этого уравнения на  $m$  и введем обозначение  $k^2 = c/m$ ,  $c^{-2}$ . Перепишем уравнение (5) в таком виде:

$$\ddot{x} + k^2 x = k^2 \cdot a \cos(2\pi vt/l). \tag{6}$$

Уравнение (6) - это неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.

Однородное дифференциальное уравнение  $\ddot{x} + k^2 x = 0$  имеет характеристическое уравнение  $z^2 + k^2 = 0$  с корнями  $z_{1,2} = \pm ik$ . Общее решение однородного дифференциального уравнения имеет такой вид:

$$x_1 = A \cos(kt) + B \sin(kt). \tag{7}$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения записываем в форме

$$x_2 = D \cos(2\pi vt/l). \tag{8}$$

Постоянную интегрирования  $D$  найдем так. В уравнении (8) находим первую и вторую производные

по времени  $t$  и их величины подставим в равенство (6). Получаем

$$-D \cdot (2\pi v/l)^2 \cdot \cos(2\pi vt/l) + k^2 D \cdot \cos(2\pi vt/l) = k^2 a \cos(2\pi vt/l). \tag{9}$$

$$D = k^2 a / [k^2 - (2\pi v/l)^2].$$

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения записывается в такой форме:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(kt) + B \sin(kt) + D \cos(2\pi vt/l). \tag{10}$$

Постоянная интегрирования  $A$  и  $B$  находим, как обычно [6], из начальных условий  $t = 0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0 = v_0$ . При

$$\dot{x} = -Ak \cos(kt) + Bk \sin(kt) - D \cdot (2\pi v/l) \cdot \sin(2\pi vt/l) \tag{11}$$

с учетом начальных условий имеем

$$x_0 = A + D, \dots = -D. \tag{12}$$

$$v_0 = Bk, \dots B = -v_0/k. \tag{13}$$

Следовательно, в данном случае автомобиль совершает вынужденные колебания с круговой (циклической) частотой  $k_1 = 2\pi v/l$ .

Известно, что резонанс механической системы возникает при выполнении условия совпадения частоты собственных колебаний  $k$  с частотой вынужденных колебаний  $k_1$ , т.е. при  $k_1 = k = \sqrt{c/m}$ . Отсюда находим скорость движения автомобиля, при котором возникает его резонанс:

$$v = \frac{l}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}}. \tag{14}$$

**Численный пример.** Рассмотрим движение автомобиля с массой  $m = 1 \cdot 10^3$  кг, жесткость пружин подвески равно  $c = 1 \cdot 10^5$  Н/м. Автомобиль движется по дороге, поверхность которой описывается уравнение (1) с параметрами  $a = 0,10$  м,  $l = 10$  м. Согласно формуле (14) имеем

$$v = \frac{l}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{10}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^3}} = 15,92 \text{ м/с} = 57,32 \text{ км/ч.}$$

Следовательно, такой автомобиль, для того чтобы не попадать в резонанс, должен ехать со скоростью  $v < 57,32$  км/ч.

**Движение самосвала по дорожному полотну с неровностями при наличии в подвеске автомобиля амортизаторов.** Обозначим постоянную демпфирования (коэффициент затухания) рассматриваемой механической системы через  $b$ . Сила сопротивления движению самосвала пропорциональна скорости  $F_c = b\dot{x}$ . Составим дифференциальное уравнение движения автомобиля

$$m\ddot{x} = -b\dot{x} - c(x - y). \tag{15}$$

Отсюда находим

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = cy. \tag{16}$$

Так как  $y = a \cos 2\pi s/l$ , то

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{c}{m}x = \frac{ca}{m} \cos\left(\frac{2\pi\nu \cdot t}{l}\right). \quad (17)$$

Обозначим  $2n = b/m$ ,  $k^2 = c/m$  и перепишем уравнение (17) в виде

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = k^2a \cos(2\pi\nu t/l). \quad (18)$$

Уравнение (5) - это неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Ему соответствует однородное дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = 0. \quad (19)$$

Записываем соответствующее характеристическое уравнение

$$z^2 + 2nz + k^2 = 0.$$

Корни этого приведенного квадратного уравнения равны

$$z_{1,2} = -n \pm \sqrt{k^2 - n^2}. \quad (20)$$

В дальнейшем рассматриваем только частный случай, когда  $n < k$  [8]. В таком случае последнее равенство перепишем так:

$$z_{1,2} = -n \pm \sqrt{k^2 - n^2} \cdot \sqrt{-1} = -n \pm ik_1, \quad (21)$$

где  $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$ .

Общее решение дифференциального уравнения (18) записываем в таком виде [9]:

$$x_1 = e^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)). \quad (22)$$

Частное решение неоднородного дифференциального уравнения (18) записываем в виде

$$\begin{aligned} x_2 &= D \cos(2\pi\nu t/l - \alpha) = D \cos(\omega t - \alpha) \\ z_{1,2} &= -n \pm \sqrt{n^2 - k^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\omega = 2\pi\nu/l$ .

Кроме того, введем обозначение  $H = ca/m = k^2a$  и найдем постоянные интегрирования  $D$  и  $\alpha$ . Для этого находим первую и вторую производные по времени  $t$  в равенстве (11):

$$\dot{x}_2 = -D \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \alpha), \quad (24)$$

$$\ddot{x}_2 = -D \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t - \alpha). \quad (25)$$

Подставим значения этих производных в равенство (5) и получим

$$\begin{aligned} &-D\omega^2 \cos(\omega t - \alpha) - 2nD \sin(\omega t - \alpha) + k^2 D \cos(\omega t) = \\ &= H \cos((\omega t - \alpha) + \alpha) = \\ &= H \cos(\omega t - \alpha) \cos(\alpha) - H \sin(\omega t - \alpha) \sin \alpha. \end{aligned}$$

Отсюда, после группировки, вынесения за скобки и приравнивания к нулю коэффициентов при членах  $\cos(\omega t - \alpha)$  и  $\sin(\omega t - \alpha)$ , находим

$$\cos \alpha = D(k^2 - \omega^2)/H; \quad \sin \alpha = 2Dn\omega/H. \quad (26)$$

Отсюда  $\operatorname{tg} \alpha = 2n\omega/(k^2 - \omega^2); \quad (27)$

$$D^2 = \frac{k^4 \cdot a^2}{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}. \quad (28)$$

Следовательно, общее решение неоднородного дифференциального уравнения имеет такой вид:

$$x = x_1 + x_2 = e^{-nt} (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + D \cos(\omega t - \alpha). \quad (29)$$

Первые два слагаемых в этом равенстве описывают переходной процесс, т.е. ту составляющую, которая исчезает с течением времени  $t$ , оставляя лишь частное решение  $x_2$ . Анализируя амплитуду вынужденных колебаний  $D$ , отмечаем, что она описывает некоторую функцию, которая имеет максимум. Максимум функции достигается тогда, когда знаменатель выражения (17) будет минимальным. Обозначим  $F = (k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2$  и найдем первую производную уравнения по параметру  $\omega$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = 2(k^2 - \omega^2) \cdot (-2\omega) + 8n^2 \omega. \quad (30)$$

Приравнивая эту производную к нулю, находим

$$\omega^2 = k^2 - 2n^2; \quad \omega = \sqrt{k^2 - 2n^2}. \quad (31)$$

Из равенства (19) находим вторую производную

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} = -4k^2 + 12\omega^2 + 8n^2.$$

Подставляя в это выражение значение  $\omega$  из (20), находим

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} = 8k^2 - 16n^2 > 0.$$

Так как вторая производная больше нуля ( $k \gg n$ ), то функция  $F$  при значении  $\omega$ , полученном из равенства (31), имеет минимальное значение, а амплитуда  $D$  будет максимальный. Из равенств (12) и (20) находим величину скорости  $v_1$ , при которой наступит практический резонанс системы

$$v = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{k^2 - 2n^2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{2b^2}{m^2}}. \quad (32)$$

Из формулы (21) видно, что практический резонанс системы наступает при меньших значениях постоянной демпфирования.

Из равенства (18) находим скорость движения автомобиля

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial x}{\partial t} = -ne^{-nt} \cdot (A \cos(k_1 t) + B \sin(k_1 t)) + \\ &+ e^{-nt} \cdot (Ak_1 \sin(k_1 t) + Bk_1 \cos(k_1 t)) - D\omega \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (33)$$

Используя начальные условия  $x=x_0$  и  $\dot{x}=v_0$ , из последних двух уравнений находим

$$x_0 = A + D \cos(-\alpha) = A + D \cos \alpha, \quad A = x_0 - D \cos \alpha, \quad (34)$$

$$v_0 = -nA + Bk_1 + D\omega \sin \alpha,$$

$$B = (v_0 + nx_0 - D(n \cos \alpha + \omega \sin \alpha)) / k_1. \quad (35)$$

Иногда для анализа полученного решения для вынужденных колебаний частное решение неоднородного дифференциального уравнения удобно представить в виде

$$x_2 = G \cos(\omega t) + K \sin(\omega t). \quad (36)$$

Отсюда находим

$$\dot{x}_2 = -G\omega \sin(\omega t) + K\omega \cos(\omega t); \quad (37)$$

$$\ddot{x}_2 = -G\omega^2 \cos(\omega t) - K\omega^2 \sin(\omega t).$$

Подставим значения этих производных в неоднородное дифференциальное уравнение, приведем подобные члены, приравняем коэффициенты при  $\cos(\omega t)$  и  $\sin(\omega t)$  и получим два уравнения:

$$G(c - m\omega^2) + K b \omega = ca;$$

$$G(b\omega) + K(c - m\omega^2) = 0. \quad (38)$$

Из этих уравнений находим определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} c - m\omega^2 & b\omega \\ -b\omega & c - m\omega^2 \end{vmatrix} = (c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2; \quad (39)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} ca & b\omega \\ 0 & c - m\omega^2 \end{vmatrix} = b\omega ca; \quad (40)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} c - m\omega^2 & ca \\ -b\omega & 0 \end{vmatrix} = b\omega ca. \quad (41)$$

Отсюда находим:

$$G = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{(ca)(c - m\omega^2)}{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}, \quad (42)$$

$$K = \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \frac{(b\omega)(ca)}{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}. \quad (43)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} G \cos(\omega t) + K \sin(\omega t) &= \\ &= D(\cos(\omega t) \cos(\alpha) + \sin(\omega t) \sin(\alpha)) = \\ &= D \cos(\omega t - \alpha), \end{aligned}$$

т.е. как и ранее, установившиеся периодические колебания описываются равенством (23).

Амплитуда этих колебаний равна

$$D = \sqrt{G^2 + K^2} = F_0 / \sqrt{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}. \quad (44)$$

Так как  $\sin(\alpha) = (K/D) > 0$ , то фазовый угол  $\alpha$  лежит в первой или второй четвертях. Поэтому  $\operatorname{tg}(\alpha) = K/D = b\omega / (c - m\omega^2)$  при  $0 < \alpha < \pi$ .

Откуда

$$\alpha = \arctg(b\omega / (c - m\omega^2)) \text{ при } c > m\omega^2,$$

$$\alpha = \pi + \arctg(b\omega / (c - m\omega^2)) \text{ при } c < m\omega^2,$$

причем  $\alpha = \pi/2$  при  $c = m\omega^2$ .

*Численный пример.* Исследуем колебания самосвала массой  $m = 9,55 \cdot 10^4$  кг, с коэффициентом затухания подвески  $b = 2 \cdot 10^4$  Н·с/м, коэффициентом жесткости  $A = 2,7 \cdot 10^6$  Н/м, который движется по неровной дороге, поверхность которой описывается уравнением  $y = \alpha \cos(2\pi vt/l)$ . В этом случае дифференциальное уравнение движения автомобиля запишем в виде

$$\begin{aligned} 9,55 \cdot 10^4 \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \cdot 10^4 \frac{dx}{dt} + 2,7 \cdot 10^6 x &= \\ &= 2,7 \cdot 10^6 \cdot 0,05 \cos(5,231t). \end{aligned}$$

Значение коэффициента  $\omega = 5,231$  1/с соответствует скорости движения  $v = 30$  км/ч,  $a = 0,05$  м и  $l = 10$  м. Подстановка этих величин в соответствующие выражения дает:  $G = 0,6262$ ;  $K = 0,1512$ . Так как  $k^2 > \omega$  ( $10^5 < 10^3 \cdot 15^2$ ), то  $\alpha = 51,8334$ ;

$$D = \sqrt{G^2 + K^2} = 0,6444; \quad k_1 = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = 5,3139.$$

При этих значениях коэффициентов получаем следующее уравнение, описывающее движение самосвала по дорожному полотну, имеющему неровности:

$$\begin{aligned} x(t) &= 2,6929 \cdot 10^2 \cos \omega s(5,231t) + 16,6009 \times \\ &\times 10^2 \sin(5,231t) + e^{-0,1047t} \times \\ &\times (0,02693 \cos(3,0970t) + 0,001895 \cdot \sin(3,0970 \cdot t)), \end{aligned} \quad (45)$$

Продифференцировав последнее уравнение по времени, найдем скорость и ускорение колебаний системы.

На рис. 3 показан график зависимости амплитуды вынужденных колебаний  $D$  центра масс самосвала от скорости его движения  $v$ , вычисленная по формуле (28). Резонанс механической системы наступает при скорости движения  $v = 30,6$  км/ч. Следовательно, чтобы исключить явления резонанса на дороге с параметрами неровностей  $a = 0,05$  м и  $l = 10$  м, самосвал должен двигаться со скоростью, меньшей или большей  $v = 30,6$  км/ч.

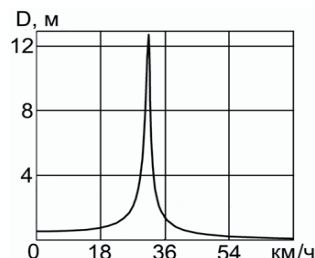


Рис. 3. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний самосвала  $D$  от скорости движения  $v$

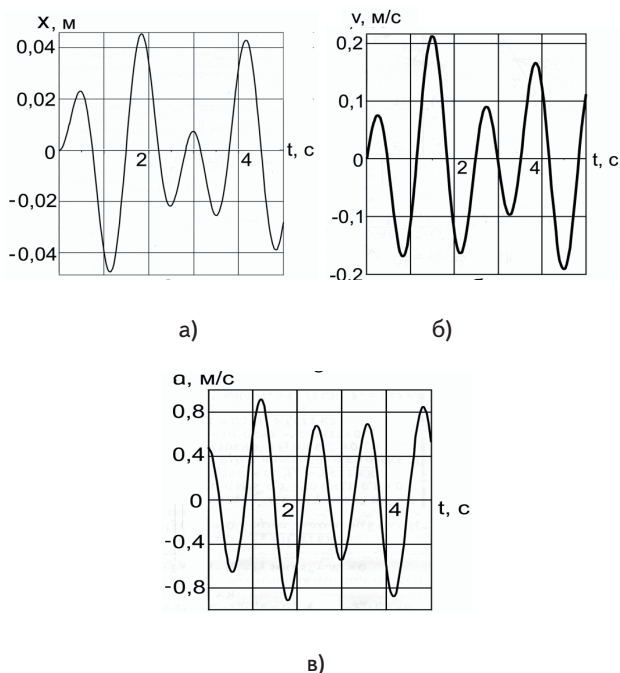


Рис. 4. Зависимость смещения центра тяжести самосвала x (а), его скорости v (б) и ускорения a (в) от времени t

Зависимость смещения центра тяжести самосвала x от времени t описывается функцией (29). Слагаемое  $x_1(t)$  описывает затухающий колебательный процесс (на что указывает наличие в функции множителя  $e^{-\pi t}$ ). Поэтому, по истечению некоторого времени (в пределе  $t \rightarrow \infty$ ) смещение центра тяжести самосвала x, а, следовательно, и его скорость v и ускорение a будут описываться вторым слагаемым функции (29)  $x_2(t)$ . По истечению времени  $t=1/\pi$  амплитуда свободных колебаний самосвала D значительно уменьшится. При наличии близко расположенных неровностей на дорожном полотне в самосвале будут наблюдаться оба типа колебаний – свободные и вынужденные, которые складываются. Графики зависимостей смещения центра тяжести самосвала x, его скорости v и ускорения a от времени t, получаемые при этом, показаны на рис. 4, а-в.

При строительстве карьерных дорог и мостовых переходов важно знать максимальное динамическое давление колес самосвала на их рабочую поверхность. Обратимся снова к общему решению неоднородного дифференциального уравнения (29). Согласно этому уравнению установившиеся колебания самосвала описываются уравнением (23). Максимальная амплитуда колебаний наблюдается при условии, что соблюдается равенство  $\cos(\omega t - \alpha) = 1$ . Вычисляем часть возбуждающей силы, которая передается на рабочую поверхность карьерной дороги или мостового перехода. При этом учитываем упругую силу  $sx_2$  и силу вязкого трения  $b\dot{x}_2 = b\omega x_2$ . Эти силы действуют со сдвигом фаз, равным  $90^\circ$ . Поэтому их равнодействующая R равна

$$R = \sqrt{c^2 x_2^2 + b^2 \omega^2 x_2^2} = x_2 \sqrt{k^4 m^2 + 4\pi^2 m^2 \omega^2} = F_0 \sqrt{k^4 + 4\pi^2 \omega^2} / (k^2 - \omega^2)^2 + (2\pi\omega)^2 \quad (46)$$

Следовательно, максимальное динамическое давление колес самосвала на рабочую поверхность карьерной дороги или мостового перехода при наличии вязкого сопротивления – демпфера подвески равно

$$N = F_0 \sqrt{k^4 + 4\pi^2 \omega^2} / (k^2 - \omega^2)^2 + (2\pi\omega)^2 \quad (47)$$

Как видно из уравнения, максимальное динамическое давление на рабочую поверхность карьерной дороги наблюдается при  $k = \omega$  ( $\sqrt{c/m} = 2\pi v / l$ ), т.е. только при определенном соотношении собственных параметров карьерного самосвала, скорости его движения и параметров неровности – ее длины и глубины. При этом

$$N = c a k^2 l / (2\pi \cdot 2\pi v) \quad (48)$$

Отсюда следует, что при прочих равных условиях максимальное динамическое давление колес самосвала на рабочую поверхность карьерной дороги или мостового перехода прямо пропорционально глубине неровности a, ее длине l и обратно пропорционально скорости движения самосвала v.

Результаты теоретических исследований позволяют решить также такой важный прикладной вопрос, как научное обоснование расхода горючего, необходимого для перевозки железорудного сырья на карьерных дорогах с определенным качеством дорожного покрытия. Так, например, если самосвал расходует на 100 км пути по плоскому дорожному полотну 150 кг дизтоплива (1,5 г/м), то при попадании самосвала массой  $\tau = 9,55 \cdot 10^4$  в единичную неровность с глубиной  $a = 0,05$  м, необходимо выполнить работу по выходу из выбоины  $A_{\text{под}} = m g a = 9,55 \cdot 10^4 \cdot 9,81 \cdot 0,05 = 4,684 \cdot 10^4$  Дж. Для этого, без учета потерь на трение и КПД двигателя равному единице, необходимо затратить  $t_1 = A_{\text{под}} / \lambda = 4,684 \cdot 10^4 / 4,2 \cdot 10^6 = 0,01112$  кг = 1,11 г дизтоплива (здесь  $\lambda$  – удельная теплота сгорания дизтоплива). Кроме того, для исключения значительных динамических нагрузок на агрегаты самосвала и их отрицательного воздействия на водителя при приближении автомобиля к неровности производится его торможение до приемлемой скорости (5-10 км/ч). После прохождения выбоины скорость автомобиля должна быть восстановлена до первоначальных значений, для чего необходима затрата определенной энергии. Изменение кинетической энергии при этом равно работе сил торможения, т.е.

$$A_{\text{торм}} = \frac{m v_{\text{нач}}^2}{2} - \frac{m v_{\text{кон}}^2}{2} = \frac{9,55 \cdot 10^4}{2} (8,33^2 - 4,165^2) = 248,76 \text{ Дж.}$$

Тут принято, что  $v_{\text{нач}} = 8,33$  м/с = 30 км/ч,  $v_{\text{кон}} = 4,165$  м/с = 15 км/ч.

Следовательно, для прохождения единичной выбоины самосвалу нужно выполнить суммарную работу  $A = A_{\text{под}} + A_{\text{торм}} = 253,448$  Дж., т.е. для этого потребуются около 60 г дизтоплива, что значительно больше паспортных значений для плоского дорожного полотна. В действительности эта цифра несколько занижена, так как нами не учитывается КПД двигателя и движение колес самосвала по наклонной плоскости впадины с коэффициентом трения качения.

### Выводы и направления дальнейших исследований

1. Разработана теория движения карьерных самосвалов по технологическим дорогам без покрытий, которая

основана на использовании общей теории колебаний и имеет определенное практическое значение. Движение самосвала по дорогам, которые имеют выступы и впадины, приводит к возникновению значительных колебаний автомобиля при их кинематическом возбуждении от неровностей дорожного полотна. Амплитуда и частота этих колебаний определяют эксплуатационные показатели карьерных самосвалов – скорость их движения, расход горюче-смазочных материалов и запасных частей, а также надежность и долговечность конструкции автомобиля. При проведении теоретических исследований карьерный самосвал рассматривался как линейная механическая система. Вследствие линейности системы и симметрии конструкции автомобиля поперечные и продольные колебания, возникающие при его движении по дорожному полотну с неровностями, можно исследовать независимо.

2. Для исследований колебательных процессов, происходящих в карьерном самосвале, он представлен в виде физической модели одноосного транспортного средства, что позволяет свести задачу о колебаниях, вызванных кинематическим возбуждением от неровностей дорожного полотна, к задаче вынужденных колебаний с возмущающими силами, которые являются детерминированными функциями времени. Колебательный процесс в этих задачах описываются одинаковыми функциями.

3. Результаты исследований поперечных колебаний карьерного самосвала на модели позволяют определить зависимость амплитуды вынужденных колебаний от собственных параметров автомобиля (массы, жесткости подвески, коэффициента затухания), а

также от параметров дорожного полотна (глубины и длины неровностей). Эта зависимость обеспечивает возможность решения важной практической задачи – определение критической скорости автомобиля, при которой наступает резонанс колебаний системы, и тем самым позволяет избежать этого явления в практике его эксплуатации на железорудных карьерах.

4. Определены ускорения и силы, которые возникают в конструктивных элементах карьерного самосвала при его движении по дорожному полотну с неровностями. Это дает возможность определить динамические нагрузки и учесть их при проведении прочностных расчетов конструкции автомобиля.

5. При строительстве карьерных дорог и мостовых переходов важно знать максимальное динамическое давление колес самосвала на поверхность дорожного полотна. Нами выяснено, что при прочих равных условиях максимальное динамическое давление колес самосвала на рабочую поверхность карьерной дороги или мостового перехода прямо пропорционально глубине неровности  $a$ , ее длине  $l$  и обратно пропорционально скорости его движения  $v$ .

6. Результаты теоретических исследований позволяют решить также такой важный прикладной вопрос, как научное обоснование расхода горючего, необходимого для перевозки железорудного сырья на карьерных дорогах с определенным дорожным покрытием. Выяснено, что для прохождения единичной выбоины самосвалу нужно выполнить суммарную работу  $A=A_{\text{под}}+A_{\text{торм}}=253,448$  Дж., что значительно больше паспортных значений при его движении по гладкому дорожному полотну.

## Литература

1. СНиП 2.05.07-91. Промышленный транспорт.
2. Карьерные самосвалы БелАЗ 7555В, 7555Е и их модификации. Руководство по эксплуатации 7555В-3902015 РЭ. – Республика Беларусь. - 25-2 с.
3. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Белоножко В.Ю., Ткаченко А.С. Теория изнашивания деталей горных машин, основанная на использовании законов взаимодействия атомов в кристаллической решетке металлов // Міжнародна науково-технічна конференція «Гірничо-металургійний комплекс: досягнення, проблеми та перспективи розвитку». Матеріали конференції 12-16 травня 2009 р. – Кривий Ріг, КТУ.– 2009. - С. 189-190.
4. Rud Yu.S., Radchenko I.S., Belonozko V.Yu., Tkachenko A.S. Theory of wear of details of machines, founded on the uses of lows cooperation of atoms in crystalline grates of metals Nauka i studia. – 2009. - №6(18). - P. 13-21.
5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. – 438 с.
6. Ден-Гартог Дж. Механические колебания. - М.: Физматгиз, 1960.
7. Мандельштам Л.И. Лекции по колебаниям. Собр. Трудов. - М.: Издательство АН СССР, 1955.
8. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Кузьміч С.М., Білоножко В.Ю. Теорія коливаний. - Кривий Ріг: Мінерал, 2002.
9. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля и его колебания. – М.: Машгиз, 1960.
10. Рудь Ю.С., Радченко И.С., Белоножко В.Ю., Ткаченко А.С. Теория колебаний механических систем с кинематическим возбуждением и ее применение к движению карьерных самосвалов Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – 2/9 (44). - С. 32-38.
11. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Том 2. - М.: Наука, 1983.
12. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Наука, 1961.