

Наведені дослідження характеристик жорсткості приймаючої рейки на кінці з урахуванням плоскої деформації стикової накладки рейкової колії. Виконана кількісна і якісна оцінки жорсткості двох двохголових накладок для рейки типу Р-65

Ключові слова: рейкова колія, приймаюча рейка, виддаюча рейка, жорсткість рейки на кінці, стикова накладка

Приведены исследования характеристик жесткости принимающего рельса на конце с учетом плоской деформации стыковой накладке рельсового пути. Выполнена количественная и качественная оценки жесткости двух двухголовых накладок для рельса типа Р-65

Ключевые слова: рельсовый путь, принимающий рельс, отдающий рельс, жесткость рельса на конце, стыковая накладка

We present studies of the characteristics of rigidity of the receiving rail at the end of the light plane deformation of the lug of the track. The quantitative and qualitative assessment of the rigidity of the two two-headed pads for track-type R-65

Keywords: track, receiving track, turns the rail, the rigidity of the rail at the end, butt pad

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЖОРСТКОСТІ ПРИЙМАЮЧОЇ РЕЙКИ НА КІНЦІ З УРАХУВАННЯМ ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ СТИКОВОЇ НАКЛАДКИ

В. П. Шпачук

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри*
Контактний тел.: (057) 783-84-18
E-mail: shpachuk@ksame.kharkov.ua

А. В. Коваленко

Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел.: 066-128-06-35
E-mail: AVMK@yandex.ru

Г. О. Нікітіна

Аспірант*
Контактний тел.: 066-447-12-49
E-mail: ann.nikitina@mail.ru

*Харківська національна академія міського господарства
вул. Революції, 12, м. Харків, Україна, 61002

Вступ і постановка задачі досліджень у загальному вигляді і її зв'язок з практичними завданнями

В даний час проблеми взаємодії транспортного заводу і рейкової колії в місці стикових з'єднань, а також параметри конструкції рухомого складу і колії, що забезпечують їхню мінімізацію, є найбільш актуальною задачею сучасної науки і техніки з огляду на тенденції переходу до більш надійних, довговічних і високошвидкісних засобів транспорту [1–4].

При цьому, як об'єкт дослідження, розглядаються параметри конструкції рухомого складу і колії, а також характеристики їхньої взаємодії: сили взаємодії рухомого складу і колії, аналітичні методи розв'язання задач про кількісні параметри взаємодії вагона і рейкової колії.

Мета роботи

Метою роботи є дослідження характеристик жорсткості приймаючої рейки на кінці при наявності стикової накладки з урахуванням її плоскої деформації. При цьому змінними параметрами виявляються величини зазору стику, механічні і конструктивні характеристики накладки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботах [1,5] взаємодія вагона з рейковою колією розглянута в обсязі механічної системи «колесо–рейка» як маси на пружній рейковій підставі. Однак тут не враховується, що параметри інтенсивності динамічної

взаємодії, виражені через прогини приймаючої рейки під першою шпалою, залежать від геометричних і механічних характеристики стикових накладок, самих рейок, жорсткісних характеристик віддаючої і приймаючої рейок на кінці, а також завантаження вагона і його швидкості руху, жорсткості підвіски і баластового шару та величин зазору і висоти стику.

У роботах [3,6] запропонована емпірична функціональна залежність для визначення сил взаємодії в контакт «колесо–рейка» в зоні стикової нерівності. При цьому, однак, не враховується комплексний характер механізму ударно–динамічної взаємодії в системі «колесо – рейка» з урахуванням фаз руху колеса, у тому числі балістичного. Також тут процеси ударної взаємодії обмежені дискретними механічними моделями, тобто без урахування параметрів механічної континуальності реальної рейкової колії.

У працях [2,7] механічну схему динамічної взаємодії вагона і рейкової колії промодельовано дискретною механічною схемою з урахуванням приведеної маси колії. Однак при цьому не враховуються масові характеристики завантаження вагона і континуальність моделей віддаючої і приймаючої рейок, а також деформаційні характеристики стикових накладок. Також не враховуються: статичні і динамічні прогини віддаючої і приймаючої рейок у залежності від кількості наїжджаючих на рейку колісних пар. Крім того, не розглядаються питання впливу на базову характеристику взаємодії між рухомим колесом вагона і приймаючою рейкою колії, а саме – прогини приймаючої рейки під першою шпалою колії, що є найважливішою характеристикою взаємодії в системі «вагон – рейкова колія».

В роботах [8–10] наведено аналіз вертикальної динаміки взаємодії жорсткого колеса з рейкою колії, а також особливості динаміки вагонів в залежності від завантаження, плану і профілю шляху. При цьому не враховуються жорсткісні параметри віддаючої і приймаючої рейок, а також стикових накладок.

Виділення нерозв’язаних раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття

В даній роботі для дослідження характеристик жорсткості приймаючої рейки на кінці з урахуванням її плоскої деформації побудовано і проаналізовано механічні схеми навантаження приймаючої і віддаючої рейок з урахуванням сил реакції пружних опор рейок, сил ваги вагона, що приходяться на одне колесо, еквівалентної сили пружності накладки і приймаючої рейки, що прикладена на кінці віддаючої рейки. В основу досліджень покладені метод початкових параметрів, рівняння Бельтрамі-Мітчела, функція напружень у вигляді полінома третього ступеня.

Виклад основного матеріалу дослідження

Схеми навантаження приймаючої та віддаючої рейок наведено на рис. 1, 2. При цьому враховано [11,12], що при навантаженні приймаючої рейки однією силою 1, у відповідність зі схемою на рис. 1, з урахуванням дії стикової накладки (c_n), що випробує плоский напружений стан, а також віддаючої рейки, з

урахуванням її деформації за схемою на рис. 2, її еквівалентна жорсткість на кінці буде:

$$c_{р.к.} = 1 / \left(\frac{1}{c_n} + \frac{1}{c_p} \right). \tag{1}$$

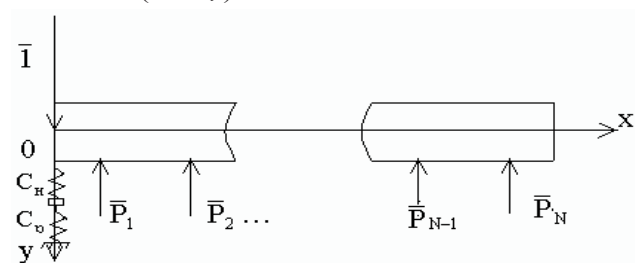


Рис. 1. Схема навантаження приймаючої рейки однією силою

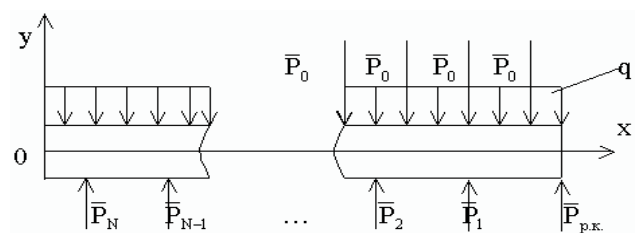


Рис. 2. Схема навантаження віддаючої рейки

На рис. 1, 2 прийнято: P_{1+N} – сили реакції ($P_i = c_i y_i$) пружних опор рейки ($N = 23$); P_0 – сила ваги вагона, що приходиться на одне колесо; $P_{р.к.} = c_{р.к.} y_{р.к.}$ – еквівалентна сила пружності накладки і приймаючої рейки, прикладена на кінці віддаючої рейки.

Для визначення вертикального переміщення торця приймаючої рейки (при $x = 0$) під дією однієї сили 1 застосуємо метод початкових параметрів [12]:

$$y(x) = y_0 + y_0' x + \frac{1}{EJ} \left[\frac{1 \cdot x^3}{6} - \sum_{i=1}^N c_i y_i \frac{(x-l_i)^3}{6} \right], \tag{2}$$

де J – статичний момент інерції перерізу накладки, E – модуль пружності першого роду матеріалу накладки, c_1 – жорсткість опори, що моделює пружні властивості баластового шару.

Початкові параметри y_0 і y_0' визначаються з граничних умов закріплення рейки: якщо її правий кінець жорстко закріплений, тоді $y(L) = y'(L) = 0$, якщо ж він вільний, то буде

$$\frac{\partial^2 y(L)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 y(L)}{\partial x^3} = 0. \tag{3}$$

Оскільки $y(0)$ – прогин під дією однієї сили при $x = 0$, то жорсткість рейки на кінці визначимо за формулою [12,13]:

$$c_p = \frac{1}{y_0}. \tag{4}$$

У роботі прийнято, що накладка має прямокутну форму, показану на рис. 3. Тут: v – товщина накладки; Δ – її довжина, що відповідає зазору між торцями віддаючої і приймаючої рейок; h – висота накладки; n – нормаль до граничних поверхонь накладки.

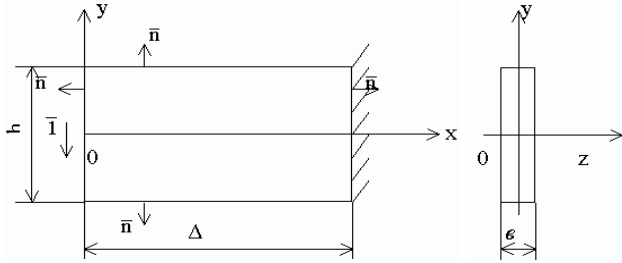


Рис. 3. Схема закріплення і навантаження накладки

На практиці для накладки стику рейкової колії виконується умова $h \gg \Delta$ [14]. Тому для визначення її характеристики жорсткості застосуємо методи теорії пружності при наступних допущеннях [15]:

- відсутні переміщення зі своєї площини (плоский напружений стан);
- через малість розміру накладки в напрямку осі z і відсутності напружень на її бічних площинах, будемо вважати, що напруження на площадках, паралельних площині xOy , мало відмінні від нуля, тобто приймемо, що

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0,$$

де $\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – нормальні і дотичні напруження в накладці.

У даному випадку при плоскому напруженому стані ненульовими є тільки три компоненти тензора напружень:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0.$$

Тут статичні рівняння рівноваги мають вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де X і Y – об'ємні сили, прикладені до накладки в напрямку осей x і y відповідно. У нашому випадку ними можна зневажити, тому що власна вага накладки значно менше навантажень, що діють на неї.

Граничні умови будуть [15–17]:

$$\begin{cases} \sigma_x n_1 + \tau_{xy} n_2 = p_{1x}; \\ \tau_{xy} n_1 + \sigma_y n_2 = p_{2y} \end{cases} \quad (6)$$

де n_1, n_2 – направляючі косинуси на границях (зовнішніх поверхнях) накладки; p_{1x}, p_{2y} – зовнішні поверхневі навантаження.

Представимо з урахуванням прийнятих допущень рівняння для напружень в накладці у виді рівнянь Бельтрамі – Мітчела [15]:

$$\begin{cases} \nabla^2 \sigma_x + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2}{\partial x^2} I_1 = 0; \\ \nabla^2 \tau_{xy} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} I_1 = 0; \end{cases} \quad (7)$$

$$\nabla^2 \sigma_y + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2}{\partial y^2} I_1 = 0,$$

де $\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$ – оператор Лапласа; $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ – перший інваріант напружень; E – модуль пружності матеріалу накладки; μ – коефіцієнт Пуассона.

Уведемо [15] функцію напружень $\varphi = \varphi(x, y)$:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \quad (8)$$

Далі підставимо співвідношення (8) у рівняння (7) Бельтрамі – Мітчела, а перший інваріант напружень представимо у виді:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_x + \sigma_y + \mu(\sigma_x + \sigma_y) = (1 + \mu)(\sigma_x + \sigma_y) = \\ &= (1 + \mu) \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = (1 + \mu) \nabla^2 \varphi. \end{aligned}$$

При цьому з першого рівняння (7) одержимо:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0. \quad (9)$$

Інші два рівняння Бельтрамі – Мітчела будуть мати аналогічний вигляд.

Бігармонічне рівняння (9) є дозволяючим рівнянням плоскої задачі теорії пружності для накладки стику рейкової колії. Для його розв'язання перетворимо граничні умови (6) через функцію напружень (8):

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} n_1 - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} n_2 = p_{1n}; \\ -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} n_1 + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} n_2 = p_{2n}, \end{cases} \quad (10)$$

де p_{1n}, p_{2n} – поверхневі навантаження, прикладені до границі зовнішніх поверхонь накладки нормально n .

Функцію напруження знайдемо у виді полінома третього ступеня [15]:

$$\varphi = b_2 xy + d_4 xy^3. \quad (11)$$

З (8) одержуємо вираження для напружень:

$$\begin{cases} \sigma_x = 6d_4 xy; \\ \sigma_y = 0; \\ \tau_{xy} = -(b_2 + 3d_4 y^2). \end{cases} \quad (12)$$

Розглянемо лівий край накладки (рис. 3), навантажений одиничною силою. Тут, враховуючи, що поверхнева сила p_{2x} (напрямок сили – по осі y , на площадці - нормальної осі x), проінтегрована по площадці дорівнюватиме одиничній силі, тобто

$$\iint_F p_{2x} dF = -1,$$

а направляючі косинуси на цій грані рівні $n_1 = -1$; $n_2 = 0$, одержимо для визначення констант (b_2 і d_4) функції (11) напружень рівняння

$$b_2 h + d_4 \frac{h^3}{4} = -\frac{1}{b} \tag{13}$$

Далі розглянемо верхню ($y = h/2$) і нижню ($y = -h/2$) границі накладки. Для них направляючі косинуси $n = \{0; \pm 1\}$, а граничні умови, з огляду на те, що ці поверхні не навантажені: $\pm \tau_{xy} = 0; \pm \sigma_y = 0$. Тому з першого рівняння (12) одержимо, з урахуванням того, що $y = \pm h/2$, друге рівняння для визначення констант (b_2 і d_4):

$$b_2 = -\frac{3}{4} h^2 d_4 \tag{14}$$

З рівнянь (13) і (14) отримаємо:

$$d_4 = \frac{2}{bh^3}; \quad b_2 = -\frac{3}{2h} \tag{15}$$

З урахуванням (15) співвідношення для напружень представимо у виді:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial E} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{12xy}{Ebh^3}, \\ \epsilon_y &= \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\mu \sigma_x}{E} = \frac{12\mu \cdot xy}{Ebh^3}, \end{aligned}$$

де $U(x,y), V(x,y)$ – прогини накладки в напрямку осей x і y .

Далі після інтегрування по відповідним перемінним x і y одержимо:

$$\begin{aligned} U(xy) &= \frac{6x^2y}{Ebh^3} + f_1(y); \\ V(xy) &= \frac{\mu 6xy^2}{Ebh^3} + f_2(x), \end{aligned} \tag{16}$$

де $f_1(y), f_2(x)$ – функції, що залежать тільки від однієї перемінної і визначаються з граничних умов.

Представимо (16) з урахуванням $J = \frac{bh^3}{12}$ у виді:

$$\begin{aligned} U(x,y) &= \frac{x^2y}{2EJ} + f_1(y); \\ V(xy) &= \frac{\mu xy^2}{2EJ} + f_2(x), \end{aligned}$$

Після очевидних перетворень для функцій f_1 і f_2 одержимо:

$$\begin{aligned} f_1(y) &= -\frac{\mu y^3}{6EJ} + \frac{y^3}{6JG} + e_2 y + e_3; \\ f_2(x) &= -\frac{x^3}{6EJ} + e_1 x + e_4, \end{aligned}$$

де G – модуль пружності другого роду матеріалу накладки.

У такому випадку

$$\begin{aligned} U(x,y) &= \frac{x^2y}{2EJ} - \frac{\mu y^3}{6EJ} + \frac{y^3}{6JG} + e_2 y + e_3; \\ V(x,y) &= \frac{\mu xy^2}{2EJ} - \frac{x^3}{6EJ} + e_1 x + e_4. \end{aligned} \tag{17}$$

Постійні інтегрування e_1, e_2, e_3, e_4 у (17) визначимо з урахуванням умов закріплення накладки:

при $x = \Delta$ і $y = 0$ виконується $U(\Delta,0) = 0, V(\Delta,0) = 0, \dot{U}_y(\Delta,0) = 0$.

Тоді буде

$$e_1 = \frac{\Delta^2}{2EJ} - \frac{e^2}{2JG}, \quad e_2 = -\frac{\Delta^2}{2EJ}, \quad e_3 = 0, \quad e_4 = \frac{\Delta^3}{6EJ} - e_1 \Delta,$$

$$\text{де } e^2 = \sqrt{\frac{b h^3}{4}}.$$

Підставляючи знайдені константи у (17) одержуємо рівняння вигнутої осі накладки (при $y = 0$):

$$V(x,0) = -\frac{x^3}{6EJ} + \frac{\Delta^2 x}{2EJ} + \frac{\Delta^3}{3EJ} + \frac{e^2}{2JG} (\Delta - x).$$

З цього рівняння отримуємо прогин на початку координат від одиничної сили в точці з координатами $x = 0, y = 0$:

$$V(0,0) = \frac{\Delta^3}{3EJ} + \frac{e^2}{2JG} \Delta \tag{18}$$

Остаточно жорсткість накладки:

$$c_n = \frac{1}{V(0,0)} = \frac{6EJG}{2G\Delta^3 + 3Ee^2\Delta} \tag{19}$$

Жорсткість накладки можна також визначити, виходячи зі схеми розрахунку на згин [12,13]. Розглянемо деформацію накладки з вільним кінцем ліворуч і жорстко затисненої праворуч під дією одиничної сили, прикладеної на вільному кінці (рис. 4), використовуючи методи, описані в роботах [12,13].

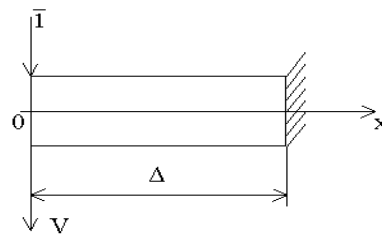


Рис. 4. Схема накладки

Тоді одержимо, що

$$V = \frac{\Delta^3}{3JE}, \tag{20}$$

а жорсткість накладки визначається за формулою:

$$c_n = \frac{1}{V} \tag{21}$$

Розглянемо жорсткість двох двохголових накладок для рейки типу Р-65 ($E = 2,6 \cdot 10^{11}$ Н/м²; $J = 3573$ см⁴ [18]). На рис. 5 показана характеристика жорсткості накладки в залежності від величини зазору. Тут кривою 2 показана жорсткість, що розрахована за формулою (19) і отримана в результаті розв'язання плоскої задачі теорії пружності, а кривою 1 показана жорсткість, яка розрахована за формулою (21), отриманою для згину балки.

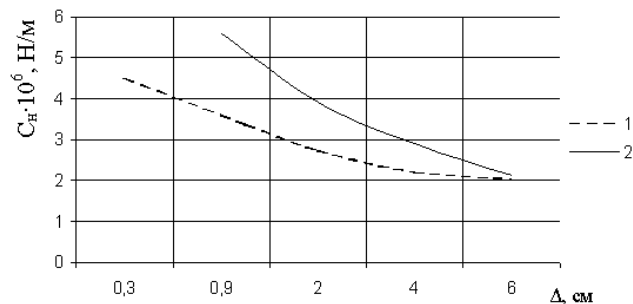


Рис. 5. Характеристика жорсткості накладки рейки Р-65

Аналіз показує, що характеристики носять монотонно убиваючий гіперболічний характер. Більш точне значення жорсткості накладки дає формула (19). Розходження між коефіцієнтами жорсткості, обумов-

леними за формулами (19) і (21) при $\Delta = (0,9; 4; 6)$ см складає відповідно (47; 34,3; 4)%. Для $\Delta > 6$ см графіки жорсткості на рис. 5 зливаються, тобто формули (19), (21) дають практично однаковий результат.

Висновок

Практичне значення отриманих в роботі результатів полягає в тому, що вони дозволяють при створенні нових та удосконаленні існуючих рейкових транспортних засобів враховувати механічні характеристики взаємодії в системі «вагон-рейкова колія в місці стикового з'єднання», завантаження вагона, граничні умови закріплення віддаючої і приймаючої рейок, геометричні і механічні характеристик рейки, стикових накладок, шпал і баластового шару.

Література

1. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. / Под ред. М.Ф. Вериго. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
2. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика вагонов. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
3. Лазарян В.А. Динамика вагонов. Устойчивость движения и колебания. – М.: Транспорт, 1964. – 255 с.
4. Голубенко А.Л. Сцепление колеса с рельсом. – Луганск: ВУГУ, 1999. – 476 с.
5. Блохин Е.П., Манашкин Л.А. Динамика поезда. М.: Транспорт, 1982. – 222 с.
6. Кудрявцев Н.Н. Исследование динамики необрессоренных масс вагонов. – М.: Транспорт, 1965. – 168 с.
7. Маслиев В.Г. Математическое моделирование динамических процессов в системе "экипаж – рельсовый путь" // Міжвуз. зб. наук. праць \ Харків.– ХарДАЗТ, 1998. –Вип.34. – С. 23–26.
8. Bureika G., Subachius R. Mathematical model of dynamic interaction between wheel-set and rail track // Transport. – Vilnius: Technika, 2002, Vol. 17, № 2, p. 46-51.
9. Miamlin S.V., Reidemeister A.G., Sorokolet A.V., Jastremskas V. Correlation dynamics of freight wagons with cargo position. Proceedings of the 6th International Scientific Conference TRANSBALTICA 2009. – Vilnius. Vilnius Gediminas Technical University. Transport Engineering Faculty, 2009, pp. 167-172.
10. Dailydka S., Lingaitis L.P., Myamlin S., Prichodko V. Modelling the interaction between railway wheel and rail // Transport 2008, 23(3), pp. 236-239.
11. Я.Г. Пановко, И.Г. Губанова. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
12. Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка и др. Сопротивление материалов. – К.: Вища школа, 1986. – 776 с.
13. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
14. Садигов О.Н. Трамвайные пути. Устройство, ремонт и содержание. – М.: Транспорт, 1977. – 176 с.
15. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
16. Ван Цзи-де. Прикладная теория упругости. – М.: Физматгиз, 1959. – 243 с.
17. Жемочкин Б.И. Теория упругости. – М.: Госстройиздат, 1957. – 478 с.
18. Амелин С.В., Дановский Л.Ю. Путь и путевое хозяйство. – М.: Транспорт, 1972. – 214 с.