



# ПРИКЛАДНЫЕ НАУЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 621.317.733

DOI: 10.15587/1729-4061.2014.31675

## ПЯТИКОНТУРНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ МОСТ И ЕГО СВОЙСТВА

**Лебедев Павел Федорович**, кандидат технических наук, доцент

**Дробышева Вита Петровна**

Преподаватель Харьковского компьютерно-технологического колледжа  
Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

**Токарь Екатерина Петровна**

Студентка, кафедра Автоматизации производственных процессов  
Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

*Представлен анализ пятиконтурного электрического моста в условиях воздействия одного или двух источников постоянного тока, что равноценно гармоническому воздействию в резистивных цепях. Рассмотрен двухконтурный вариант включения мостов с воздействием четырех источников. Такая цепь рассмотрена с целью демонстрации применения мостов в энергетике, где необходимо уменьшить потери энергии в ветвях с источниками.*

*Ключевые слова: электрический мост, совершенный мост, «звезда», «пятиугольник», определитель, мостовой эффект.*

*Наведений аналіз п'ятиконтурного електричного мосту в умовах дії одного або двох разом джерел постійного струму, що рівноцінно гармонічному діянню в резистивних колах. Розглянуто двоконтурний варіант з'єднання мостів з діями разом чотирьох джерел. Таке коло розглянуто з метою демонстрації застосування мостів в енергетиці, де необхідно зменшити втрати енергії у гілках з джерелами.*

*Ключові слова: електричний міст, досконалий міст, «зірка», «п'ятикутник», визначник, мостовий ефект.*

### 1. Введение

Существующая теория электрических мостов основана на совершенствовании практически только двух мостов: Уитстона и Томпсона. Структура остается неизменной, развитию подвергаются отдельные ветви (плечи) моста. Практически все существующие исследования нацелены исключительно на измерительную технику. Редкие работы касались внедрения мостов в автоматику для контроля различных параметров.

Открытие закона дуальных структур позволяет расширить как структурные, так и технические возможности электрических мостов. Последнее относится к попытке внедрения мостов в энергетику с целью исключения возможности источников энергии мешать друг другу.

Попытка решения данной проблемы представлена на примере нового совершенного пятиконтурного моста.

### 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Пятиконтурный электрический мост рассматривается впервые. Хотя попытки представить пятилучевую звезду и пятисторонний многоугольник в виде схем все же были, например, [1], из которых он может быть составлен путем их совмещения вполне определенным образом. В работах профессоров П. А. Ионкина [2] и Г. В. Зевеке [3] доказано, что преобразование звезд и треугольников с количеством ветвей больше трех однозначно выполнить невозможно. Однако ошибка многих исследователей, заинтересованных в решении этого вопроса, состояла только в том, что цель была поставлена неверно. Речь шла о том, чтобы использовать преобразования звезд и многоугольников для упрощения сложных цепей. Для этой цели оказались пригодными только два варианта: последовательное и параллельное соединения

элементов (двухлучевая звезда и двухсторонний многоугольник) и трехлучевая звезда с трехсторонним многоугольником. Дело в том, что электрические мосты, образованные указанными парами, связывают энергетически всю совокупность элементов или контурными токами, или узловыми напряжениями. Все остальные структуры в главных определителях имеют нули и по этой причине принимать участие в эквивалентных преобразованиях не могут. И поскольку новая классификация мостов еще не образована, а все существующие мосты носят определенное имя, поэтому пятиконтурный мост назовем «мостом Лебедева». Впрочем, скорее всего к множеству самодуальных мостовых структур прилипнет классификация по числу независимых контуров (или узлов), это все равно.

### 3. Цель и задачи исследований

Целью работы является представление научной общественности совершенно нового электрического моста, имеющего свои особенности и возможности, условно названный CD5 (самодуальный с числом узлов 5). Мостовой эффект обнаружен как в условиях постоянных токов, так и переменных, и даже в условиях сложных периодических воздействий. Понятие мостовой эффект относится к условиям, создающим нулевые значения напряжений или токов в ветвях любой схемы. Эти условия обычно создаются либо определенным сочетанием пассивных элементов в схемах, либо совокупностью значений ЭДС источников напряжений, или значений источников тока. Иногда забывают о мостовом эффекте и знакомую мостовую структуру все же называют мостом. В этом случае структура моста позволяет создавать фильтры и фазовращатели, может быть отличным делителем токов, напряжений и мощностей, способна преобразовывать значения напряжений в значения токов и наоборот.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Рассматривался «мостовой эффект» на примере совершенных пятиконтурных мостов [4].
2. Исследовались свойства рассматриваемой структуры при гармонических воздействиях.

### 4. Свойства пятиконтурного моста при постоянных воздействиях

По конфигурации пятиконтурный мост относится к классу самодуальных структур. Его основная схема представлена на рис. 1. Основная в том смысле, что она удобна для моделирования в программах фирмы Electronics Workbench. На самом деле простота изображения всех без исключения самодуальных схем достигается изображением внешнего контура (многоугольника)

в виде окружности, а лучи звезд получают в виде радиусов, сходящихся к центру. На рис. 2 представлено три варианта таких схем в виде графов основной схемы с разным размещением, а иногда и количеством источников в схеме, структура которой и содержание остаются неизменными.

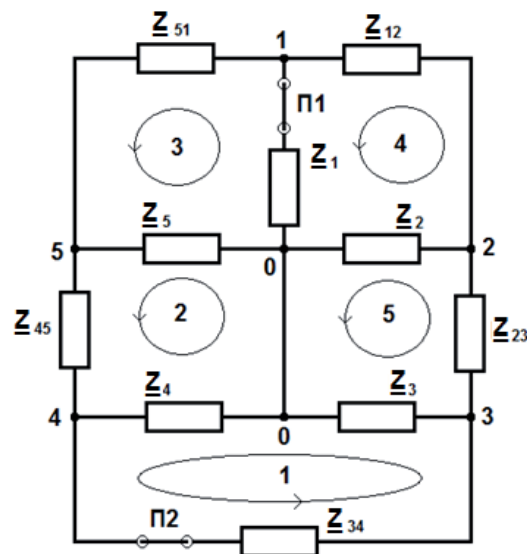


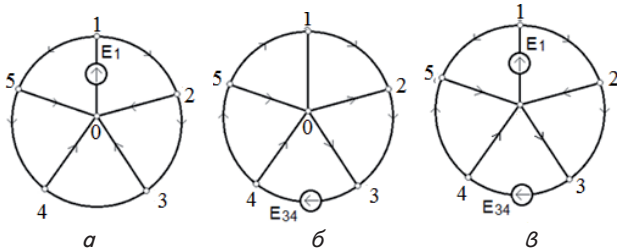
Рис. 1. Пятиконтурный электрический мост

Особый интерес представляет тот факт, что место размещения источника существенно влияет на характер реакции элементов цепи на производимое воздействие. Это касается и величины напряжения источника.

Рассмотрим первый пример со следующим распределением резисторов в схеме, изображенной на рис. 1:  $Z_{12} = 1$  Ом;  $Z_{23} = 2$  Ом;  $Z_{34} = 3$  Ом;  $Z_{45} = 4$  Ом;  $Z_{51} = 5$  Ом – сопротивления многоугольника (заданы произвольно) и, соответственно, сопротивления звезды  $Z_1 = 1/3$  Ом;  $Z_2 = 0,25$  Ом;  $Z_3 = 0,2$  Ом;  $Z_4 = 1$  Ом;  $Z_5 = 0,5$  Ом (рассчитаны в соответствии со структурным законом [4]).  $\Delta_{mn} = 1$ . Обозначения на схеме рис. 1 выбраны в виде  $Z$  с целью уменьшения количества востребованных рисунков. С другой стороны, если считать источники энергии гармоническими и с нулевой фазой, то все дальнейшее справедливо и для этого случая. Места включения источников на схеме рис. 1 отмечены только в ветвях 1 и 34 вставками, обозначенными на рисунке как «P1» и «P34» соответственно. Такие ветви рассматриваются как дуальные друг другу, подобно последовательному и параллельному включению элементов в двухполюсниках, например, «Т»- и «П»-образные схемы. По аналогии могут быть рассмотрены любые другие две пары взаимно дуальных ветвей.

При заданных параметрах элементов схемы интерес представляют следующие величины ЭДС источников напряжения: в ветвях внешнего контура (многоугольника)  $E_{mn} = 240$  В, во всех других

вариантах без исключения, а в ветвях звезды величины ЭДС источников имеют значения:  $E_1 = 80$  В;  $E_2 = 60$  В;  $E_3 = 48$  В;  $E_4 = 240$  В;  $E_5 = 120$  В. Проведем анализ заданной цепи при воздействиях на нее каждым из источников в отдельности, размещаемым поочередно в ветвях звезды или многоугольника (основное свойство совершенного моста [5]), затем отдельно соответствующими дуальными параметрами ЭДС:  $E_1 - E_{34}$ ;  $E_2 - E_{45}$ ;  $E_3 - E_{51}$ ;  $E_4 - E_{12}$ ;  $E_5 - E_{23}$ . Один из вариантов анализа демонстрирует **рис. 2, а, б, в**, на котором изображены графы схемы **рис. 1**. Фактически это классический вариант метода наложения.



**Рис. 2.** Варианты исследования пятиконтурного моста парой источников: *а* — источник энергии в ветви 0–1; *б* — источник энергии в ветви 3–4; *в* — источники энергии в ветвях 0–1 и 3–4

В анализе использованы метод контурных токов (МКТ) и метод узловых напряжений (МУН), которые позволяют сравнить содержание их определителей (**рис. 3**). Это подтверждает согласованный выбор наименования узлов и контуров и, кроме того, подчеркивает правомочность использования структурного закона.

Ниже представлены матрицы определителей, составленные по методу контурных токов и узловых напряжений, с целью демонстрации согласования узловых и контурных параметров цепи в целом. Чтобы показать, что узлу 1 соответствует контур

первый, достаточно записать равенства: сопротивления контура 1  $Z_{11} = Z_{34} + Z_3 + Z_4 = 3 + 1 + 0,2 = 4,2$  и проводимости узла 1, записанной аналогичной суммой  $Y_{11} = Y_1 + Y_{12} + Y_{51} = 3 + 1 + 0,2 = 4,2$ .

Краткий анализ трех вариантов включения источников на основании табличных данных приводит к ряду интересных практических выводов. В первую очередь то, что источники энергии при совместном включении не мешают друг другу и равноценно распределяют энергию и в звезде и в многоугольнике (кроме ветвей с источниками). Во-вторых, распределения токов и напряжений в условиях одиночного включения двух различных по модулю источников получают взаимно одинаковые числовые значения токов и напряжений. Последнее свойство СД-цепей опрокидывает значения напряжений и токов, соответственно в значения токов и напряжений с переходом от источника в звезде к источнику в многоугольнике, является своеобразным открытием и пока что находится в ожидании практического применения. Нельзя не заметить также особенностей распределения всех электрических величин в цепи с двумя источниками при практически разных величинах сопротивлений цепи. Узловые и межузловые напряжения и токи ветвей с источниками численно равны между собой и определены величиной 60. А в дуальных ветвях 4 и 12 кроме токов и напряжений, определенных величиной 50 соответствующих единиц равными оказываются и мощности:  $P_4 = P_{12} = 2500$  Вт.

Ниже приведены **табл. 1–3** с расчетными данными для схем **рис. 2**, соответственно. Первые две таблицы предлагаем сравнить попарно: напряжения **табл. 1** с токами **табл. 2**; токи **табл. 1** с напряжениями **табл. 2** и мощности двух названных таблиц.

По аналогии могут быть рассмотрены другие варианты, здесь же можно ограничиться представлением их чувствительности на изменение сопротивлений.

$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_4 & 0 & 0 & -R_3 \\ -R_4 & R_{22} & -R_5 & 0 & 0 \\ 0 & -R_5 & R_{33} & -R_1 & 0 \\ 0 & 0 & -R_1 & R_{44} & -R_2 \\ -R_3 & 0 & 0 & -R_2 & R_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.2 & -1 & 0 & 0 & -0.2 \\ -1 & 5.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 5.833 & -0.333 & 0 \\ 0 & 0 & -0.333 & 1.583 & -0.25 \\ -0.2 & 0 & 0 & -0.25 & 2.45 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} R_{11} & -R_4 & 0 & 0 & -R_3 \\ -R_4 & R_{22} & -R_5 & 0 & 0 \\ 0 & -R_5 & R_{33} & -R_1 & 0 \\ 0 & 0 & -R_1 & R_{44} & -R_2 \\ -R_3 & 0 & 0 & -R_2 & R_{55} \end{vmatrix} = 480$$

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & 0 & 0 & -G_{51} \\ -G_{12} & G_{22} & -G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -G_{23} & G_{33} & -G_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -G_{34} & G_{44} & -G_{45} \\ -G_{51} & 0 & 0 & -G_{45} & G_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.2 & -1 & 0 & 0 & -0.2 \\ -1 & 5.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 5.833 & -0.333 & 0 \\ 0 & 0 & -0.333 & 1.583 & -0.25 \\ -0.2 & 0 & 0 & -0.25 & 2.45 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} G_{11} & -G_{12} & 0 & 0 & -G_{51} \\ -G_{12} & G_{22} & -G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -G_{23} & G_{33} & -G_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -G_{34} & G_{44} & -G_{45} \\ -G_{51} & 0 & 0 & -G_{45} & G_{55} \end{vmatrix} = 480$$

**Рис. 3.** Определители из уравнений по контурным токам и узловым потенциалам

Таблица 1

Распределения токов, напряжений и мощностей для схемы (рис. 2, а)

Напряжения моста, В		Токи в ветвях моста, А		Рассеиваемая мощность, Вт	
$U_1 = 60$	$U_{34} = 0$	$I_1 = 60$	$I_{34} = 0$	$P_1 = 1200$	$P_{34} = 0$
$U_2 = 11$	$U_{54} = 4$	$I_2 = 44$	$I_{54} = 1$	$P_2 = 484$	$P_{54} = 4$
$U_3 = 1$	$U_{15} = 55$	$I_3 = 5$	$I_{15} = 11$	$P_3 = 5$	$P_{15} = 605$
$U_4 = 1$	$U_{12} = 49$	$I_4 = 1$	$I_{12} = 49$	$P_4 = 1$	$P_{12} = 2401$
$U_5 = 5$	$U_{23} = 10$	$I_5 = 10$	$I_{23} = 5$	$P_5 = 50$	$P_{23} = 50$
$E_1 = 80$ В; $R_{вх} = 1,333$ Ом; $P = 4800$ Вт		$P_{зв} = 1740$		$P_{мн} = 3060$	

Таблица 3

Распределения токов, напряжений и мощностей для схемы (рис. 2, в)

Напряжения моста, В		Токи в ветвях моста, А		Рассеиваемая мощность, Вт	
$U_1 = 60$	$U_{43} = 60$	$I_1 = 60$	$I_{34} = 60$	$P_1 = 1200$	$P_{34} = 10800$
$U_2 = 10$	$U_{45} = 40$	$I_2 = 40$	$I_{45} = 10$	$P_2 = 400$	$P_{54} = 400$
$U_3 = -10$	$U_{15} = 50$	$I_3 = 50$	$I_{15} = 10$	$P_3 = 500$	$P_{15} = 500$
$U_4 = 50$	$U_{12} = 50$	$I_4 = 50$	$I_{12} = 50$	$P_4 = 2500$	$P_{12} = 2500$
$U_5 = 10$	$U_{23} = 20$	$I_5 = 20$	$I_{23} = 10$	$P_5 = 200$	$P_{23} = 200$
$E_1 = 80$ В; $E_{34} = 240$ В; $P = 19200$ Вт		$P_{зв} = 4800$		$P_{мн} = 14400$	

Таблица 2

Распределения токов, напряжений и мощностей для схемы (рис. 2, б)

Напряжения моста, В		Токи в ветвях моста, А		Рассеиваемая мощность, Вт	
$U_1 = 0$	$U_{34} = 60$	$I_1 = 0$	$I_{34} = 60$	$P_1 = 0$	$P_{34} = 10800$
$U_2 = 1$	$U_{54} = 44$	$I_2 = 4$	$I_{54} = 11$	$P_2 = 4$	$P_{54} = 484$
$U_3 = 11$	$U_{15} = 5$	$I_3 = 55$	$I_{15} = 1$	$P_3 = 605$	$P_{15} = 5$
$U_4 = 49$	$U_{12} = 1$	$I_4 = 49$	$I_{12} = 1$	$P_4 = 2401$	$P_{12} = 1$
$U_5 = 5$	$U_{23} = 10$	$I_5 = 10$	$I_{23} = 5$	$P_5 = 50$	$P_{23} = 50$
$E_{34} = 240$ В; $R_{вх} = 4$ Ом; $P = 14400$ Вт		$P_{зв} = 3060$		$P_{мн} = 11340$	

Рассмотрим чувствительность моста. В табл. 4 приведены данные по оценке чувствительности совершенного пятиконтурного моста. Чувствительность оценивалась путем изменения сопротивлений на величину  $\Delta R = 0,01$  Ом и фиксации изменения электрических величин, которые были равны нулю. Таким образом, напротив каждой ЭДС размещены цифры столбиками в две строчки. Первая строчка определяет чувствительность по напряжению в виде единицы Вольт на Ом (В/Ом), вторая — чувствительность по току Ампер на Ом (А/Ом). Незаполненные клетки таблицы соответствуют отсутствию влияния сопротивления на изменение тока или напряжения в данных условиях электроснабжения.

Таблица 4

Чувствительность моста по току и по напряжению при одной ЭДС

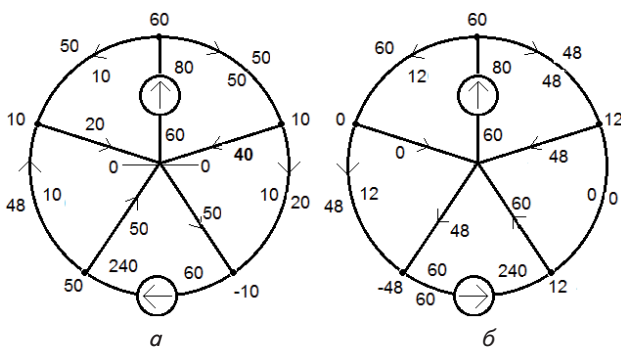
ЭДС, В	Сопротивления, изменяемые по значению (уменьшение на 0,01 Ом)									
	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$R_{34}$ , Ом	$R_{45}$ , Ом	$R_{51}$ , Ом	$R_{12}$ , Ом	$R_{23}$ , Ом
$E_1 = 80$	—	-2,22 -0,74	-3,46 -1,15	0,615 0,205	1,254 0,418	—	-0,14 -0,05	-0,14 -0,05	0,617 0,206	0,314 0,105
$E_2 = 60$	1,668 0,417	—	-3,35 -0,84	-0,58 -0,15	1,405 0,351	0,184 0,046	—	-0,13 -0,03	-0,59 -0,15	0,351 0,088
$E_3 = 48$	2,085 0,417	2,692 0,538	—	-0,56 -0,11	-1,59 -0,32	0,230 0,046	0,167 0,033	—	-0,57 -0,11	-0,40 -0,08
$E_4 = 240$	<b>-1,86</b> <b>-1,86</b>	<b>2,355</b> <b>2,355</b>	<b>2,83</b> <b>2,83</b>	—	<b>-1,07</b> <b>-1,07</b>	<b>-2,05</b> <b>-2,05</b>	<b>0,146</b> <b>0,146</b>	<b>0,113</b> <b>0,113</b>	—	<b>-0,27</b> <b>-0,27</b>
$E_5 = 120$	-1,90 -0,95	-2,83 -1,41	3,983 1,992	0,535 0,268	—	-0,21 -0,10	-0,17 -0,09	0,159 0,079	0,537 0,268	—
$E_{34} = 240$	—	-0,74 -2,22	1,153 -3,46	-0,21 0,615	-0,42 1,254	—	0,046 -0,14	0,046 -0,14	-0,21 0,617	-0,10 0,314
$E_{45} = 240$	0,417 -1,67	—	-0,84 3,354	-0,15 0,585	0,351 -1,41	0,046 -0,18	—	-0,03 0,134	-0,15 0,587	0,088 0,351
$E_{51} = 240$	0,417 2,08	-0,54 -2,69	—	0,113 0,564	0,318 1,589	-0,05 -0,05	-0,03 -0,17	—	0,113 0,566	0,079 0,397
$E_{12} = 240$	-1,86 1,858	2,355 -2,36	2,830 2,830	—	-1,07 1,070	-0,21 0,205	0,146 -0,15	0,113 -0,11	—	-0,27 -0,27
$E_{23} = 240$	-0,95 -1,90	-1,41 -2,83	1,992 3,983	0,268 0,535	—	0,104 -0,21	0,088 -0,17	-0,08 0,159	-0,27 0,537	—

**5. Исследование моста парой источников**

С целью сокращения расчетного материала, все другие варианты включения источников на совместную работу представлены в виде графов с указанием на них значений токов и напряжений. Значения токов и ЭДС указаны внутри многоугольника, а значения напряжений на узлах и ветвях на внешней части его. Все варианты анализа представлены парами. Источники ветвей звезд не меняют в них своего положения, а источники ветвей многоугольника изменяют свою полярность. С точки зрения гармонического воздействия на цепь такое переключение соответствует изменению фазы ЭДС на 180°.

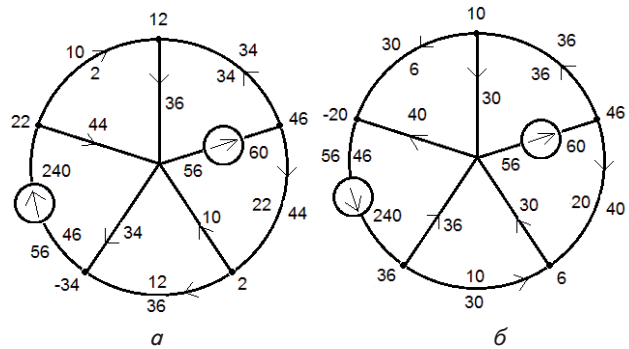
**Первая пара:** источники  $E_1$  и  $E_{34}$  —  $E_1$  и  $E_{43}$ . Первый вариант кроме графа схемы представлен **табл. 3**. Эта часть информации является как бы дополнением к табличной информации с расширением наглядности изложения. Схема сохраняет характер электрического моста, т. к.  $U_{25} = 0$  и  $I_0 = 0$ . Здесь  $I_0$  представляет ток в сечении 0–0, обусловленный равенством  $I_3 = I_4 = 50$  А. Вариант с двумя ЭДС позволяет усилить чувствительность моста и по току и по напряжению в том случае, если он окажется мостом.

Вариант с изменением полярности источника ЭДС в ветви 34 тоже сохраняет эффект моста, но совершенно в другом виде. Здесь, узловое напряжение  $U_4 = 0$  и ток  $I_4 = 0$ . Кроме того  $U_{32} = 0$  и  $I_{32} = 0$ . Значения рассеиваемой мощности не изменились. Не изменились распределения токов и напряжений в ветвях с источниками. Значения токов и напряжений ветвей 4 и 12 остались равными, но с уменьшением на две единицы. Другими словами, здесь удалось выявить влияние изменения фазы одного из источников на результаты распределения электрических величин в схеме моста. Это выражено в первую очередь изменением характера «мостового эффекта», который проявился в виде классического варианта и в двух ветвях (**рис. 4, а, б**). Номера узлов везде ниже соответствуют **рис. 2**.



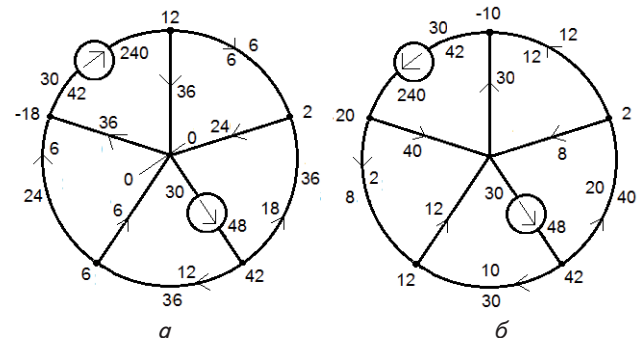
**Рис. 4.** Распределения токов и напряжений: а — с источниками  $E_1$  и  $E_{34}$ ; б — с источниками  $E_1$  и  $E_{43}$

**Вторая пара:** источники  $E_2$  и  $E_{45}$  —  $E_2$  и  $E_{54}$ . Представлена на **рис. 5, а, б**. Эта пара примечательна тем, что «мостовой эффект» отсутствует в любом виде и изменение полярности источника в ветви 45 привело к перераспределению напряжений и токов во всех ветвях кроме ветвей с источниками. Равенство значений токов и напряжений обнаружено в дуальных ветвях 4 и 12. В левой схеме они равны 34, а в правой 36.



**Рис. 5.** Распределения токов и напряжений: а — с источниками  $E_2$  и  $E_{45}$ ; б — с источниками  $E_2$  и  $E_{54}$

**Третья пара:** источники  $E_3$  и  $E_{51}$  —  $E_3$  и  $E_{15}$ . **Рис. 6, а, б** левая структура представляет собой электрический мост по току в силу равенства токов  $I_1 = I_5 = 36$  А. Ток  $I_0 = 0$  в сечении центра звезды. Правая структура лишена свойств электрического моста при заданных значениях источников.



**Рис. 6.** Распределения токов и напряжений: а — с источниками  $E_3$  и  $E_{51}$ , б — с источниками  $E_3$  и  $E_{15}$

**Четвертая пара:** источники  $E_4$  и  $E_{12}$  —  $E_4$  и  $E_{21}$ . Схема (**рис. 7, а**) представляет электрический мост по току в центре звезды  $I_0 = 0$  в силу равенства токов  $I_1 = I_2 = 144$  и по напряжению между узлами  $U_{35} = 0$ . Схема (**рис. 7, б**) не содержит нулевых значений ни токов, ни напряжений в условиях заданных значений ЭДС источников. Однако несложно заметить, что достаточно снизить значение ЭДС ветви 12 на некоторую величину, и токи звезды, ограничивающие ветвь 12, получат равные значения. Мост по току явно возможен.



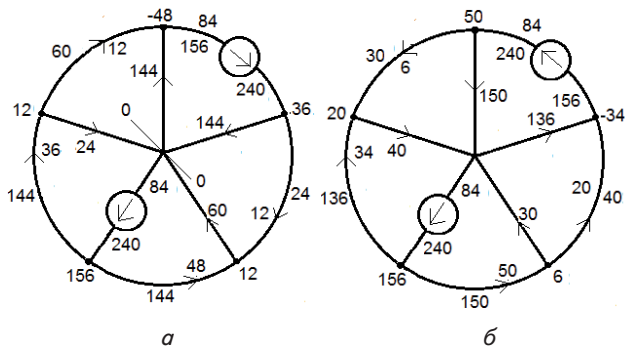


Рис. 7. Распределения токов и напряжений: а — с источниками  $E_4$  и  $E_{12}$ , б — с источниками  $E_4$  и  $E_{21}$

**Пятая пара:** источники  $E_5$  и  $E_{23}$  —  $E_5$  и  $E_{32}$ . Схема (рис. 8, а) сохраняет характер электрического моста, т. к.  $U_1=0$  и  $I_1=0$ . Кроме того  $U_{34}=0$  и  $I_{34}=0$ . Вариант достаточно неожиданный. Он как бы объединяет вместе два варианта мостов с источниками  $E_1$  и  $E_{34}$ , включаемых отдельно. Ветви 4 и 12 содержат одинаковые по значению и токи и напряжения. Схема (рис. 8, б), содержащая в ветви 23 источник другой полярности, не содержит свойств моста.

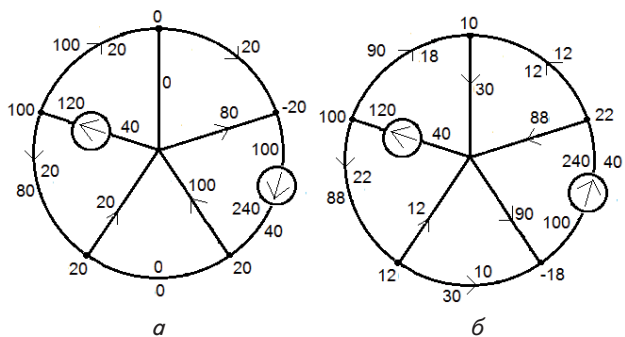


Рис. 8. Распределения токов и напряжений: а — с источниками  $E_5$  и  $E_{23}$ , б — с источниками  $E_5$  и  $E_{32}$

К анализу совместной работы источников, рассмотренных пяти вариантов схем моста, вернемся еще раз в другом разделе. Здесь представим табл. 5 с анализом чувствительности мостов с двумя источниками. Принцип записи чувствительности по току и по напряжению остался тот же: верхняя цифра ячейки соответствует чувствительности по напряжению (В/Ом), нижняя — по току (А/Ом). Здесь представлены пять вариантов с нулевыми значениями токов и напряжений.

Пять рассмотренных вариантов можно группировать по разнообразию полученного «мостового эффекта». Варианты мостов по току в центре звезды и мостов по напряжению между внешними узлами встречаются дважды (рис. 4, а и рис. 7, а). Вариант моста с нулевыми значениями токов и напряжений сразу в двух ветвях схемы тоже зафиксирован дважды: (рис. 4, б и рис. 8, а). И последний, третий вариант, с нулевым током в центре звезды (рис. 6, а). Особенностью вариантов с нулевыми значениями тока в центре звезды является то, что изменение любого из сопротивлений схемы вызывает изменение значения тока. В других случаях значения сопротивлений в ветвях источников не оказывают влияния на мостовой эффект и (очевидно) их значения могут изменяться.

Наибольшая чувствительность по напряжению зафиксирована в схеме рис. 8, а. Она составила значение 69,2 В/Ом при изменении сопротивления  $R_3$ . Максимальная чувствительность по току зафиксирована в схеме рис. 8, а. Она получила значение 55,7 А/Ом при изменении сопротивления  $R_2$ . Впрочем в этой же схеме зафиксирована чувствительность по напряжению 51,6 В/Ом при изменении сопротивления  $R_3$ .

Таблица 5

Чувствительность моста по току и по напряжению при двух ЭДС

ЭДС Сопротивления, изменяемые по значению (уменьшение на 0,01 Ом)										
В	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$R_5$ , Ом	$R_{34}$ , Ом	$R_{45}$ , Ом	$R_{51}$ , Ом	$R_{12}$ , Ом	$R_{23}$ , Ом
$E_1 = 80$ $E_{34} = 240$	4,5	30,3	3,1	3,1	16,6	0,877	-0,14	0,876	8,2	0,879
	4,5	14,1	22	8,2	3,5	1,9	-0,05	0,125	3,1	4,1
$E_1 = 80$ $E_{43} = 240$	3,8	0,807	1,3	3,2	$U_5 = 0$	1,3	1,1	0,952	0,805	$U_5 = 0$
	7,6	33,9	47,8	1,6	$U_{32} = 0$	2,5	0,1	0,100	6,4	$U_{32} = 0$
	7,6	1,6	2,5	6,4	$I_5 = 0$	2,5	2,1	1,9	1,6	$I_5 = 0$
	3,8	17,0	23,9	0,803	$I_{32} = 0$	1,3	0,05	0,05	3,2	$I_{32} = 0$
$E_3 = 48$ $E_{51} = 240$	22,7	14,1	3,1	0,878	7,5	0,501	1,1	0,876	3,9	1,1
	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$	$I_1 - I_5$
$E_4 = 240$ $E_{12} = 240$	7,279	7,268	51,57	2,5	19,87	3,208	3,457	0,952	4,6	0,954
	29,11	55,72	23,9	2,5	3,813	0,802	0,451	2,054	4,6	4,971
$E_5 = 120$ $E_{23} = 240$	$U_1 = 0$	14,8	2,1	0,084	1,7	$U_1 = 0$	0,083	0,918	4,1	2,1
	$U_{43} = 0$	4,0	69,2	12,3	5,0	$U_{43} = 0$	2,8	0,251	0,252	6,3
	$I_1 = 0$	44,4	6,3	0,251	5,0	$I_1 = 0$	0,251	2,8	12,3	6,3
	$I_{43} = 0$	1,3	23,1	4,1	1,7	$I_{43} = 0$	0,918	0,083	0,084	2,1

## 6. Мосты в электроснабжении

Совместная работа источников является одной из проблем электроснабжения. Дело в том, что стремление устранить их влияние друг на друга существует с момента возникновения электропотребления. Однако путей достижения этой цели пока что не найдено. Единственным способом усиления передачи энергии потребителю несколькими источниками является их параллельное включение, которое вносит определенные требования на их электротехнические параметры. Эти требования касаются равенства величин ЭДС и внутренних сопротивлений источников. Что касается современных трехфазных генераторов электрической энергии, то следует заметить, что и их также касается описанная проблема. В зонах перекрытия фазных ЭДС тоже происходит потеря энергии за счет их взаимного влияния, т. к. три источника, размещенные с определенным фазовым сдвигом, оказывают при этом и вредное воздействие друг на друга кроме известного полезного действия.

Если рассмотреть цепь, представленную на рис. 4, а с позиции ее использования в электроснабжении, то несложно заметить, что мощность в ней распределяется одинаково как в звезде, так и в многоугольнике с некоторой девиацией по значению попарно (табл. 3). Единственной претензией к равенству мощностей относятся данные, касающиеся ветвей источников. Однако это и единственный вариант включения источников из всех рассмотренных десяти, в котором названный дефект устраним. Дело в том, что входные сопротивления относительно двух узлов, между которыми размещены эти ветви, равны. Собственные же сопротивления этих ветвей можно изменять по усмотрению, принимая их равными по значению. Так, изменив сопротивление ветви 34 на значение  $1/3$  (вместо 3) и подключив источник с ЭДС  $E_{34} = 80$  В (вместо 240), получим все пары с одинаковыми значениями мощностей. Можно поступить иначе, изменить сопротивление ветви 1  $R_1 = 3$  Ом (вместо  $1/3$  Ом) и, соответственно величину ЭДС  $E_1 = 240$  В. Подобные варианты эквивалентности источников энергии по входу замечены только у структур, относящихся к мосту Уитстона (трехконтурный мост).

Особенностью данного варианта является также то, что есть возможность осуществления контроля или по току в сечении центра звезды, или по напряжению между узлами 2 и 5. Подобным свойством обладает вариант, изображенный на рис. 7, а. Варианты включения источников  $E_2$  и  $E_{45}$  или  $E_{54}$ , представленные на рис. 5, а и рис. 5, б, мостового эффекта не имеют. К ним относятся также варианты: рис. 6, б; рис. 7, б и рис. 8, б. Однако источники в них не мешают друг другу и комфортно взаимодействуют, обеспечивая нужную нагрузку.

Следует заметить, что современное состояние структур мостов достаточно многообразно, чтобы удовлетворить совместную работу двух источников. Практика же показывает, что существует потребность включения большего количества генераторов в одну и ту же структуру потребителей. Для этой цели можно предложить кольцевую структуру организации мостовых цепей электроснабжения.

Она позволяет удваивать как количество источников, используемых для электроснабжения, так и количество потребителей.

Это происходит за счет вложения моста внутрь другого такого же моста с параметрами, аналогичными исходной цепи. Этот процесс можно рассматривать и иначе.

Например, есть исходный мост. На него насаживается такой же мост с разрывом ветвей звезды в центре и их дальнейшим соединением одноименных концов с узлами исходного моста. Таких соединений может быть любое количество.

Пределом может служить только техническая или экономическая целесообразность. Ниже рассмотрен в сокращенном виде вариант из двух равноценных колец.

**Кольцевые структуры мостов.** Особенностью самодуальных структур является их возможность расширяться в пространстве. Это происходит за счет разрыва ветвей подобной звезды в центральном (нулевом) узле и последующем их соединении с одноименными узлами другого такого же моста. На рис. 9 представлен вариант такого включения с обозначенными ранее параметрами.

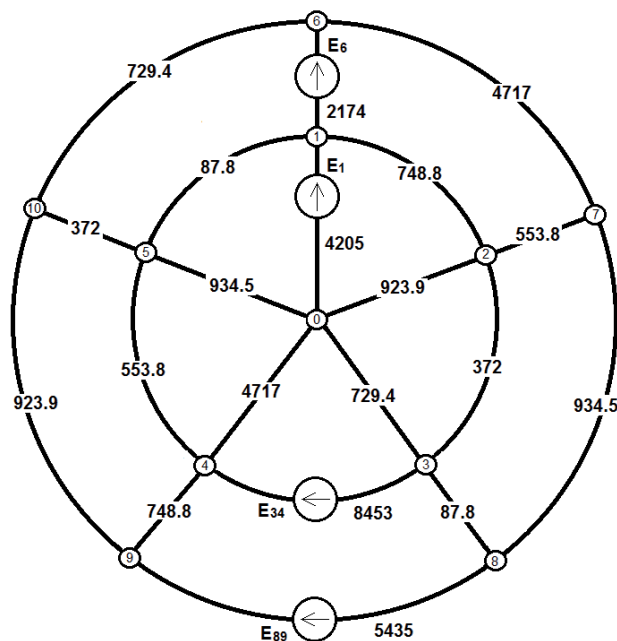


Рис. 9. Распределение мощности в цепи

Нумерация узлов внешнего моста продолжается в том же порядке увеличения, в данном случае от номера 6 до 10 по часовой стрелке.

Рассматривая распределения мощности по взаимно дуальным ветвям, обнаруживаем, что существует определенная и взаимная закономерность связи внешнего и внутреннего мостов. Так, ветвь 7 внешнего моста и ветвь 4–5 внутреннего моста рассеивают одну и ту же мощность: 553,8 Вт. Аналогично ветви 2 и 9–10: 923,9 Вт. Такие соотношения не обнаружены только в ветвях с источниками. Этот случай ранее уже обсуждался и может быть также согласован.

В табл. 6 представлен анализ кольцевой цепи четырьмя сочетаниями пар источников. Самую большую мощность отдают источники в цепь при их включении в ветви внутреннего моста. Самую малую — при их включении в ветви внешнего моста. Пары источников, дуально размещенные в кольцевой структуре, выдают одинаковую мощность в сумме равную, рассмотренным ранее вариантам. Распределение мощности по ветвям звезд и многоугольников само собой интересно.

Рассмотрим мост при гармонических воздействиях. Вариантов заполнения рассматриваемой структуры электрической цепи существует бесконечное множество. Здесь рассмотрен частотно независимый мост с параметрами: многоугольника с пятью сторонами и соответственно величинами сопротивлений  $Z_{12} = Z_{23} = 1 + j\omega$  Ом;  $Z_{45} = Z_{51} = 1 + 1/j\omega$  Ом и  $R_{34} = 2$  Ом, и пяти лучевой звезды

$Z_1 = Z_2 = 0,5 + 0,5j \cdot \omega$  Ом;  $Z_{45} = Z_{51} = 0,5 + 0,5/j\omega$  Ом;  $R_1 = 0,5$  Ом (рис. 1). Здесь значок  $\omega$  представляет относительную частоту токов и напряжений в цепи.

Варианты исследования этого моста подобны вариантам, представленным на рис. 2. Вариант, соответствующий рис. 2, а предусматривает включение источника ЭДС  $E_1 = 15$  В с нулевой фазой. Распределения токов, напряжений и мощностей по ветвям моста на частоте  $\omega = 1$  представлены табл. 7. В этом конкретном случае все токи изменяются от частоты так, что их вершины скользят по радиусу окружности, диаметром которой является величина тока в ветви 1. Она не зависит от частоты и, равна 8 А. Векторная диаграмма токов показана на рис. 10.

Таблица 7

Распределения токов, напряжений и мощностей на частоте  $\omega = 1$

Источник напряжения $E_1 = 15$ В в ветви звезды						
$U_k$ , В	$U_{mn}$ , В	$I_k$ , А	$I_{mn}$ , А	$P_k$ , Вт	$P_{mn}$ , Вт	
11	0	8	0	32	0	
3	2	$3 - 3j$	$1 + 1j$	$9 + 9j$	$2 - 2j$	
1	8	$1 - 1j$	$4 + 4j$	$1 + 1j$	$32 - 32j$	
1	8	$1 + 1j$	$4 - 4j$	$1 - 1j$	$32 + 32j$	
3	2	$3 + 3j$	$1 - 1j$	$9 - 9j$	$2 + 2i$	
Потери мощности в цепи				120	52	68

Таблица 6

Анализ кольцевой цепи четырьмя сочетаниями пар источников

Распределение мощности в ветвях цепи в условиях включения двух источников							
$E_1$ и $E_{34}$		$E_1$ и $E_{89}$		$E_6$ и $E_{34}$		$E_6$ и $E_{89}$	
Внутренний мост							
Звезда	Контур	Звезда	Контур	Звезда	Контур	Звезда	Контур
2174	12130	2174	8453	331,9	12130	331,9	331,9
583,5	229,6	553,8	553,8	47,1	277,8	38,9	70,2
232,5	336,2	87,8	87,8	311,1	68,4	138,3	80,4
1796	1681	748,8	748,8	1707	194,6	691,4	186
291,8	178,5	372	372	127,3	64,1	181,9	35,1
$P_{зв} = 5078$	$P_{мн} = 14560$	$P_{зв} = 3936$	$P_{мн} = 10220$	$P_{зв} = 2524$	$P_{мн} = 12732$	$P_{зв} = 1382$	$P_{мн} = 703,6$
Сумма: 19640 Вт		Сумма: 14159 Вт		Сумма: 15256 Вт		Сумма: 2086 Вт	
Внешний мост							
331,9	331,9	331,9	331,9	807	331,9	807	8453
70,2	38,9	47,1	47,1	277,8	47,1	229,6	583,5
80,4	138,3	311,1	311,1	68,4	311,1	336,2	232,5
186	691,4	1707	1707	194,6	1707	1681	1796
35,1	181,9	127,3	127,3	64,1	127,3	178,5	291,8
$P_{мн} = 703,6$	$P_{зв} = 1382$	$P_{зв} = 2524$	$P_{зв} = 2524$	$P_{зв} = 1412,8$	$P_{зв} = 2524$	$P_{зв} = 3233$	$P_{мн} = 11360$
Сумма: 2086 Вт		Сумма: 5049 Вт		Сумма: 3937 Вт		Сумма: 13680 Вт	
5782	15940	6460,8	12740	3937	15261	4615	12060
Всего: 21720 Вт		Всего: 19200 Вт		Всего: 19200 Вт		Всего: 16680 Вт	



Окончание табл. 7

Источник напряжения $E_{34} = 30$ В в ветви многоугольника					
$U_k, В$	$U_{mn}, В$	$I_k, А$	$I_{mn}, А$	$P_k, Вт$	$P_{mn}, Вт$
0	8	0	11	0	32
$1 + 1j$	$3 - 3j$	2	3	$2 + 2j$	$9 - 9j$
$4 + 4j$	$1 - 1j$	8	1	$32 + 32j$	$1 - 1j$
$-4 + 4j$	$1 + 1j$	8	1	$32 - 32j$	$1 + 1j$
$1 - 1j$	$3 + 3j$	2	3	$2 - 2i$	$9 + 9j$
Потери мощности в цепи 330				68	262
Источники напряжения: $E_1 = 15$ В и $E_{34} = 30$ В вместе					
$U_k, В$	$U_{mn}, В$	$I_k, А$	$I_{mn}, А$	$P_k, Вт$	$P_{mn}, Вт$
11	$U_{43} = 8$	8	11	32	242
$2 - 1j$	$U_{45} = 1 - 3j$	$1 - 3j$	$2 - 1j$	$5 + 5j$	$5 - 5j$
$-3 - 4j$	$U_{15} = 7 + 1j$	$7 + 1j$	$3 + 4j$	$25 + 25j$	$25 - 25j$
$5 - 4j$	$U_{12} = 9 + 1j$	$9 + 1j$	$5 - 4j$	$41 - 41j$	$41 + 41j$
$4 - 1j$	$U_{23} = 5 + 3j$	$5 + 3j$	$4 - 1j$	$17 - 17j$	$17 + 17j$
Потери мощности в цепи 450				$120 - 28j$	$330 + 28j$

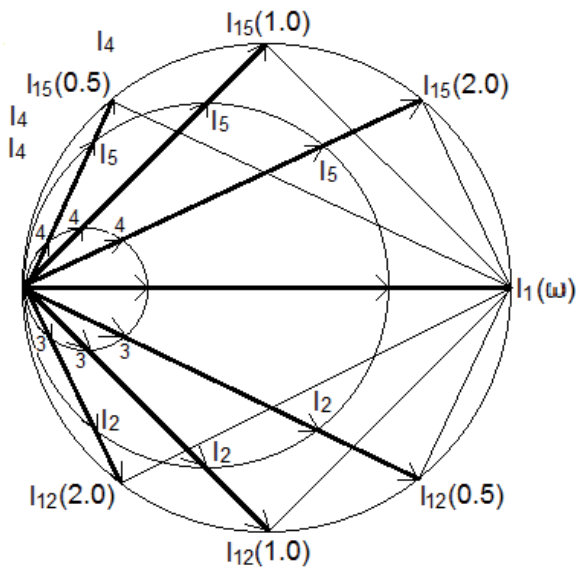


Рис. 10. Векторная диаграмма токов

Изменения токов от частоты представлены ниже в математической форме записи в виде последовательности определенных выражений.

$Z_{вх} = 1,375 + 0,5j = 1,875$  Ом – входное сопротивление относительно зажимов источника;  $I_1 = \dot{E}_1 / Z_{вх} = 8$  А – ток в ветви источника. Все другие токи частотно зависимы и определяемы через известные выражения с использованием представлений о передаточных характеристиках по напряжению (обозначены буквами  $H$  с соответствующими индексами):

$$\dot{I}_{12} = \dot{I}_1 \cdot H_{12} = \dot{I}_1 \cdot (1 / (1 + j\omega));$$

$$\dot{I}_{15} = \dot{I}_1 \cdot H_{15} = \dot{I}_1 \cdot (j\omega / (1 + j\omega));$$

$$\dot{I}_2 = 0,75 \cdot \dot{I}_{12}; \quad \dot{I}_{23} = \dot{I}_3 = 0,25 \cdot \dot{I}_{12};$$

$$\dot{I}_5 = 0,75 \cdot \dot{I}_{15}; \quad \dot{I}_{54} = \dot{I}_4 = 0,25 \cdot \dot{I}_{15}.$$

Свойства моста с источником  $\dot{E}_{34} = 30$  В другие, несмотря на равенство по значениям с соответствующими токами на базовой частоте ( $\omega = 1$ ). Входное сопротивление относительно узлов 4 и 3:

$$Z_{43} = 0,3636(2 + j\omega + 1/j\omega) \text{ Ом.}$$

Входное сопротивление относительно зажимов источника

$$Z_{вх} = 2 + 0,3636 \cdot (2 + j\omega + 1/j\omega).$$

Следовательно, ток в ветви с источником

$$\dot{I}_{34} = \dot{E}_{34} / [2 + 0,3636 \cdot (2 + j\omega + 1/j\omega)].$$

Напряжения узлов 3 и 4 соответственно равны:

$$\dot{U}_3 = \dot{E}_{34} \cdot \frac{0,3636 \cdot (1 + j\omega)}{2 + 0,3636 \cdot (2 + j\omega + \frac{1}{j\omega})}$$

$$\text{и } \dot{U}_4 = \dot{E}_{34} \cdot \frac{0,3636 \cdot (1 + \frac{1}{j\omega})}{2 + 0,3636 \cdot (2 + j\omega + \frac{1}{j\omega})}.$$

Зависимость напряжений этого варианта моста представлена в виде векторных диаграмм на рис. 11. Здесь концы векторов напряжений скользят при изменении частоты по прямым линиям. Расположение этих граничных линий фиксировано и составляет  $65^\circ$  к горизонту (рис. 11).

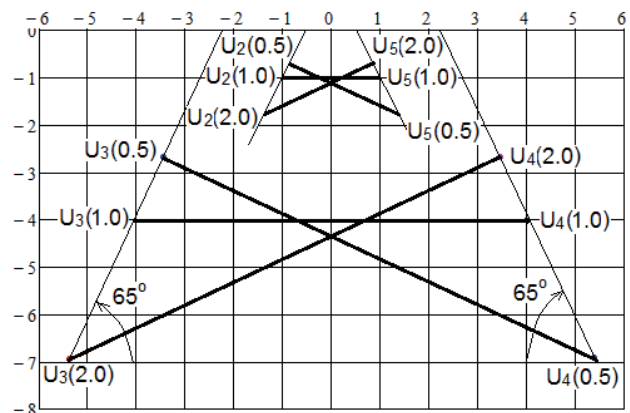


Рис. 11. Векторная диаграмма напряжений

Анализ данных, приведенных в **табл. 7**, красноречиво подчеркивает те же отношения между токами и напряжениями двух первых опытов с отдельными источниками, которые были изложены в комментариях к **табл. 1**.

Обращаем внимание на распределения мощностей, представленные в **табл. 7**. Все дуальные пары (кроме ветвей с источниками), содержат результаты в комплексной форме записи в виде сопряженных величин.

### 7. Выводы

Исходя из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Пятиконтурный мост способен конкурировать с известными мостами в области производства разного рода измерений.

2. Установлено, что «эффект моста» может быть получен не только за счет соотношения параметров схемы, но и за счет воздействия источников.

3. Есть возможность использования мостов в электроснабжении с целью экономии электроэнергии за счет устранения влияния друг на друга.

4. Частотно независимый мост при гармонических воздействиях также позволяет обеспечивать независимые режимы работы источников электрической энергии.

### Литература

1. Бакалов, В. П. Основы теории цепей [Текст]: уч. для вузов / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. Е. Крук; под ред. В. П. Бакалова; 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 2000. — 592 с.
2. Ионкин, П. А. Основы инженерной электрофизики. Ч. II. Основы анализа и синтеза электронных цепей [Текст]: уч. пос. / под ред. П. А. Ионкина. — М., Высшая школа, 1972. — 636 с.
3. Зевеке, Г. В. Основы теории цепей [Текст]: учебник / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов; 5-е изд., перераб. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.
4. Лебедев, П. Ф. Электрические мосты теоретической электротехники [Текст] / П. Ф. Лебедев // Восточно-Европейский журнал новых технологий. — 2010. — Т. 1, № 6(43). — С. 38–43. — Режим доступа: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/2593/2399>
5. Патент України «чотириплечий довершений електричний міст» [Текст] / Лебедев П. Ф., Дробишева В. П. — № 98674. Дата реєстрації 11.06.2012 г.

*Abstract. The modern theory of electric bridges is based on improving two structures, related to the Wheatstone and Thompson bridges. The structure remains unchanged, and individual branches are subject to the development. The discovery of the law on dual structures allows to expand the technical capabilities of bridges. The paper considers only the «bridge effect» and some of the mentioned properties, typical for resistive circuits and circuits with constant currents and voltages, for example, perfect five-circuit bridges.*

*The following provisions are set.*

*Five-circuit bridge can compete with the famous bridges in various kinds of measurements.*

*It was found that the «bridge effect» can be achieved not only due to the correlation of the circuit parameters, but also the impact of sources.*

*It is possible to use bridges in the power supply to save energy by eliminating the influence on each other.*

*Frequency-independent bridge under harmonic effects can also provide independent operation modes of electrical power sources.*

*Keywords: electric bridge, perfect bridge, «star», «pentagon» determinant, bridge effect.*