

Запропоновано підхід до апроксимації рівнянь стану води і водяної пари (IAPWS-95) для розрахунків тривимірних течій пари в проточних частинах турбомашин, що забезпечує достатню точність визначення термодинамічних величин у всьому діапазоні роботи сучасних і перспективних парових турбін

Ключові слова: тривимірна в'язка течія, рівняння стану води і водяної пари, турбіна, проточна частина

Предложен подход к аппроксимации уравнений состояния воды и водяного пара (IAPWS-95) для расчетов трехмерных течений пара в проточных частях турбомашин, обеспечивающий достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин

Ключевые слова: трехмерное вязкое течение, уравнения состояния воды и водяного пара, турбина, проточная часть

An approach to the approximation of the equations of state for water and steam (IAPWS-95) for numerical simulation of 3-D flows of steam in the flowpart of turbomachinery, which provides sufficient accuracy of the thermodynamic quantities in the whole range of modern and advanced steam turbines

Key words: three-dimensional viscous flow, equation of state of water and steam, turbine, flowpart

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ТЕРМО- ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВОДЯНОГО ПАРА IAPWS-95 В 3D РАСЧЕТАХ

А. В. Русанов

Доктор технических наук, заместитель директора по научной работе, заведующий отделом
Отдел гидроаэромеханики энергетических машин*
Контактный тел.: (057) 752-33-88.
E-mail: rusanov@ipmach.kharkov.ua

Н. В. Пащенко

Ведущий инженер*

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного
НАН Украины
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина, 61046
Контактный тел.: (0572) 95-95-21
E-mail: natasha@ipmach.kharkov.ua

1. Введение

В последние 10-15 лет при проектировании и доводке проточных частей турбомашин, в том числе паровых турбин, широко применяются методы моделирования пространственных вязких течений, основанные на численном интегрировании уравнений Рейнольдса [1, 2, 3 и др.]. Использование таких подходов позволило добиться существенного повышения газодинамической эффективности энергомашин, прежде всего за счет применения пространственного профилирования лопаточных трактов (сложный навал и обратная закрутка, профилирование меридиональных обводов, радиально-осевые ступени и др.). При численном интегрировании уравнений Рейнольдса возникает ряд сложностей, связанных с точностью и устойчивостью применяемых разностных схем, постановкой граничных условий, замыканием уравнений (моделирование турбулентности, уравнения состояния и др.). В большинстве программных комплексов используются достаточно простые уравнения состояния, такие как уравнение состояния совершенного газа, Таммана, Ван-дер-Ваальса и др. Во многих случаях их приме-

нение является оправданным и допустимым. Однако при рассмотрении процессов, в которых имеют место фазовые переходы рабочего тела (например, в цилиндрах низкого давления и конденсаторах паровых турбин ТЭС и ТЭЦ, а также проточных частях турбин АЭС), использование простых уравнений состояния позволяет хорошо моделировать качественную структуру потока, адекватно оценивать потери кинетической энергии, но при этом погрешность определения таких величин, как температура, расход, мощность может быть достаточно существенной. В более простых методах расчета паровых турбин (одномерных, квазиосесимметричных и др.) для описания термодинамических свойств воды и водяного пара уже длительное время используются уравнения состояния, основанные на уравнении Майера и Богомолова [4], вириальные коэффициенты для которого определяются с помощью эксперимента. На сегодняшний день в мире действует два основных Международных стандарта таких уравнений: формуляция IAPWS-95 [5] для научных расчетов и ее упрощение – формуляция IAPWS-IF97 [6] для промышленных расчетов. Прямое использование этих уравнений состояния в трехмерных

расчетах на современных компьютерах невозможно, так как в этом случае время вычислительного процесса увеличивается на 1-2 порядка. Наиболее сложным уравнением состояния, используемым в моделях трехмерных течений, является уравнение с двумя членами ряда коэффициента сжимаемости [4].

В работе рассмотрен подход к аппроксимации (восполнению) уравнений состояния IAPWS-95 кривыми второго порядка по заранее посчитанным массивам термодинамических функций. Впервые идея подобной аппроксимации была высказана в работе [7]. Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает $\pm 0,1\%$), но при этом не требуется существенного увеличения вычислительных затрат.

2. Метод расчета трехмерных вязких течений

Расчеты проводятся с помощью программного комплекса FlowER [3] основанного на численном интегрировании уравнений Рейнольдса. Для учета турбулентных эффектов используется SST-модель Ментера [8]. Исходные уравнения решаются с применением неявной ENO-схемы Годунова [9]. Для замыкания уравнений Рейнольдса, а также обработки результатов расчетов в программном комплексе FlowER определяется ряд термодинамических зависимостей, вид которых зависит от используемого термодинамического уравнения состояния: $T=T(p,\rho)$ – температура; $\rho=\rho(p,T)$ – плотность; $\epsilon=\epsilon(p,\rho)$ – внутренняя энергия; $p=p(\epsilon,\rho)$ – давление; $a=a(p,\rho)$ – скорость звука; $i=i(p,\rho)$ – энтальпия; $c_v=c_v(p,\rho)$ – удельная изохорная теплоемкость; $c_p=c_p(p,\rho)$ – удельная изобарная теплоемкость; $S=S(p,\rho)$ – энтропия; $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p}\right)_\rho = \epsilon_p(p,\rho)$ – частная производная внутренней энергии по давлению при постоянной плотности; $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_p = \epsilon_\rho(p,\rho)$ – частная производная внутренней энергии по плотности при постоянном давлении; $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_\rho = S_p(p,\rho)$ – частная производная энтропии по давлению при постоянной плотности; $\left(\frac{\partial S}{\partial \rho}\right)_p = S_\rho(p,\rho)$ – частная производная энтропии по плотности при постоянном давлении; $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_\rho = T_p(p,\rho)$ – частная производная температуры по давлению при постоянной плотности; $\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_p = T_\rho(p,\rho)$ – частная производная температуры по плотности при постоянном давлении; $i_* = i_*(p,\rho,C)$ – полная энтальпия; $T_* = T_*(p,\rho,C)$ – полная температура; $p_* = p_*(p,\rho,C)$ – полное давление; $\rho_* = \rho_*(p,\rho,C)$ – полная плотность; $\rho_{iz} = \rho_{iz}(S,p)$ – изэнтропическая плотность; $i_{iz} = i_{iz}(S,p)$ – изэнтропическое давление, где C – скорость.

В программном комплексе FlowER реализованы термические уравнения состояния совершенного газа [10], Таммана [11], Ван-дер-Ваальса [4] с постоянными

и переменными теплоемкостями. Вид термодинамических функций замыкания для этих уравнений состояния представлен в [12].

3. Аппроксимация термодинамических функций замыкания на основе уравнений термодинамических свойств воды и водяного пара IAPWS-95

Уравнения международного общества термодинамических свойств воды и водяного пара формуляции 1995 года IAPWS-95 записаны на основе фундаментального уравнения Гельмгольца $f(p,T)$ и представляют собой комбинации полиномов размером до 56 членов [5]. Получить аналитические выражения обратных термодинамических функций (не от переменных p и T), необходимых для замыкания уравнений Рейнольдса, в большинстве случаев невозможно. Все вышесказанное делает неэффективным (с точки зрения вычислительных затрат) прямое использование уравнений IAPWS-95 для расчета трехмерных течений. Гораздо менее затратным является подход, предложенный в работе [7], когда функции замыкания определяются интерполированием по заранее рассчитанным массивам (таблицам) термодинамических величин. Однако, как показал опыт авторов, для обеспечения приемлемой точности определения термодинамических параметров в широком диапазоне изменения (например, в диапазоне рабочих режимов современных паровых турбин) может оказаться необходимым хранение массивов больших размерностей. Для уменьшения размерностей хранимых массивов без ущерба по точности интерполяции в работе предложено несколько приемов, описанных ниже.

Если независимыми переменными для определения термодинамических величин являются давление и/или плотность, то, в зависимости от рассматриваемого диапазона, величина шагов между точками массивов существенно изменяется. Так, например, в паровой турбине К-325-23,5 в ЦНД давление изменяется от $3 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^5$ Па, а в ЦВД – от $3 \cdot 10^6$ до $2,4 \cdot 10^7$ Па, соответственно, абсолютная величина приращения по давлению для этих объектов должна быть разной (аналогично по плотности). При подобных условиях целесообразно в качестве независимых переменных рассматривать давление и плотность в логарифмической шкале.

Если базовыми (опорными) точками для определения какой-либо термодинамической величины являются значения искомой функции, то в связи со значительной (как правило) нелинейностью термодинамических функций требуется достаточно большое количество опорных точек для обеспечения приемлемой точности интерполяции. Уравнения IAPWS-95 можно представить как уравнение состояния совершенного газа с безразмерным коэффициентом сжимаемости, зависимым от двух независимых переменных, например, p и ρ . Изменение этого коэффициента гораздо менее существенно по сравнению со значениями искомых термодинамических функций. Тогда целесообразно в качестве базовых (опорных) точек хранить значения не искомых термодинамических величин, а значения соответствующих безразмерных коэффициентов сжимаемости. В этом случае искомые

термодинамические величины для замыкания уравнений Рейнольдса будут определяться по аналитико-интерполяционным зависимостям:

$$T = \frac{P}{\rho R z_{-t}(\rho, p)}; \rho = \frac{P}{i} z_{-\rho}(i, p); \varepsilon = \frac{P z_{-\varepsilon}(\rho, p)}{s z_{-t}(\rho, p)};$$

$$p = \rho \cdot \varepsilon \cdot z_{-p}(\rho, \varepsilon); a = \sqrt{\frac{P z_{-a}(\rho, p)}{s z_{-t}(\rho, p)}};$$

$$i = \frac{P}{\rho} \left(1 + \frac{z_{-\varepsilon}(\rho, p)}{z_{-t}(\rho, p)}\right); C_v = R \cdot z_{-C_v}(\rho, p);$$

$$C_p = R \cdot z_{-C_p}(\rho, p); S = R \cdot z_{-S}(\rho, p);$$

$$\varepsilon_p = \frac{z_{-\varepsilon}(\rho, p)}{\rho \cdot z_{-t}(\rho, p)}; \varepsilon_\rho = -\frac{P z_{-\varepsilon}(\rho, p)}{\rho z_{-t}(\rho, p)};$$

$$S_p = \frac{C_v}{p}; S_\rho = -\frac{C_p}{\rho}; T_p = \frac{1}{\rho R \cdot z_{-t}(\rho, p)};$$

$$T_\rho = -\frac{P}{\rho^2 R \cdot z_{-t}(\rho, p)},$$

где R – газовая постоянная для пара [5]; $z_{-t}(\rho, p)$, $z_{-\rho}(i, p)$, $z_{-\varepsilon}(\rho, p)$, $z_{-p}(\rho, \varepsilon)$, $z_{-C_v}(\rho, p)$, $z_{-C_p}(\rho, p)$, $z_{-S}(\rho, p)$ – безразмерные коэффициенты сжимаемости для соответствующих термодинамических величин, определяемые с помощью интерполяции. При вычислении плотности, в отличие от других уравнений состояния, используемых в программном комплексе FlowER, вместо независимой переменной T применяется энтальпия, что позволяет избавиться от неоднозначности в двухфазной области течения. Формулы для определения частных производных от внутренней энергии, энтропии и температуры являются упрощенными, полученными в предположении, что коэффициенты сжимаемости в рассматриваемой точке течения являются константами. Такое допущение оправдано, так как эти величины используются в итерационных процессах для решения нелинейных уравнений, а описанное упрощение повышает устойчивость этих процессов.

Значения полных и изоэнтропических термодинамических величин определяются итерационно с помощью методики, описанной в [12].

Величины безразмерных коэффициентов сжимаемости в базовых точках определяются как:

$$z_{-t} = \frac{p}{\rho RT}; z_{-\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{RT}; z_{-\rho} = \frac{i p}{\rho};$$

$$z_{-p} = \frac{p}{\rho \cdot \varepsilon}; z_{-a} = \frac{a^2}{RT}; z_{-C_v} = \frac{C_v}{R};$$

$$z_{-C_p} = \frac{C_p}{R}; z_{-S} = \frac{S}{R},$$

где соответствующие величины $p, \rho, T, \varepsilon, i, a, C_p, C_v$ и S вычисляются с помощью уравнений формуляции IAPWS-95 [5]. Интерполяция коэффициентов сжимаемости выполняется с помощью ENO полинома второго порядка, который обеспечивает отсутствие осцилляций.

4. Оценка погрешности аппроксимации термодинамических функций замыкания

Для аппроксимации безразмерных коэффициентов сжимаемости как функций двух независимых переменных использовались двумерные массивы опорных точек размерностью 1001×1001. На рис. 1 сплошной линией показана область определения массивов от независимых переменных давления и плотности: $500 \text{ Па} \leq p \leq 3,5 \cdot 10^7 \text{ Па}$; $4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 \leq \rho \leq 210 \text{ кг/м}^3$; $0,01^\circ\text{C} \leq T \leq 800^\circ\text{C}$. Штриховой линией обозначена область работы современных и перспективных паровых турбин. В области определения термодинамических функций средняя погрешность аппроксимации по всем величинам не превышает 0,05%, а максимальная – 0,8%. В области работы паровых турбин средняя погрешность аппроксимации не превосходит 0,01%, а максимальная – 0,1%.

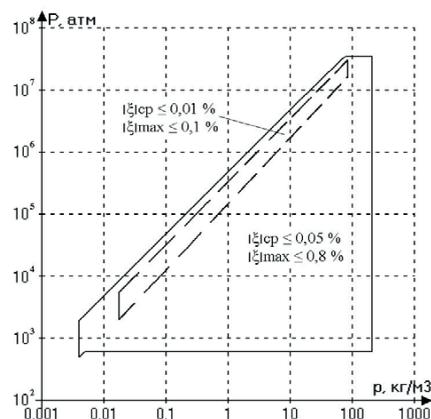


Рис. 1. Области определения термодинамических функций

5. Численные результаты

Для проверки предложенной методики выполнены расчеты пространственного течения пара в отсеке низкого давления пятиступенчатой паровой турбины мощностью 360 МВт (рис. 2), результаты которых сравнивались с экспериментальными данными [13] и расчетом, выполненным с использованием уравнения состояния совершенного газа с переменными удельными теплоемкостями [14].

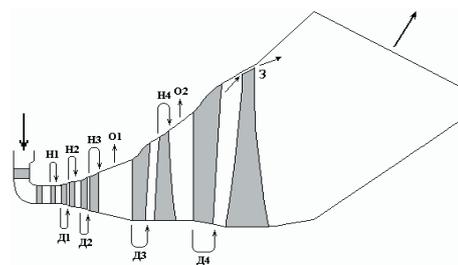


Рис. 2. Меридиональное сечение пятиступенчатой проточной части низкого давления турбины паровой турбины мощностью 360 МВт. Схема протечек и отборов: О – регенеративные отборы; Н – надбандажные протечки; Д – диафрагменные протечки; З – перетекание в радиальном зазоре

Во входном радиальном участке проточной части установлены спрямляющие лопатки. Рабочие колеса всех ступеней, кроме последней, имеют обандаженные лопатки. В рабочем колесе последней ступени – радиальный зазор между корпусом и торцом рабочей лопатки. За третьей и четвертой ступенями расположены отверстия для регенеративного отбора рабочего тела. Направляющие аппараты всех ступеней (кроме первой) и рабочие колеса всех ступеней (кроме последней) оснащены типичными лабиринтными уплотнениями. Схема регенеративных отборов, протечек рабочего тела через лабиринтовые уплотнения и радиальный зазор (РК последней ступени) на меридиональных обводах показана на рис. 2.

Таблица 1

Исходные данные для моделирования протечек и отборов

Позиция	Ступень	Венец	G, кг/с	T ₀ [*] , К
H1	1	РК 1	2,00	537,8
D1	2	НА 2	1,90	487,8
H2	2	РК 2	1,40	487,8
D2	3	НА 3	1,21	437,8
H3	3	РК 3	1,10	437,8
O1	3–4	–	5,50	–
D3	4	НА 4	0,54	387,8
H4	4	РК 4	1,10	387,8
O2	4–5	–	5,00	–
D4	5	НА 5	0,36	337,8

Таблица 2

Интегральные характеристики

Параметр	Эксперимент	Расчет 1	Расчет 2
на выходе из 1-й ступени			
P, кПа	–	314	314,4
T, К	–	488,0	494,4
на выходе из 2-й ступени			
P, кПа	–	185	182,8
T, К	–	448,0	443,0
на выходе из 3-й ступени			
P, кПа	79,9	79,9	79,84
T, К	371,2	398,1	366,6
I, кДж/кг	2647	2640	2646
G, кг/с	107,9	104,5	107,3
на выходе из 4-й ступени			
P, кПа	34,9	35,0	35,16
T, К	346,4	360,8	345,8
I, кДж/кг	2531	2517	2530
G, кг/с	100,9	98,0	101,0
на выходе из 5-й ступени			
P, кПа	8,3	8,3	8,28
T, К	314,8	312,5	314,0
I, кДж/кг	2350	2350	2352
G, кг/с	96,0	92,2	95,9

Для задания граничных условий на входе и выходе из расчетной области использовались данные, полученные в натурном эксперименте Марчинковским и др. [13]: на входе – полное давление 519 кПа, полная

температура 539 К; на выходе – статическое давление 8,6 кПа. Исходные данные для моделирования отборов и протечек были определены ранее в работе [14] по одномерной методике, предложенной Гардзилевичем [15], и приведены в табл. 1. Информация о направлении потока, поступающего в проточную часть в протечках, отсутствовала, поэтому в настоящей работе считалось, что в протечках вектор скорости ориентирован по нормали к меридиональным обводам.

Расчет проводился на структурированной сетке H-типа, содержащей около 4 млн. ячеек.

В табл. 2 приведены интегральные характеристики потока за третьей, четвертой и пятой ступенями турбины, полученные в эксперименте [13], расчете с использованием уравнения состояния совершенного газа с переменными удельными теплоемкостями [14] (расчет 1) и расчете по предложенной методике учета свойств воды и водяного пара IAPWS-95 (расчет 2). На рис. 3 приведены сопоставления графиков распределений статического и полного давлений, меридионального и тангенциального углов потока в поперечных сечениях проточной части, полученные экспериментально и в расчете 2.

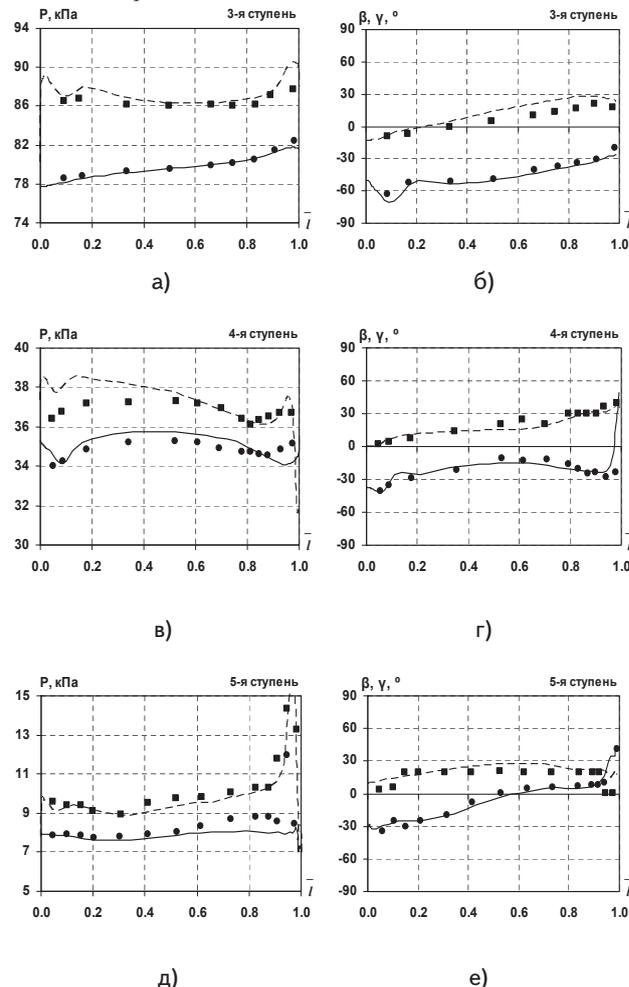


Рис. 3. Распределения полного и статического давлений (а, в, д), меридионального и тангенциального углов потока (б, г, е) по длине лопатки за третьей (а, б), четвертой (в, г) и пятой (д, е) ступенями; статическое давление или тангенциальный угол: — расчет 2, ●●● эксперимент; полное давление или меридиональный угол: — расчет 2, ■■■ эксперимент

Из представленных результатов видно удовлетворительное согласование экспериментальных и расчетных данных, однако результаты расчета 2 в целом лучше соответствуют эксперименту. Кроме того, необходимо отметить, что константы уравнения состояния для расчета 1 подбирались по известным экспериментальным данным, в то время как для расчета 2 такой подбор не требуется.

6. Заключение

Предложен подход к аппроксимации уравнений состояния воды и водяного пара (IAPWS-95) для расчетов трехмерных течений пара в проточных частях турбомашин. Средняя погрешность аппроксимации термодинамических функций в области работы современных и перспективных турбомашин составляет менее 0,01%, а максимальная погрешность – менее 0,1%. При использовании данного подхода наблюдается более точное согласование результатов расчета течения в пятиступенчатом ЦНД паровой турбины с экспериментальными данными по сравнению с расчетами, в которых используются более простые уравнения состояния.

Литература

1. ANSYS Products / ANSYS, Inc. All Rights Reserved. Terms & Conditions. – Available from: <http://www.ansys.com>.
2. FlowVision / FlowVision : The Lean Business & Supply Chain Consulting Group. – Available from: <http://www.flowvision.com>.
3. Свідоцтво про державну реєстрацію прав автора на твір, ПА № 77. Державне агентство України з авторських та суміжних прав. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовінцевих турбомашинах “FlowER” / С.В.Єршов, А.В.Русанов. – 19.02.1996.
4. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача / В.В. Нащокин. – М.: Высшая школа, 1980. – 496 с.
5. IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. – Available from: <http://www.iapws.org>.
6. IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam (The revision only relates to the extension of region 5 to 50 MPa). – Available from: <http://www.iapws.org>.
7. Ершов С.В. Численное моделирование трехмерных вязких течений несовершенного газа в турбомашинах. Часть 1. Постановка задачи / С.В. Ершов, А.В. Русанов // Пробл. машиностроения. – 2002. – 5(4). – С. 18 – 25.
8. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. – 1994. – 32, № 11. – P. 1299–1310.
9. Ершов С.В. Квазимонотонная ENO схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье-Стокса // Мат. моделирование. – 1994. – 6, № 11. – С. 58–64.
10. Зоммерфельд А. Термодинамика и статическая физика. – М.: Иностранная литература, 1995. – 479 с.
11. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
12. Русанов А.В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А.В. Русанов, С.В. Ершов. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с.
13. Marcinkowski S. Results of extended flow measurements in the LP part of 18K370 steam turbine / S. Marcinkowski, A. Gardzilewicz, J. Gluch // Rep. Diagnostyka Maszyn. – 1999. – № 11/99.
14. Lampart P. Validation of 3D RANS Solver With a State Equation of Thermally Perfect and Calorically Imperfect Gas on a Multi-Stage Low-Pressure Steam Turbine Flow / P. Lampart, A. Rusanov, S. Yerшов // Journal of Fluids Engineering. – 2005. – Vol. 127. – P. 83 – 93.
15. Gardzilewicz A. Selected problems of computer-aided design of steam turbines and heat cycles // Rep. IMP PAN. Gdansk – 1984. – № 161/84.