Представлено засіб побудови вихідної матриці зворотного зв'язку з вивчуваною внутрішньою моделлю. Внутрішня модель мінімального порядку використовується в задачі синтезу дискретних корегуючих фільтрів для складних богатозв'язкових динамічних систем

Ключові слова: синтез, ДКФ – дискретний коригуючий фильтр, ВМ – внутрішня модель, МЗЗ – матриця зворотнього зв'язку

Представлен способ построения исходной матрицы обратной связи обучаемой внутренней модели. Внутренняя модель минимального порядка используется в задаче синтеза дискретных корректирующих фильтров для сложных многосвязных динамических систем

Ключевые слова: синтез, ДКФ - дискретный корректирующий фильтр, ВМ - внутренняя модель, МОС – матрица обратной связи

The way of construction of an initial matrix of a feedback of trained internal model is presented . The internal model of the minimum order is used in a problem of synthesis of discrete approach-correcting filters for difficult multicoherent dynamic systems

Keywords: synthesis, DCF - the discrete approach-correcting filter, IM - internal model, FM – a feedback matrix

УДК 681.51.015

ВЫБОР ИСХОДНОГО РЕГУЛЯТОРА ВНУТРЕННЕЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СИНТЕЗА ДИСКРЕТНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ФИЛЬТРОВ

В. Г. Зотов
Кандидат технических наук, старший научный сотрудник
Контактный тел.: (057) 760-38-76

1. Введение

В задаче синтеза дискретных корректирующих фильтров минимального порядка для сложных динамических систем с обучаемой внутренней моделью (ВМ) в контуре управления [1], возникает необходимость задания исходной точки в пространстве параметров регулятора модели. Это объясняется тем, что при нулевых и произвольно выбранных исходных координатах регулятора ВМ, процесс синтеза может быть достаточно продолжительным. Для сокращения времени синтеза предлагается построение модального регулятора для обучаемой ВМ одним из известных методов, Тогда уже с первых тактов работы системы, ВМ управляема и в результате непрерывного обучения корректируется ее матрица обратной связи (МОС) в соответствии с требованиями, предъявляемыми объектом управления.

2. Постановка задачи

Пусть задана ВМ с динамическим процессом второго порядка с начальными условиями $x_1(0)$ и $x_2(0)$, описываемого схемой в переменных состояния. Схема переменных состояния для данного динамического процесса с фиксатором нулевого порядка представлена на рис. 1.

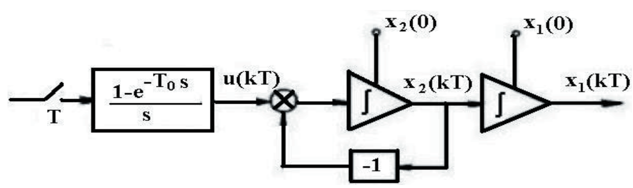

Рис. 1. Схема переменных состояния для динамического процесса

Уравнение состояния ВМ как дискретной динамической системы имеет вид

$$\bar{x}[(k+1)T] = \Phi(T)\,\bar{x}(kT) + \bar{h}(T)\,u(kT),$$

$$u(kT) = -K^T \cdot \bar{x}(kT)\,,$$

$$y(kT) = \bar{C}^T \cdot \bar{x}(kT)\,,$$

где $\Phi=\begin{bmatrix}1 & 1-5^{-T}\\ 0 & e^{-T}\end{bmatrix}$; $\bar{h}(T)=\begin{bmatrix}T-1+e^{-T}\\ 1-e^{-T}\end{bmatrix}$;

$\bar{x}[(k+1)T]$ – вектор состояния дискретной динамической системы (ДДС) на (k+1) –м шаге дискретности; $\bar{x}(kT)$ – вектор состояния разомкнутой ДДС на k – м шаге дискретности; $\Phi(T)$ – матрица перехода разомкнутой ДДС размера (2 x 2);

$\bar{h}(T)$ – вектор управляемого перехода ДДС; $u(kT)$ – управляющее воздействие;

K^T – МОС системы; $y(kT)$ – выходная координата системы на k- м шаге дискретности; T- период квантования сигнала по времени.

Требуется найти МОС K^T для ВМ. При этом регулятор может быть с обычной реакцией, апериодической реакцией на задающее воздействие или оптимальным по быстродействию.

Выбор того или иного типа регулятора модели определяется проектировщиком.

Необходимо учитывать, что при выборе регулятора с апериодической реакцией на задающее воздействие, требуется назначение достаточно большого по величине такта прерывания по времени T. Это может не согласовываться с условиями выбора величины такта прерывания сигналов для объекта управления.

В связи с этим более рациональным может быть выбор регулятора внутренней модели с обычной реакцией на задающее воздействие.

Выбранная стратегия управления в любом случае будет временной. Она будет меняться под воздействием непрерывного обучения ВМ в соответствии с величиной функционала качества.

3. Изложение основного материала

В соответствии с методом Акермана [2] для системы n-го порядка МОС может быть представлена в следующем виде:

$$K^T=[0\ 0\ \cdots\ 1]\cdot Q_D^{-1}\cdot\Psi(\Phi), \qquad (1)$$

где $Q_D^{-1}=[\bar{h}\cdot\Phi\cdot\bar{h}\ \cdots\ \Phi^{n-1}\cdot\bar{h}]$,

$$\Psi(\Phi)=\Phi^n+\alpha_1\Phi^{n-1}+\alpha_2\Phi^{n-2}+\ \cdots\ \alpha_{n-1}\Phi+\alpha_n I, \qquad (2)$$

Q_D^{-1} – обратная матрица достижимости ДДС; Φ – матрица перехода состояний разомкнутой системы; $\bar{h}$ – вектор управляемого перехода системы; $\Psi(\Phi)$ – полиномиальная матрица.

Таким образом, прежде всего необходимо определить матрицу достижимости для дискретной ВМ

$$Q_D=[\bar{h}\cdot\Phi\cdot\bar{h}],$$

$$\Phi\cdot\bar{h}=\begin{bmatrix}1 & (1-e^{-T})\\ 0 & e^{-T}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}T-1+e^{-T}\\ 1-e^{-T}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}T-e^{-T}+e^{-2T}\\ e^{-T}(1-e^{-T})\end{bmatrix},$$

$$Q_D=\begin{bmatrix}(T-1+e^{-T}) & (T-e^{-T}+e^{-2T})\\ (1-e^{-T}) & e^{-T}(1-e^{-T})\end{bmatrix}.$$

Тогда обратную матрицу Q_D^{-1} найдем по формуле $Q_D^{-1}=\frac{\tilde{Q}_D}{|Q_D|}$, где $\tilde{Q}_D$ – присоединенная матрица; $|Q_D|$ – определитель матрицы Q_D.

Для матрицы Q_D получим алгебраические дополнения:

$$Q_{D_{11}}=e^{-T}-e^{-2T},\ Q_{D_{12}}=-(1-e^{-T}),$$

$$Q_{D_{21}}=-(T-e^{-T}+e^{-2T}),\ Q_{D_{22}}=T-1+e^{-T}.$$

Вычислим детерминант матрицы Q_D:

$$|Q_D|=-T(1-e^{-T})^2.$$

Тогда

$$Q^{-1}{}_D=\begin{bmatrix}-\frac{e^{-T}-e^{-2T}}{T(1-e^{-T})^2} & \frac{T-e^{-T}+e^{-2T}}{T(1-e^{-T})^2}\\ \frac{1-e^{-T}}{T(1-e^{-T})^2} & \frac{T-1+e^{-T}}{T(1-e^{-T})}\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-\frac{e^{-T}}{T(1-e^{-T})} & \frac{T-e^{-T}(1-e^{-T})}{T(1-e^{-T})^2}\\ \frac{1}{T(1-e^{-T})} & \frac{T-1+e^{-T}}{T(1-e^{-T})^2}\end{bmatrix}.$$

В соответствии с формулой полиномиальной матрицы (2), для системы второго порядка, возведем в квадрат матрицу Φ:

$$\Phi^2=\begin{bmatrix}1 & (1-e^{-T})\\ 0 & e^{-T}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & (1-e^{-T})\\ 0 & e^{-T}\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}1 & [(1-e^{-T})+(1-e^{-T})e^{-T}]\\ 0 & e^{-T}\cdot e^{-t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & (1-e^{-2T})\\ 0 & e^{-2T}\end{bmatrix}.$$

Исходя из (1) матрицу обратной связи для дискретной ВМ запишем в виде

$$\bar{K}^T=[o\quad 1]\cdot Q_D^{-1}\cdot\Psi(\Phi),$$

где $Q^{-1}{}_D=\begin{bmatrix}-\frac{e^{-T}}{T(1-e^{-T})} & \frac{T-e^{-T}(1-e^{-T})}{T(1-e^{-T})^2}\\ \frac{1}{T(1-e^{-T})} & \frac{T-1+e^{-T}}{T(1-e^{-T})^2}\end{bmatrix}$;

$\Psi(\Phi)=\Phi^2+\alpha_1\Phi+\alpha_2 I$; $\Phi^2=\begin{bmatrix}1 & (1-e^{-2T})\\ 0 & e^{-2T}\end{bmatrix}$;

$\Phi=\begin{bmatrix}1 & 1-5^{-T}\\ 0 & e^{-T}\end{bmatrix}$;

$\Psi(\Phi)$ – полиномиальная матрица; I – единичная матрица; α_i, $i=1,2$ - коэффициенты характеристического полинома замкнутой системы, получаемого в результате задания желаемых полюсов.

Пример

Задана дискретная ВМ второго порядка описываемая уравнениями

$$\bar{x}[(k+1)T] = \Phi(T)\,\bar{x}(kT) + \bar{h}(T)\,u(kT),$$

$$u(kT) = -K^T \cdot \bar{x}(kT)\,,$$

$$y(kT) = \bar{C}^T \cdot \bar{x}(kT)\,,$$

где $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1-5^{-T} \\ 0 & e^{-T} \end{bmatrix}$, $\bar{h}(T) = \begin{bmatrix} T-1+e^{-T} \\ 1-e^{-T} \end{bmatrix}$.

При T=0.05 с найти матрицу обратной связи K^T с обычной реакцией ВМ на возмущающее воздействие методом Акермана.

Характеристический полином замкнутой системы при заданных полюсах μ_1 8 μ_2 примет вид

$$(z-\mu_1)\cdot(z-\mu_2) = z^2 - (\mu_1+\mu_2)z + \mu_1\cdot\mu_2 = z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2\,,$$

откуда при $\mu_1 = \mu_2 = 0.5$ найдем коэффициенты

$$\alpha_1 = -(\mu_1+\mu_2) = -(0.5+0.5) = -1,\quad \alpha_1 = -1\,,$$

$$\alpha_2 = \mu_1\cdot\mu_2 = 0.5\cdot 0.5 = 0.25,\quad \alpha_2 = 0.25\,.$$

Найдем слагаемые полиномиальной матрицы $\Psi(\Phi) = \Phi^2 + \alpha_1\cdot\Phi + \alpha_2 I$

$$\alpha_1\Phi = \begin{bmatrix} -1 & -(1-e^{-T}) \\ 0 & -e^{-T} \end{bmatrix},\ \alpha_2 I = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}.$$

Подставляя данные значения в выражение полиномиальной матрицы, получим:

$$\Psi(\Phi) = \begin{bmatrix} 1 & (1-e^{-2T}) \\ 0 & e^{-2T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -(1-e^{-T}) \\ 0 & -e^{-T} \end{bmatrix} + $$

$$+ \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & e^{-T}(1-e^{-T}) \\ 0 & -e^{T}(1-e^{-T})+0.25 \end{bmatrix},$$

$$\Psi(\Phi) = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.0464185 \\ 0 & 0.2035815 \end{bmatrix}.$$

Найдем матрицу обратной связи по формуле

$$K^T = [0 \quad 1]\cdot Q_D^{-1}\cdot\Psi(\Phi)\,,$$

$$Q_D^{-1} = \begin{bmatrix} -389.83606 & 30.096638 \\ 409.83606 & 10.084033 \end{bmatrix},$$

$$K^T = [0 \quad 1]\cdot\begin{bmatrix} -389.83606 & 30.096638 \\ 409.83606 & 10.084033 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} =$$

$$= [0 \quad 1]\cdot\begin{bmatrix} -98.459015 & -11.96849 \\ 102.45901 & 21.095048 \end{bmatrix} =$$

$$= [102.45901 \quad 21.095048]\,,$$

$$K^T = [102.45901 \qquad 21.095048]\,.$$

Получена матрица обратной связи ВМ, которая может быть представлена как исходная точка в плоскости коэффициентов регулятора. Данная точка используется в качестве начальной точки для синтеза ДКФ для сложных динамических систем [1].

4. Выводы

1. В результате синтеза модального регулятора с обычной реакцией на задающее воздействие методом Акермана, впервые получена матрица обратной связи для обучаемой внутренней модели в контуре управления.

2. Использование элементов матрицы обратной связи в качестве исходной точки в пространстве параметров регулятора с последующим обучением ВМ, позволяет на порядок сократить время машинного синтеза дискретных корректирующих фильтров.

3. Предложенный способ выбора исходного регулятора ВМ может быть эффективно применен при проектировании цифровых систем управления.

Литература

1. Зотов В.Г. Этапы машинного синтеза дискретных корректирующих фильтров /В.Г. Зотов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. - № 3/11 (45) – с.26-40.
2. Рафіков Г.Ш. Сучасна теория управління дискретних динамічних систем. Навчальний посібник. Донецк: Норд – Пресс, 2005. - 345 с.