*У даній статті розглянуто оцінки параметрів безрозмірного показника якості. На основі отриманих оцінок запропоновано метод визначення якості технологічних процесів у машинобудуванні*

*Ключові слова: безрозмірний показник, технологічний процес, модель*

*В данной статье рассмотрены оценки параметров безразмерного показателя качества. На основе полученных оценок предложен метод определения качества технологических процессов в машиностроении*

*Ключевые слова: безразмерный показатель, технологический процесс, модель*

*In this article estimations of parameters of a dimensionless indicator of quality are considered. On the basis of the received estimations the method of definition of quality of technological processes in mechanical engineering is offered*

*Key word: dimensionless indicator, technological process, model*

УДК 621.002:658.62

# ОЦЕНКА БЕЗРАЗМЕРНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МАШИНОСТРОЕНИИ

**Н.Ю. Ламнауэр**
Кандидат технических наук, старший преподаватель*
Контактный тел.: (057) 733-79-30

**Ю.И. Созонов**
Кандидат технических наук, доцент*
Контактный тел.:(057) 733-78-32

**О.С. Черкашина**
Аспирант*
Контактный тел.: (057) 733-78-88

*Кафедра охраны труда, стандартизации и сертификации
Украинская инженерно-педагогическая академия
ул. Университетская, 16, г. Харьков, 61003

## 1. Введение

В настоящее время для Украины важной задачей является выпуск конкурентоспособной продукции, которая зависит от качества технологических процессов (ТП). Статистические методы анализа точности, стабильности и управления ТП, регламентированные нормативными документами, предусматривают контроль процесса лишь по одному показателю качества выпускаемого изделия, но оно обычно характеризуется несколькими показателями (точностью, надежностью и др.). В последнее время для управления качеством ТП в машиностроении применяют предварительного моделирования с использованием двухпараметрических моделей. Массовые эксперименты показывают [1], что со временем $t$ работы ТП меняется не только среднее и дисперсия, но и форма кривой плотности распределения. Это говорит о том, что распределение показателей качества должно иметь и параметр формы. Для нахождения обобщенного показателя качества трехпараметрической модели целесообразно применить безразмерный показатель качества. В работах [1,2] приводится такой показатель, но он используется только при симметричных отклонениях относительно середины поля допуска. Поэтому предлагается безразмерный показатель качества при любых отклонениях середины поля допуска в любой момент времени $t$ в виде

$$r_j(t)=\frac{x_i-x_0-(\Delta_1+\Delta_2)/2}{(\Delta_1-\Delta_2)/2}, \qquad (1)$$

где $x_i$ - $i$ -ое значение $j$ показателя качества ТП; $x_0$ - середина поля допуска $j$ показателя качества ТП; $\Delta_1>0$ - верхнее отклонение, $\Delta_2<0$ - нижнее отклонение $j$ показателя качества ТП.

Проведенные исследования на массовых испытаниях, проводимых по точности изготовления, показали, что безразмерная характеристика (1) также может иметь законы распределения, приведённые в работе [1].

## 2. Модель качества ТП

Так как при любом конечном $t$ величины $r_j(t)$ физически ограничены как "сверху", так и "снизу", то безразмерная величина $r_j(t)$ имеет нижний $r_{0j}(t)$ и верхний пороги $r_{\hat{a}j}(t)$ значений $r_j(t)$, которые конечны. Причем всегда $r_{0j}(t)$ $r_{\hat{a}j}(t)$. Поэтому моменты $t_{1j}$ и $t_{2j}$ отказа j-ого показателя системы по качеству определяется из решения уравнений

$$r_{0j}(t)=-1 \text{ и } r_{\hat{a}j}(t)=1, \tag{2}$$

а качество этого показателя по времени характеризуется величиной

$$T_j=\min\left(t_{1j},t_{2j}\right). \tag{3}$$

Отсюда качество всей системы по контролируемым показателям есть величина

$$O'=\min_{1\le j\le N}\left\{T_j\right\}. \tag{4}$$

Заметим, что при таком подходе оценки качества процесса, должны все наблюдаемые значения $r_{i(t)}$ лежат в интервале (-1+ε, 1-ε), где ε малое положительное число. Так как эта оценка $O'$ определяется по ненаблюдаемым значениям верхнего $r_{\hat{a}}$ и нижнего $r_0$ порога безразмерного параметра R.

Очевидно, что данная модель качества не использует допустимую вероятность брака, как другие модели, а, наоборот, предполагает, что брака не должно быть до момента времени $t$ и при других испытаниях по всем показателям процесса.

В работе [1] построены две модели безразмерного показателя качества $R$ с функциями плотностями в любой момент времени $t$

$$f_1(r)=\frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{\left(r_{\hat{a}}-r_o\right)^{2+\alpha}}(r-r_o)\left(r_{\hat{a}}-r\right)^{\alpha}, \tag{5}$$

$$f_2(r)=\frac{(2+\alpha)(1+\alpha)}{\left(r_{\hat{a}}-r_o\right)^{2+\alpha}}(r-r_o)^{\alpha}\left(r_{\hat{a}}-r\right) \tag{6}$$

и для них были найдены функции распределения

$$F_1(r)=\begin{cases}0, & \text{где } r\le r_o\\ 1-\dfrac{\left(r_{\hat{a}}-r\right)^{\alpha+1}\left(r_{\hat{a}}-r_o+(1+\alpha)(r-r_o)\right)}{\left(r_{\hat{a}}-r_o\right)^{2+\alpha}}, & \text{где } r_o\le r\le r_{\hat{a}},\\ 1, & \text{где } r>r_{\hat{a}}\end{cases} \tag{7}$$

$$F_1(r)=\begin{cases}0, & \text{где } r\le r_o\\ 1-\dfrac{\left(r_{\hat{a}}-r\right)^{\alpha+1}\left(r_{\hat{a}}-r_o+(1+\alpha)(r_a-r)\right)}{\left(r_{\hat{a}}-r_o\right)^{2+\alpha}}, & \text{где } r_o\le r\le r_{\hat{a}}.\\ 1, & \text{где } r>r_{\hat{a}}\end{cases} \tag{8}$$

В данной работе был предложен метод получения оценок параметров моделей (5) и (6) с использованием полученного рекуррентного значения для математических ожиданий порядковых статистик. Эти оценки модели (5) для параметра формы $\alpha$ находятся из решения уравнения

$$\frac{\sum_{i=2}^{n-1}(i-1)(n-i)r_{(i)}-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_{(i)}}{\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 r_{(i)}-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_{(i)}}= \tag{9}$$

$$=\frac{31\alpha^3+192\alpha^2+377\alpha+240}{81\alpha^3+432\alpha^2+747\alpha+420}$$

а оценка параметра теоретического размаха $r_k=r_2-r_0$ определяется по найденному параметру $\alpha$.

$$\hat{r}_k=\frac{2(2\alpha+5)(2\alpha+3)(\alpha+3)\left(\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 r_{(i)}-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_{(i)}\right)}{3n(n-1)(n-2)(\alpha+1)(\alpha+2)}. \tag{10}$$

Оценка нижнего порога $r_0$ рассчитывается по найденным $\alpha$ и $r_k$

$$\hat{r}_0=\frac{6\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_{(i)}}{n(n-1)(n-2)}-\frac{2\hat{r}_k\left(13\alpha^2+41\alpha+32\right)}{(3\alpha+7)(3\alpha+5)(3\alpha+4)}. \tag{11}$$

Аналогично определяются оценки и для модели (6) по формулам

$$\frac{\sum_{i=2}^{n-1}(i-1)(n-i)(r_i)-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_i}{\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 r_i-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_i}= \tag{12}$$

$$=\frac{50\alpha^3+240\alpha^2+370\alpha+180}{81\alpha^3+432\alpha^2+747\alpha+420}$$

$$\hat{r}_k=\frac{2(2\alpha+5)(2\alpha+3)(\alpha+3)\left(\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 r_{(i)}-\sum_{i=1}^{n-2}C_{n-i}^2 r_{(i)}\right)}{3n(n-1)(n-2)(\alpha+1)(\alpha+2)}, \tag{13}$$

$$\hat{r}_0=\frac{6\sum_{i=3}^{n}C_{i-1}^2 r_{(i)}}{n(n-1)(n-2)}-\frac{(1+\alpha)\left(27\alpha^2+91\alpha+76\right)}{(3\alpha+7)(3\alpha+5)(3\alpha+4)}\hat{r}_k. \tag{14}$$

Все эти оценки несмещённые и очевидно, что оценки размаха $r_k$ для этих двух моделей имеют одинаковый вид.

Перед нами стала задача найти новые оценки этих моделей (5) и (6), которые имели наименьшую дисперсию по сравнению с приведёнными оценками. Для этого первоначально найдём числовые характеристики этих моделей.

## 3. Числовые характеристики моделей безразмерного параметра

Найдем числовые характеристики моделей (5) и (6) безразмерного параметра R, которые в дальнейшем будут необходимы для оценки параметров этих моделей.

Математическое ожидание случайной величины R для модели (5) имеет вид:

$$M(R)=r_0+\frac{2(r_2-r_0)}{\alpha+3}. \tag{15}$$

Математическое ожидание случайной величины R для модели (6) находится по формуле

$$M(R)=r_0+\frac{(1+\alpha)(r_2-r_0)}{\alpha+3}. \tag{16}$$

Дисперсия случайной величины R для модели (5)

$$D(R)=\frac{2(\alpha+1)\left(r_{\hat{a}}-r_0\right)^2}{(\alpha+3)^2(\alpha+4)}, \tag{17}$$

для модели (6) дисперсия случайной величины R также определяется по формуле (17).

Используя формулу математического ожидания i-ой порядковой статистики из выборки объема $n$ [3]

$$\mu_{i:n}=nC_{n-1}^{i-1}\int_{-\infty}^{\infty}x[F(x)]^{i-1}[1-F(x)]^{n-i}f(x)dx$$

имеем для модели (5) математическое ожидание первой порядковой статистики выборки объема $n$

$$\mu_{1:n} = r_0 + r_k \frac{2(2+\alpha)F(3,1-n;3+n+\alpha n;-1-\alpha)}{(2+n+\alpha n)(n+\alpha n+1)}, \qquad (18)$$

где $F(\beta,\gamma;\delta;z)$ - гипергеометрическая функция.

И для модели (6) математическое ожидание последней порядковой статистики выборки объема $n$

$$\mu_{n:n} = r_2 - r_k \frac{2(2+\alpha)F(3,1-n;3+n+\alpha n;-1-\alpha)}{(2+n+\alpha n)(n+\alpha n+1)}. \qquad (19)$$

## 4. Метод получения оценки качества ТП и оценки параметров моделей безразмерного показателя качества

Для получения оценок модели (5) примем, что среднее выборочное значение $\bar{r}$ совпадает с математическим ожиданием (15) модели (5). Квадрат стандартного отклонения $S^2$ совпадает с теоретической дисперсией (17), а наименьшее выборочное значение $r_{(1)}$ с математическим ожиданием первой порядковой статистики (18) выборки объёма $n$. В результате имеем три уравнение с тремя неизвестными решение, которой даст оценки параметров модели (5).

Для нахождения оценки параметра формы $\alpha$ необходимо решить уравнение

$$\frac{\bar{r}-r_{(1)}}{S} = \sqrt{\frac{2(\alpha+4)}{\alpha+1}}\left(1-\frac{(3+\alpha)(2+\alpha)F(3,1-n;3+n+\alpha n;-1-\alpha)}{(2+n+\alpha n)(n+\alpha n+1)}\right). \qquad (20)$$

Оценка параметра масштаба $r_k$ определяется по найденному параметру формы $\alpha$, по формуле

$$\hat{r}_k = S(\alpha+3)\sqrt{\frac{\alpha+4}{2(\alpha+1)}}, \qquad (21)$$

а оценка параметра $r_0$ имеет вид

$$\hat{r}_0 = \bar{r} - \frac{2\hat{r}_k}{\alpha+3}. \qquad (22)$$

Для получения оценок модели (6) примем, что среднее выборочное значение $\bar{r}$ совпадает с математическим ожиданием (16) модели (6). Квадрат стандартного отклонения $S^2$ совпадает с теоретической дисперсией (17), а наибольшее выборочное значение $r_{(n)}$ с математическим ожиданием последней порядковой статистики (19) выборки объёма $n$. В результате имеем три уравнение с тремя неизвестными решение, которой даст оценки параметров модели (6).

Так для оценки параметра формы $\alpha$ нужно решить уравнение относительно $\alpha$

$$\frac{r_{(n)}-\bar{r}}{S} = \sqrt{\frac{2(\alpha+4)}{\alpha+1}}\left(1-\frac{(3+\alpha)(2+\alpha)F(3,1-n;3+n+\alpha n;-1-\alpha)}{(2+n+\alpha n)(n+\alpha n+1)}\right). \qquad (23)$$

Оценка масштабного параметра $r_k$ определяется по формуле (21), а оценка нижнего порога имеет вид

$$\hat{r}_0 = \bar{r} - \frac{(1+\alpha)\hat{r}_k}{\alpha+3}. \qquad (24)$$

Проведя статистический анализ с использованием метода Монте-Карло для двух моделей со значениями $\Delta_1 = 0{,}08$, $\Delta_2 = -0{,}09$, $\alpha = 1$ и с нижним порогом $x = 9{,}9$ при размахе $x_k = 0{,}2$ с номинальным размером $x_0 = 10$ сто выборок с объёмом $n = 20$ было получено, что для модели (5) лучшими оценками являются оценки (9), (10) и (11). Данные оценки дали меньшую дисперсию нижнего и верхнего порога соответственно равную 0,000387 и 0,004729 по сравнению с оценками (20), (21) и (22). Для модели (6) по разбросу оказались лучшими оценки которые используют формулы (23), (21) и (24).

Предлагаемые временные безразмерные модели качества ТП (5) и (6) и найденные для них оценки параметров на основе разработанных методов использующих порядковые статистики, позволяют предложить метод определения качества технологических процессов.

Данный метод состоит в следующем:

1. По результатам измерений объемом $n \geq 3$ каждого из контролируемых $j$-тых параметров $x$ ТП в каждом временном сечении $t$, по (1) определяются соответствующие безразмерные параметры $R$ и далее из них составляются вариационные ряды $r_i$ ($1 \leq i \leq n$) (порядковые статистики).

2. По предложенным формулам для моделей (5) и (6) в каждом временном сечении $t$ рассчитываются нижние и верхние пороги безразмерного параметра.

3. Как только один из четырёх порогов по абсолютной величине, станет больше единицы, процесс расчёта прекращается.

4.По тому порогу, который по абсолютной величине, стал больше единицы, строим во временных сечениях $t$ интерполяционный многочлен.

5. Приравнивая данный многочлен к единице или минус единицы в зависимости от знака порога находим то значение времени $T_j$, которое характеризует $j$-ый показатель качества.

6. Найдя все $T_j$, определяем из них наименьшее, которое характеризует качество всего ТП.

## Выводы

Разработанные и теоретически обоснованные приближенные модели безразмерного параметра качества ТП в машиностроении могут быть использованы при любых контролируемых параметрах независимо от их физической природы и статистических распределений. Предложенный метод определения качества ТП применим для получения оценок параметров распределения случайных величин. Преимуществом разработанного метода оценки качества ТП является его простота.

Данный метод возможно использовать не только для оценки качества ТП в машиностроении, но и в других отраслях промышленности.

Литература

1. Куцин А. Н., Созонов Ю. И. Оценка качества технических систем // Сборка в машиностроении, приборостроении, М.: – 2004. - №7.- С.23-27;
2. Резниченко Н. К. Безразмерный комплексный параметр качества технологической системы // Високі технології в машинобудуванні: Збірник наукових праць, - Харків: «ХПІ». -2006. – Вип.1 (12) – С. 417 – 423;
3. Дэйвид Г. Порядковые статистики. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 336 с.

УДК 517.977.5:664

# ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПЕРІОДИЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ З МІЖФАЗНИМИ ПЕРЕХОДАМИ

**В.Г. Трегуб**
Доктор технічних наук, професор*
Контактний тел.: (044) 550-84-31

**Ю.О. Чорна***
Контактний тел.: 096-532-34-04
E-mail: october86@i.ua
*Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій
Національний університет харчових технологій
вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01033

***Розглянуті апарати періодичної дії, в яких відбуваються процеси з міжфазними переходами, що ускладнюють процес оптимального керування. Наведена постановка задачі оптимального керування такими процесами в залежності від варіантів виробничої ситуації***

***Ключові слова: апарати періодичної дії, міжфазні переходи, кінетична модель, форм-фактор***

***Рассмотрены аппараты периодического действия, в которых происходят процессы из между фазными переходами, усложняющими процесс оптимального управления. Приведена постановка задачи оптимального управления такими процессами в зависимости от вариантов производственной ситуации***

***Ключевые слова: аппараты периодического действия, межфазные переходы, кинетическая модель, форм-фактор***

***The considered vehicles of batch-type, in which processes are from between phase transitions which complicate process of optimum management. The resulted raising of task of optimum management such processes is in dependence on the variants of production situation***

***Keywords: vehicles of batch-type, between phase transitions, kinetic model, forms is a factor***

## 1. Вступ

Апарати періодичної дії (АПД), в яких відбуваються процеси з міжфазними переходами (ПМФ) мають певні особливості, які роблять задачу їх оптимального керування доволі складною та актуальною. При цьому перехід до більш ефективних неперервних процесів часто неможливий із-за швидкого накопиченням побічних продуктів або отримання кінцевого продукту за складною програмою, яку важко реалізувати за просторовою координатою. До таких особливостей цих періодичних процесів відносяться [1,2]:

отриманий у результаті таких процесів продукт після додаткової обробки стає кінцевим, визначаючи таким чином продуктивність виробництва і якість його кінцевого продукту;

необхідність узгодження продуктивності АПД з неперервно функціонуючим виробництвом та подолання ситуацій, коли продуктивність АПД стає «вузьким» місцем виробництва;