Розглядається задача проектування групової діяльності операторів ерготехнічних систем. Запропонована оптимізаційна модель вибору варіанту закріплення функцій за групою операторів для базової моделі алгоритму функціонування у вигляді графа подій

Ключові слова: алгоритм функціонування, цільова функція, оптимізаційна модель

Рассматривается задача проектирования групповой деятельности операторов эрготехнических систем. Предложена оптимизационная модель выбора варианта закрепления функций за группой операторов для базовой модели алгоритма функционирования в виде графа событий

Ключевые слова: алгоритм функционирования, целевая функция, оптимизационная модель

The task of planning of group activity of operators of the systems of «man-machine» is examined. The optimization model of choice of variant of fixing of functions is offered after the group of operators. A base model of algorithm of functioning is count of events

Keywords: algorithm of functioning, objective function, optimization model

УДК 658.5.011.56

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННОЙ СИСТЕМЫ. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ГРУППЫ ОПЕРАТОРОВ

Н. Б. Пасько
Старший преподаватель
Кафедра кибернетики и информатики
Сумской национальный аграрный университет
ул. Кирова, 160, г. Сумы, 40020
Контактный тел.: 050-603-06-74
E-mail: pasko_nb@mail.ru

1. Введение

Эргономическое проектирование сложных человеко-машинных систем (ЧМС) предусматривает в основе своей оптимизацию процессов функционирования. Все без исключения исследователи декларируют, что своей целью ставят оптимизацию деятельности оператора. Среди эрготехнических систем (ЭТС) наиболее сложными для моделирования и организации оптимального функционирования являются полиэргатические ЭТС (ПЭТС), в которых необходимо организовать деятельность и взаимодействие группы операторов

2. Постановка задачи

Пусть задан алгоритм функционирования (АФ) ЧМС. Существует множество операторов, которые могут выполнять отдельные операции алгоритма. Известно математическое ожидание и время выполнения каждым оператором каждой операции АФ. Известна модель плановой занятости операторов на выполнение других заявок [6]. Заданы ограничения на объединение операторов в группы (технологические, психологические). Необходимо сформировать такую группу операторов, которая отвечала бы всем ограничениям и обеспечивала максимальную вероятность выполнения алгоритма и отвечала бы ограничению на математическое ожидание времени выполнения.

3. Разработка математической модели

3.1. Обоснование базовой модели для выбора решения. Базовая модель алгоритма может быть представлена в виде графа событий и графа работ. Модель для графа работ разработана в [3,5,7]. Недостатком является ориентация только на АФ последовательного типа. Для графа событий задача оптимизации деятельности одного оператора решалась в работах [1,3,4]. Задача выбора одного оператора решена в работе [8]. В данной постановке необходимо разработать модель, включающую дополнительно к модели выбора одного оператора систему ограничений, которая учитывает возможность формирования групп операторов.

Таким образом, в качестве базовой модели выберем граф событий, а также модели плановой занятости операторов [6] и технологической совместимости работы операторов в группах.

3.2. Разработка математической модели задачи выбора операторов при учете совместимости работы операторов. Введем обозначения переменных. Обозначим через К множество всех операторов ПЭТС. Каждому варианту окончания функционирования процесса деятельности на графе событий ставим в соответствие свое поглощающее состояние, например, «безошибочное выполнение» процесса и его ошибочное выполнение. Поглощающие вершины нумеруем первыми r натуральными числами (r – количество поглощающих вершин). В их число входят интересующие нас положительные исходы r_l. Для начальных вершин, которые нумеруются числами из числовой последовательности после первых r поглощающих вершин, зададим вектор начальных вероятностей, т.е. вероятности нахождения системы в начальных состояниях в соответствующих вершинах графа событий:

$a = (a_{r+1}, a_{r+2}, ..., a_n)$, при этом:

$$\sum_{i=r+1}^{N} a_i = 1 \qquad (1)$$

N – общее количество вершин, из которых первые r – поглощающие.

В каждой вершине i может быть K_i альтернатив или решений . Каждому решению соответствует свой набор переходов, который характеризуется вероятностью перехода из вершины i в вершину j при выборе k –го решения, $k \in K_i$. В условиях задачи закрепления оператора за поступающими функциями k–е решение означает назначение оператора $k \in K_i \in K$ на этап технологического процесса, который моделируется вершиной i графа событий. $P_{ij}^{(k)}$ – вероятность перехода системы из вершины i в вершину j при выборе k –го решения. Причем:

$$\sum_j p_{ij}^{(k)} = 1 \text{ при всех i и при всех } k \in Ki \qquad (2)$$

$T_{ij}^{(k)}$ - среднее время i-й работы при k-м решении при переходе в вершину j. В этом случае среднее ожидаемое время i-й работы при k-м решении $T_i^{(k)}$ вычисляются по следующей формуле:

$$T_i^{(k)} = \sum_j P_{ij}^{(k)} * T_{ij}^{(k)} \qquad (3)$$

Под оптимизацией системы понимается выбор в каждой вершине такого решения (альтернативы), чтобы целевой функции доставлялся экстремум. В качестве целевой функции принимаем P_r – вероятность поглощения в r-состоянии (или в состояниях r-го типа):

$$P_r = \sum_l \sum_{i=r+1}^{N} \sum_{k \in K_i} P_{ir_l}^{(k)} * x_i^{(k)} \qquad (4)$$

Здесь $x^{(k)}{}_i$ - переменная, которая характеризует выбор решения: $x^{(k)}{}_i > 0$ в том случае, если в i-й вершине для выполнения работы выбрано k-е решение, и $x^{(k)}{}_i = 0$, в противном случае.

Кроме этого, добавляется условие наличия зависимых операций (операции, моделируемые вершинами l, v,...,n, выполняются одним и тем же оператором), добавляется ограничение на среднее время выполнения и вводятся булевские переменные $\delta^{(k)}{}_i$ (для выполнения работы k-м оператором на этапе технологического процесса, который моделируется вершиной i графа событий).

Прежде чем определить оптимальное назначение операторов на этапы технологического процесса, необходимо составить группы операторов, совместная работа которых над алгоритмом деятельности возможна. Далее определяется оптимальное закрепление операторов каждой группы. Результатом решения оптимизационной задачи является вектор закрепления, дающий максимум целевой функции среди всех возможных групп совместимых операторов.

Для отображения возможности совместной работы операторов системы попарно, введем матрицу совместимости, размерность которой равна $K_0 x K_0$, где K_0 – количество операторов системы:

$$[C_{nl}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & ... & ... & c_{1K_0} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ c_{K_0 1} & c_{K_0 2} & ... & ... & c_{K_0 K_0} \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Элементы матрицы определяются следующим образом:

$$c_{nl} = \begin{cases} 1, \text{если } n-\text{й и } l-\text{й оператор могут} \\ \quad \text{быть совместно задействованы, или } n = l \\ 0, \text{если } n-\text{й и } l-\text{й оператор не} \\ \quad \text{могут быть совместно задействованы} \end{cases} \qquad (6)$$

Для формализации составления групп операторов, которые могут быть задействованы на выполнение алгоритма функционирования совместно, используем понятие сочетаний и производящих функций [9]:

Сочетания из n различных объектов $A_1, A_2,...A_n$ по i без повторений могут быть получены как коэффициенты α_i производящей функции:

$$F(s) = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i s^i = (1+A_1 s)*(1+A_2 s)*...*(1+A_n s) \qquad (7)$$

Число таких сочетаний равно коэффициенту $\mu_i = C_n^i$ перечисляющей функции (энумератора):

$$F_*(s) = \sum_{i=0}^{n} \mu_i s^i = (1+s)^n \qquad (8)$$

Значение для μi в этом случае можно также определить как число сочетаний из n объектов по i объектов без повторений:

$$\mu_i = \frac{n!}{(n-i)!i!} \qquad (9)$$

Для примера рассмотрим сочетания из 4-х различных объектов по i=1,2,3,4:

$$\begin{aligned} &F(s) = \\ &= \sum_{i=0}^{4} \alpha_i s^i = (1+A_1 s)*(1+A_2 s)*(1+A_3 s)*(1+A_4 s) = \\ &= s^0 + (A_1 + A_2 + A_3 + A_4)s^1 + \\ &+(A_1A_2 + A_1A_3 + A_1A_4 + A_2A_3 + A_2A_4 + A_3A_4)s^2 + \\ &(A_2A_3A_4 + A_1A_3A_4 + A_1A_2A_4 + A_1A_2A_3)s^3 + \\ &+(A_1A_2A_3A_4)s^4 \end{aligned} \qquad (10)$$

Коэффициенты α_i (i=1,2,3,4) равны, соответственно, выражениям:

$$\alpha_1 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \qquad (11)$$

$$\alpha_2 = A_1A_2 + A_1A_3 + A_1A_4 + A_2A_3 + A_2A_4 + A_3A_4 \qquad (12)$$

$$\alpha_3=A_1A_2A_3+A_1A_2A_4+A_1A_3A_4+A_2A_3A_4 \quad (13)$$

$$\alpha_4=A_1A_2A_3A_4 \quad (14)$$

Рассмотренный пример показывает, что для множества, состоящего из 4-х различных элементов A_1, A_2, A_3, A_4, существует четыре сочетания по одному элементу (A_1, A_2, A_3, A_4), шесть сочетаний по два элемента (A_1A_2, A_1A_3, A_1A_4, A_2A_3, A_2A_4, A_3A_4), четыре сочетания по три элемента ($A_2A_3A_4$, $A_1A_3A_4$, $A_1A_2A_4$, $A_1A_2A_3$) и одно сочетания по четыре элемента ($A_1A_2A_3A_4$).

Для дальнейшего моделирования используем введенные ранее обозначения:

K – множество операторов системы;

$k_1, k_2, k_3, ..., k_n$ – элементы множества K.

Группа, образованная i операторами, – это одно из $C^i_{K_0}$ сочетаний элементов множества K по i элементов.

Все возможные сочетания, моделирующие все возможные группы из i операторов, определяем как коэффициенты производящей функции при s^i.

$$F(s)=\sum_{i=0}^{K_0}\alpha_i s^i=(1+k_1s)*(1+k_2s)*...*(1+k_{K_0}s)\,, \quad (15)$$

где s – любое вещественное число.

Аналогично предыдущему примеру, для множества операторов, состоящего из 4-х различных операторов k_1, k_2, k_3, k_4, существует четыре группы по одному оператору (k_1, k_2, k_3, k_4), шесть различных групп по два оператора (k_1k_2, k_1k_3, k_1k_4, k_2k_3, k_2k_4, k_3k_4), четыре различных группы по три оператора ($k_2k_3k_4$, k_1,k_3k_4, $k_1k_2k_4$, k_1 k_2k_3) и одна группа, состоящая из четырех операторов (k_1 $k_2k_3k_4$).

В общем виде сочетание элементов множества K по i элементов запишется следующим образом:

$$k_{h_1}k_{h_2}...k_{h_i}\,, \quad (16)$$

где: $h_1 = 1,2,3,...,K_0$; $h_2 = 2,3,4,...,K_0$; $h_i = i,i+1,i+2,...,K_0$; $i=1,2,...,K_0$.

Каждому полученному сочетанию (16) поставим в соответствие последовательность $G=\{g_j\}$ из K_0 элементов:

$$g_j=\begin{cases}1, \text{если в сочетании (16) } \exists\, h_l=j\\ 0, \text{ в противном случае}\end{cases}\,, \quad (17)$$

где $j=1,2,...,K_0$; $l=1,2,...,i$.

Например, для 4-х различных групп по три оператора ($k_2k_3k_4$, k_1,k_3k_4, $k_1k_2k_4$, k_1 k_2k_3) получим следующие четыре последовательности:

$q_1=\{0,1,1,1\}$; $q_2=\{1,0,1,1\}$; $q_3=\{1,1,0,1\}$; $q_4=\{1,1,1,0\}$.

Исходя из заданной попарно допустимой совместной работы операторов (матрица $[C_{nl}]$ – формула (5)) и полученных всех возможных сочетаний, моделирующих все возможные группы по i операторов из K_0 операторов (коэффициенты α_i – формулы (15) и (16)), сформируем матрицу $[Q_{mj}]$, каждая строка которой содержит нулевые и единичные элементы и отображает одно из сочетаний по i элементов из K_0 элементов. Количество элементов в строке матрицы – K_0.

Каждая строка матрицы $[Q_{mj}]$ формируется из последовательности $G=\{g_j\}$, отвечающей сочетанию (16) и полученной по формуле (17), следующим образом:

$$q_{mj}=g_j, \quad \text{если } c_{h_1h_2}c_{h_1h_3}...c_{h_{i-1}h_i}>0\,, \quad (18)$$

где: m=1,2,3,... - номер текущей строки матрицы $[Q_{mj}]$;

$j=1,2,...K_0$ – номер столбца матрицы $[Q_{mj}]$;

$c_{h_nh_l}$ - элемент матрицы (5), стоящий на пересечении h_n строки и h_l столбца;

h_nh_l – одно из возможных сочетаний из i элементов $h_1,h_2,...,h_i$ по два элемента в каждом. Все возможные такие сочетания определяем как коэффициент производящей функции при s^2:

$$F(s)=\sum_{u=0}^{i}\alpha_u s^u=(1+h_1s)*(1+h_2s)*...*(1+h_is)\,, \quad (19)$$

Полученная таким образом строка матрицы $[Q_{mj}]$ моделирует одну из групп операторов, которые могут быть задействованы на выполнение алгоритма функционирования совместно.

Таким образом, матрица $[Q_{mj}]$ моделирует допустимую групповую деятельность операторов ПЭТС.

Задача оптимального закрепления операторов каждой m-й группы с ограничением на время выполнения функции имеет вид:

$$P_r^m=\sum_{l}\sum_{i=r+1}^{N}\sum_{k\in K_i}P_{ir_i}^{(k)}*x_i^{(k)}\ \to \max \quad (20)$$

$$\sum_{k\in K}x_j^{(k)}-\sum_{i=r+1}^{N}\sum_{k\in K}P_{ij}^{(k)}*x_i^{(k)}=a_j\,,\ j=r+1,r+2,...,N \quad (21)$$

$$\sum_{i=r+1}^{N}\sum_{j}\sum_{k\in K_i}P_{ij}^{(k)}*T_{ij}^{(k)}*x_i^{(k)}\le T_0\,, \quad (22)$$

$$\sum_{k\in K_i}\delta_i^{(k)}q_{mk}=1 \ \text{ при всех i}, \quad (23)$$

$$\delta_l^{(k)} = \delta_v^{(k)} = ... = \delta_n^{(k)} \ \text{ при всех } k \in K \quad (24)$$

$$x_i^{(k)}-M*\delta_i^{(k)}\le 0 \ \text{ при всех i и всех } k\in K_i. \quad (25)$$

$$x_i^{(k)}-w*\delta_i^{(k)}\ge 0 \ \text{ при всех i и всех } k\in K_i \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=r+1}^{N}\sum_{k\in K_i}P_{ij}^{(k)}*x_i^{(k)}=1, \quad (27)$$

$$x_i^{(k)}\ge 0 \ \text{ при всех i и всех } k\in K_i. \quad (28)$$

Здесь M и w – достаточно большое и достаточно малое числа.

Ограничение для булевской переменной $\delta^{(k)}{}_i$ (23) учитывает возможность совместной деятельности операторов в одной группе и тот факт, что каждую операцию алгоритма деятельности выполняет только один оператор из группы.

Ограничение (24) требует, чтобы для зависимых состояний решения совпадали.

Ограничение (25) требует, чтобы при каждом i не более чем одно $x^{(k)}{}_i$ было отлично от нуля (совместно с ограничением (28)).

Ограничение (26) требует, чтобы при каждом i одно или более $x^{(k)}{}_i$ было отлично от нуля. Совместно (25) и (26) требуют, чтобы лишь одно $x^{(k)}{}_i$ было отлично от нуля.

Ограничение (27) является нормирующим условием, требующим, чтобы с вероятностью 1 процесс поглотился.

Результатами оптимизации являются:

1. Значение целевой функции и значения всех выражений, составляющих левые части ограничений;

2. Номер решения в каждой вершине, доставляющий экстремум целевой функции.

Решение данной задачи линейного программирования (20)-(28) обладает таким свойством, что для каждого i только один $x^{(k)}{}_i$ отличен от нуля. Это означает, что в вершине i для выполнения работы принимается k-е решение, k $\in K_i$. В условиях задачи закрепления поступающих функций за операторами системы это означает, что на этапы технологического процесса, моделируемые i-ми вершинами графа событий, назначается оператор k $\in K_i \in K$.

Для формирования вектора закреплений введем матрицу $U=[u_{nl}]$, отображающую соответствие вершин графа событий операциям графа работ:

- размерность матрицы - $n_0 x L$;

- количество строк матрицы n_0 равняется количеству операций графа работ;

- количество столбцов матрицы L – максимальное количество вершин графа событий, отвечающее одной из операций графа работ;

- ненулевые элементы строки n матрицы $[u_{nl}]$ – это номера вершин графа событий, моделирующие n-ю операцию графа работ.

Координаты вектора $X^m=\{x^m{}_1,x^m{}_2,...,x^m{}_{n0}\}$, характеризующего вариант закрепления поступившей функции за операторами, определяются через значения переменных $x^{(k)}{}_i$ и элементы матрицы соответствия [unl] следующим образом:

1. Размерность вектора закрепления поступившей функции X^m равняется количеству операций графа работ: n_0.

2. Значение n-й ($n=1,2,...,n_0$) координаты вектора равняется верхнему индексу ненулевой переменной $x^{(k)}{}_i$, если ее нижний индекс совпадает с номером вершины графа событий, моделирующей n-ю операцию графа работ:

$$x^m{}_n = k, \quad \text{если } x_i^{(k)} > 0 \ 8 \ i = u_{nl}, \qquad n = 1,2,...,n_0 \tag{29}$$

Индекс m в обозначениях целевой функции и вектора закрепления означает, что оптимальное решение определяется для m-й группы операторов.

Результатом решения оптимизационной задачи является вектор закрепления $X\{x_1,x_2,...x_{n0}\}$, дающий максимум целевой функции среди всех возможных групп совместимых операторов:

$$X = X^{m_0}, \text{если } P_r^{m_0} = \max_m (P_r^m) \tag{30}$$

3. Направления дальнейших исследований

1. Широкая апробация моделей для эрготехнических систем различных типов.

2. Программная реализация метода.

Выводы

Задача проектирования групповой деятельности направлена на устранение возможных негативных последствий от деятельности операторов и создание комфортных условий для людей (операторов-исполнителей и оператора-руководителя). Большое количество возможных вариантов не позволяет руководителю оценить оперативно последствия каждого из них. Поддержка принятия решений состоит в выборе оптимального (в постановке оператора-руководителя) варианта. Предложенная оптимизационная модель выбора варианта закрепления функций на графе событий позволяет оператору-руководителю в условиях информационной напряженности и дефицита времени оценить последствия распределения работ и выбрать оптимальный вариант.

Литература

1. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. Л.: Наука, 1982. 270с.
2. Губинский А.И., Чабаненко П.П., Лаушкин Г.Д. Оптимизация эрготехнических систем. – Киев: Знание УССР, 1982. – 24с.
3. Лавров Е.А. Выбор оптимальных решений при эргономическом проектировании автоматизированных технологических комплексов. - Сумы: ССХИ, 1996. - 96с.
4. Информационно-управляющие человеко-машинные системы: Исследование, проектирование, испытания: Справочник/ Адаменко А.Н., Ашеров А.Т., Лавров Е.А. и др.. под общ. ред. Губинского А.И. и Евграфова Е.Г.- М., Машиностроение, 1993. – 528с.
5. Гриф М.Г., Цой Е.Б. Последовательная оптимизация эрготехнических систем на основе аппарата функциональных сетей. К.: Знание, 1989. 16 с.
6. Е.А. Лавров, Н.Б. Пасько. Информационная модель для поддержки принятия решений оператором-руководителем// Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Сер. Информационные технологии. - Харьков, 2009- 6/2 (42) с.49-53.
7. Е.А. Лавров, Н.Б. Пасько. Выбор варианта групповой деятельности в эрготехнических системах с алгоритмами последовательного типа// Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Сер. Информационные технологии. - Харьков, 2010- 4/7 (46) с.50-55.
8. E. Lavrov, N. Pasko Ergonomics of the of flexible systems “man-computer” . Use of Semi-Markov process for the task of choice of man-operator // International Scientific Conference “UNITECH 10”. Proceedings. 19-20 November 2010, Gabrovo, Bulgaria. - Gabrovo: University Publishing House “V.APRILOV”, 2010.
9. Г.Корн и Т.Корн, Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. \ Издательство «Наука», Москва, 1974 г., 832 стр.