

ДЕКОМПОЗИЦІЯ ЗАДАЧІ БАГАТО- КРИТЕРІАЛЬНОГО ВИБОРУ

М. М. Маляр

Кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри
Кафедра кібернетики і прикладної математики
Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський
національний університет»
вул. Північна, 14, к.325, м. Ужгород, Україна, 88000
Контактний тел.: (0312) 64-27-25
E-mail: malyarmm@gmail.com

Дана загальна характеристика задач прийняття рішень. Наведені класифікаційні признаки для задачі вибору. Описаний підхід декомпозиції задачі багатокритеріального вибору на основі властивості однорідності із застосуванням апарату нечіткої логіки

Ключові слова: багатокритеріальний вибір, точка задоволення, оцінка корисності

Дана общая характеристика задач принятия решений. Приведены классификационные признаки для задач выбора. Описан подход декомпозиции многокритериальной задачи выбора на основании свойства однородности с применением аппарата нечеткой логики

Ключевые слова: многокритериальный выбор, точка удовлетворения, оценка полезности

General character of the decision making problems is offered. Classification features of the choice problem are shown. Approach of choice problem decomposition on the base of uniform feature and apparatus of fuzzy logic using is described

Key words: multicriteria choice, satisfaction point, usefulness valuation

1. Вступ

Обчислювальна техніка знаходить все більш широке застосування у практичних задачах прийняття рішення. У таких задачах людині приходится оцінювати багато сил, впливів, інтересів та наслідків, які характеризують варіанти рішень. Більшість задач прийняття рішень (ЗПР) являються багатокритеріальними.

Прийняття рішення можна виражати у двох формах: як процес і як вибір. Якщо прийняття рішення розглядати як процес, тоді це є певна послідовність етапів[1-3]. Наприклад:

- аналіз проблеми і середовища (цілі прийняття рішень, їх пріоритети, глибина і обмеження розгляду, елементи, зв'язки, ресурси, критерії, оцінки);
- постановка задачі (визначення специфікацій задачі, альтернатив, критеріїв);
- вибір метода розв'язування задачі (правило вибору);
- вибір метода оцінки рішення (адаптація та робота);
- рішення задачі (математична та комп'ютерна обробка даних, імітаційні та експертні оцінки);
- аналіз та інтерпретація результатів.

Якщо розглядати прийняття рішення як вибір, то задача вибору це заключний і найбільш відповідальний етап процесу прийняття рішення.

Задачі вибору надзвичайно різноманітні, тому і різні методи їх вирішення. Представимо прийняття рішення як дію над множиною альтернатив, у результаті якої отримуємо підмножину вибраних альтернатив. Звуження множини альтернатив можливе, якщо існує спосіб порівняння альтернатив і визначення найбільш привабливих. Задача вибору є нетривіальною і допускає різні математичні постановки. Основними характеристиками задач вибору можна вважати наступні[2,3]:

- множина альтернатив може бути скінченною або континуальною;
- оцінка альтернатив може проводитись по одному або декількох критеріях, які у свою чергу можуть нести якісний або кількісний характер;
- режим роботи може бути одноразовим або повторюваний;
- відповідальність за вибір може бути індивідуальною або колективною;
- наслідки вибору можуть бути точно відомі (вибір в умовах визначеності), нести ймовірнісний характер (вибір в умовах ризику), або мати неоднозначний наслідок (вибір в умовах невизначеності), вхідна інформація, критерії задаються нечітко (вибір в умовах розмитості);
- степінь погоджування цілей від повного співпадіння цілей (кооперативний вибір) до їх протиріччя (вибір в умовах конфліктної ситуації).

Різні комбінації перерахованих характеристик і приводять до різних видів задач вибору, які вивчені не в однаковій степені.

2. Загальна постановка задачі та теоретичне обґрунтування

Важливою особливістю реальних задач вибору являється велика розмірність множини альтернатив, яка суттєво збільшує трудомісткість розв'язання даних задач. Для вирішення даної проблеми доцільно використати декомпозиційний підхід, який дозволить зробити заміну початкової задачі вибору на ряд під задач.

В даній роботі розглянемо ще одну характеристику (властивість), коли альтернативи можуть оцінюватись різними критеріями. Такі задачі зустрічаються досить часто, коли множина критеріїв, яка визначена для оцінки альтернатив, являється збитковою відносно однієї або декількох альтернатив і/або експерт проводить оцінку не по всіх критеріях.

Розглянемо задачу вибору у загальній постановці. Нехай задані множина альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ і ідеальна множина критеріїв $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$, за допомогою яких ця множина альтернатив може бути оцінена. Необхідно визначити множину найкращих альтернатив (множина може складатись із одної альтернативи) або проранжувати їх у порядку привабливості.

Означення 1. Альтернативи a_i і a_j будемо називати однорідними, якщо вони оцінюються однією і тією ж множиною критеріїв. У протилежному разі – неоднорідними.

Означення 2. Множина альтернатив називається однорідною для задачі вибору, якщо всі альтернативи цієї множини є між собою попарно однорідними.

Теорема 1. Дві альтернативи є однорідними тоді і тільки тоді, якщо перетин множин критеріїв, за якими вони оцінюються, є та сама множина критеріїв.

<<Доведення. Необхідність. Розглянемо дві альтернативи a_i і a_j . Нехай відповідно вони оцінюються множинами критеріїв $K^{(i)}, K^{(j)}$. Згідно означення 1 $K^{(i)} \equiv K^{(j)}$ (співпадають), тоді $K^{(i)} \cap K^{(j)} \equiv K^{(i)} \cap K^{(j)} \equiv K^{(i)}$.

Достатність. Припустимо, що $K^{(i)} \cap K^{(j)} \equiv K^0$. Звідси випливає, що K^0 співпадає з множиною $K^{(i)}$ або з множиною $K^{(j)}$. Якщо ці дві множини не співпадають, то з означення 1 випливає, що ці альтернативи неоднорідні.>>

Означення 3. Задачу вибору будемо вважати однорідною, якщо множина її допустимих альтернатив однорідна. У протилежному разі задача вибору буде називатись неоднорідною.

Для вирішення однорідних задач вибору існує велика кількість методів їх розв'язання. Багато практичних задач вибору в основному неоднорідні. Прикладом може служити задача підтримки різних проектів і програм Міжнародним фондом «Відродження» (МФВ). Для МФВ головна ціль була сформульована в уставі як «Підтримка побудови в Україні відкритого суспільства». Як описано у роботі [4], що в 1994 році було розглянуто близько 300 проектів різних тематик, які у свою чергу були об'єднані у 13 програм. Кожен проект є унікальним по-своєму і оцінюється своєю множиною критеріїв.

Неоднорідна задача вибору виникає при колективному виборі [5,6]. Кожен індивідуум може мати свою ціль і відповідно свою множину критеріїв для оцінки вирішення проблеми. Це також може бути зв'язано із професійним рівнем експертів, що залучаються для побудови оцінки множини альтернатив і т.д. Таким чином виникає проблема побудови методики вирішення неоднорідних задач вибору.

3. Практичне застосування результатів

Представимо один із способів побудови такої методики у вигляді наступного узагальненого алгоритму:

1. Декомпозиція множини альтернатив на підмножини, тобто виділення однорідних підмножин альтернатив.

2. Побудова узагальненої оцінки корисності для всієї множини альтернатив.

3. Ранжування альтернатив відносно даної узагальненої оцінки.

Розглянемо кожен із пунктів даного алгоритму більш детально. Припустимо, що проаналізувавши проблемну ситуацію множина альтернатив може бути представлена у вигляді наступної сукупності неперетинаючих підмножин $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(l)}$, тобто $A = \{A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(l)}\}$. Відповідно кожній з цих підмножин альтернатив відповідає своя група критеріїв із ідеальної множини K , які позначимо $K^{(1)}, K^{(2)}, \dots, K^{(l)}$. Перетин між цими групами може бути непушта множиною. Таким чином, ми можемо зробити декомпозицію неоднорідної ЗПР на сукупність однорідних.

Для знаходження узагальненої оцінки може бути використано метод описаний у роботах [5,6,7], який базується на ідеї встановлення «точки задоволення» та побудови нечіткої множини відносно цієї точки. Суть даного підходу полягає в тому, що спочатку на першому етапі для кожної однорідної ЗПР будується своя «точка задоволення» і відповідно своя нечітка множина. Опишемо даний алгоритм.

Не втрачаючи загальності припустимо, що для однорідної ЗПР нам відома множина альтернатив X з елементами $x = \{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ і сукупність критеріїв $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ за якими ця множина може бути оцінена.

Означення 4. Точкою „задоволення” називається уявна альтернатива, в якій оцінки по всіх критеріях могли б задовольняти особу, що приймає рішення (ОПР).

Точка „задоволення” може бути як реальною, коли ОПР визначає досяжні значення оцінок по кожному критерію, так само і недосяжною. Наприклад, це може бути ідеальна точка.

Введемо в розгляд точку $T = (t_1, \dots, t_m)$ з простору R_{++}^m і спробуємо описати нечітку множину точок, наприклад, близьких до цієї точки. Нечітка множина описується множиною самих точок і ступенем належності для кожної точки. Візьмемо за множину точок множину альтернатив X , а функцію належності позначимо через $\mu_F(x)$, тоді задачу вибору можна описати за допомогою розмитої моделі: вибрати найкращу (ефективну) альтернативу із нечіткої множини:

$$FT = \{x, \mu_F(x)\}, \forall x \in X \subset R_{++}^m,$$

де F_T – множина точок, близьких до заданої точки T , $\mu_F(x)$ характеризує „ступінь належності” елементів $x \in X$ точці $T \in R_{++}^m$, тобто це функція належності твердження „точка x близька до точки T ”.

Питання побудови функції належності є одним із найважливіших питань у теорії розмитих множин. Опишемо підхід побудови функції належності $\mu_F(x)$ [7,8]. Припустимо, що нам відома матриця рішень (табл. 1)

Таблица 1

Матриця рішень

	x^1	x^2	x^3	...	x^n
k_1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	...	O_{1n}
k_2	O_{21}	O_{22}	O_{23}	...	O_{2n}
\vdots					
K_m	O_{m1}	O_{m2}	O_{m3}	...	O_{mn}

або у матричному виді:

$$O = (O_{ij}), i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \tag{1}$$

де O_{ij} – це оцінка j -ї альтернативи по i -му критерію. Нехай задана точка „задоволення” T . Визначимо множину величин наступним чином:

$$z_{ij} = 1 - |t_i - O_{ij}| / \max \{ t_i - \min_j O_{ij}; \max_j O_{ij} - t_i \}, \tag{2}$$

$$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

Кожна така величина є відносною оцінкою близькості елемента матриці (1) до відповідного елемента точки „задоволення”. Оскільки кожна альтернатива $x \in X$ є точкою простору R_{++}^m , то визначена таким чином матриця $Z = \{z_{ij}\}$ характеризує по стовпцях відносні оцінки близькості альтернативи x^j до точки „задоволення” T по кожному конкретному критерію і знімає питання різних шкал оцінювання.

Наступним кроком є побудова функції належності, як деякої згортки числових оцінок (2). Нехай ОПР відомі або може задати вагові коефіцієнти кожному критерію ефективності $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$. Тоді можна визначити нормовані вагові коефіцієнти для кожного критерію ефективності відповідно

$$\alpha_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^m p_i}, i = 1, \dots, m; \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1.$$

Далі будуюмо функцію належності, як одну із запропонованих згорток, в залежності від психосоматичного настрою ОПР:

$$\mu_A^2(x^j) = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \alpha_i z_{ij}}, \tag{3}$$

$$\mu_A^3(x^j) = \prod_{i=1}^m (z_{ij})^{\alpha_i}, \tag{4}$$

$$\mu_A^4(x^j) = \sum_{i=1}^m \alpha_i z_{ij}, \tag{5}$$

$$\mu_A^5(x^j) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \alpha_i (z_{ij})^2}. \tag{6}$$

Згортки (3)-(6) можна охарактеризувати відповідно як песимістичну, обережну, середню, оптимістичну. З математичної точки зору це є відповідно середнє гармонійне з вагами, середнє геометричне з вагами, середнє зважене, середнє квадратичне з вагами і між ними існує наступна субординація[9]:

$$\mu_A^2(x) \leq \mu_A^3(x) \leq \mu_A^4(x) \leq \mu_A^5(x), \forall x \in X.$$

Таким чином, на даному етапі, ми можемо вибрати за оцінку корисності альтернативи функцію належності її відповідній нечіткій множині.

Наступним кроком є обчислення оцінок корисності альтернатив для всіх однорідних ЗПР і їх об'єднання в єдину множину. Ранжування альтернатив проведемо у порядку спадання значень оцінок корисності.

4. Висновки

Декомпозиційний підхід є найбільш поширеним серед групи аксіоматичних методів прийняття рішень. Описана ідея дозволяє, на основі властивості однорідності, зробити декомпозицію задачі прийняття рішень на під задачі і для кожної з них побудувати свою оцінку корисності. Основна ідея даного підходу полягає в отриманні кількісних оцінок корисності можливих варіантів (альтернатив), які являються наслідками процесу прийняття рішень. На основі цих оцінок можна вибирати найкращий вихід (результат).

Оскільки, процедура вибору з використанням декомпозиційного підходу полягає в незалежному розв'язуванні однорідних під задач, то може бути використаний принцип «паралельних обчислень». В результаті для кожної під задачі можуть бути виділені кращі варіанти її вирішення, із яких і синтезується множина альтернатив вирішення проблеми в цілому. В наслідок такого підходу, потужність множини варіантів зменшується, що приводить до значного скорочення трудомісткості розв'язання задачі вибору.

Актуальність декомпозиційних методів визначається ще і тим, що багато реальних задач вибору мають ієрархічну структуру і, по суті, їх розв'язання є декомпозиційною схемою.

Література

1. Мальяр М.М. Задача вибору та підхід до її розв'язання // Вісник СевДТУ. Вип.50: Інформатика, електроніка, зв'язок: Зб. наук. пр. – Севастополь: Вид-во СевДТУ, 2006. – С. 98-104.
2. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. Тюмень: Издательство Тюменского государственного университета, 2000, 352 с.
3. Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Принятие решения на основе нечетких моделей: примеры использования. – Рига, "Знание", 1990, 184 с.
4. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – К., 2002, 377 с.

5. А.Ф. Волошин, Н.Н. Маляр. Нечеткие модели многокритериального коллективного выбора. // Proceedings XI – th International Conference “Knowledge – Dialogue – Solution” . – Sofia, 2005. – Vol. 1. – P. 247 – 250.
6. Маляр М.М. Описання задач вибору на мові розмитих множин // Вісник Київського університету. Вип.4: Серія: фіз.-мат. науки, Київ, 2005.- С.197-201.
7. Маляр Н.Н. Применение нечеткой логики для задач коллективного выбора // Alexey Voloshin, Krassimir Markov, Krassimira Ivanova, Mykola Malyar, Iliia Mitov (ed.). Artificial Intelligence and Decision Making. International Book Series “INFORMATION SCIENCE & COMPUTING”, Number 7, Supplement to the International Journal “INFORMATION TECHNOLOGIES & KNOWLEDGE” Volume 2 / 2008, Institute of Information Theories and Applications FOI ITHEA - Sofia, Bulgaria, 2008. – P. 99 -102.
8. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Побудова функції належності для задачі вибору // Наук. Вісник Ужгородського ун-ту. Сер. математика і інформатика. – 2005. – Вип. 10-11. – С. 65-69.
9. Методика и техника статистической обработки первичной социологической информации. Под. ред. Г.В.Осипова.- М.: Наука, 1968, 326 с.

УДК 628.5:621:681.518

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПОИСКА РЕШЕНИЙ В СИСТЕМЕ МЕНЕДЖМЕНТА КАЧЕСТВА ПРЕДПРИЯТИЯ

А.С. Зенкин

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*

E-mail: as-zenkin@yandex.ru

В.А. Годик

Аспирант, ассистент*

Контактный тел.: (044) 256-29-14

E-mail: ntsaknutd@gmail.com

П.В. Иванов

Аспирант*

А.И. Химичева

Доктор технических наук, профессор*

*Кафедра метрологии, стандартизации и сертификации Киевского национального университета технологий и дизайна

ул. Немировича-Данченко, 2, корпус 3, г. Киев, 01011

Контактный тел.: (044) 280-34-32

У статті представлено математичну модель процесу пошуку рішень в системі менеджменту якості (СМЯ), що дозволяє при виборі управлінських рішень найкращим чином враховувати внутрішні можливості й зовнішні умови діяльності підприємства

Ключові слова: математична модель, процес пошуку й прийняття рішень, система менеджменту якості підприємства

В статье представлена математическая модель процесса поиска решений в системе менеджмента качества (СМК), позволяющая при выборе управленческих решений наилучшим образом учитывать внутренние возможности и внешние условия деятельности предприятия

Ключевые слова: математическая модель, процесса поиска и принятие решений, система менеджмента качества предприятия

The article presents the mathematical model of search decisions process is presented in quality management system (QMS), enabling appearance to take into account internal possibilities and external terms of activity of enterprise while making the best choice of administrative decisions

Keywords: mathematical model, decision making process, quality management system of enterprise

1. Введение

Разработка управленческих решений является важным процессом, связывающим основные функ-

ции системы менеджмента качества (СМК) и позволяет в результате их внедрения обеспечить выпуск конкурентоспособной продукции. Именно решения в области управления качеством, принимаемые специа-