

Розроблено фізичну і математичну модель тепло-гідродинамічного стану камери багатокамерної печі випалу з врахуванням радіаційного теплообміну і процесу горіння природного газу

Ключові слова: багатокамерна печ, математична модель, складний теплообмін

Разработана физическая и математическая модель тепло-гидродинамического состояния камеры многокамерной печи обжига с учетом радиационного теплообмена и процесса горения природного газа

Ключевые слова: многокамерная печь, математическая модель, сложный теплообмен

The physical and mathematical models of heat-hydrodynamic state of the chamber of multichamber baking furnace are developed with influence of radiation heat transfer and combustion action of the natural gas

Keywords: multichamber furnace, gas release, schedule of baking

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛО-ГІДРОДИНАМІЧНОГО СТАНУ БАГАТОКАМЕРНОЇ ПЕЧІ ПРИ ВИПАЛЮВАННІ ЕЛЕКТРОДНИХ ЗАГОТОВОК

А. Я. Карвацький

Доктор технічних наук, професор*

E-mail: anton@rst.kiev.ua

І. В. Пулінець

Аспірант*

E-mail: bull3t@ukr.net

І. Л. Шилович

Кандидат технічних наук, доцент*

E-mail: shil@rst.kiev.ua

*Кафедра хімічного, полімерного і силікатного машинобудування

Інженерно-хімічний факультет

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

1. Вступ

Процес випалювання електродних заготовок проводиться у багатокамерних кільцевих печах типу Рідгамера, підвід теплоти в яких здійснюється за рахунок згоряння природного газу. Внаслідок конструкційних особливостей робота печей випалу характеризується достатньо великою нерівномірністю розподілу температури по камері печі, великою тривалістю (350–480 год) та значними питомими витратами енергії (ПВЕ) 3,9–4,5 ГДж/т. Тому однією з найважливіших і актуальних задач виробництва вуглеграфітових виробів є розробка науково-обґрунтованих технологічних регламентів процесу випалу, що забезпечують необхідну якість кінцевого продукту при зменшенні тривалості процесу та ПВЕ. При цьому для визначення раціональних теплових режимів роботи випалювальних печей доцільно окремі експериментальні дослідження поєднувати з методами математичного моделювання [1], що дає змогу значно зменшити матеріальні витрати та скоротити термін розробок.

2. Аналіз літературних джерел

Зважаючи на складний теплообмін, гідродинамічні процеси при горінні природного газу, великі розміри та ін., багатокамерні печі є досить важким об'єктом для математичного моделювання фізичних полів, що протікають в процесі випалювання. Це в основному і визначило те, що кількість робіт присвячена цій проблемі

в літературних джерелах є дуже обмеженою [2–4]. У цих роботах в основному розглядаються спрощені математичні моделі з поділом на більш прості задачі, без врахування процесу горіння та ін.

В печах випалу на етапі «камера під вогнем» відбувається процес турбулентного горіння природного газу і, тому може бути описаний схожими математичними моделями, які були розроблені для іншого промислового обладнання [5].

3. Мета і задачі досліджень

Розробити фізичну і математичну модель тепло-гідродинамічного стану камери багатокамерної печі з врахуванням радіаційного теплообміну і процесу горіння природного газу.

4. Фізична модель

Кільцева піч складається не менш ніж з двох або більше десятків камер, розташованих у два ряди нижче нульової відмітки корпусу цеху випалювання. Кожна камера печі (рис. 1) в свою чергу складається з касет 10, стінки і подина яких утворюють газові канали. В середину кожної касети, попередньо заповненої нижнім шаром пересипки 4, завантажуються «зелені» заготовки 8, між якими і зверху яких також засипається пересипка. Зверху камера накривається теплоізолюваним укриттям 1.

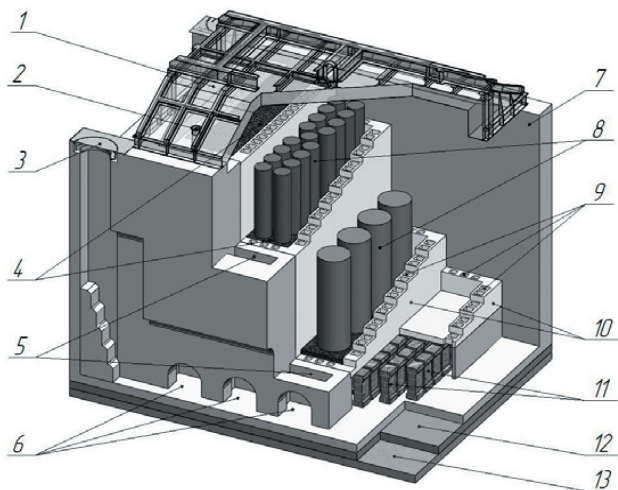


Рис. 1. Камера печі випалу: 1 – склепіння; 2 – місця встановлення пальників; 3 – канал для відводу димових газів; 4 – пересипка; 5 – вогневі канали; 6 – вікна входу димових газів із попередньої камери; 7 – вогнетривке футерування камери; 8 – вуглеграфітові заготовки; 9 – муфельні канали; 10 – касети; 11 – стовпчики подини касети; 12 – цегляна кладка; 13 – бетон

Рух димових газів через камеру печі від попередньої до наступної здійснюється по газовому тракту: вікна 6, вогневі канали 5, простір під склепінням 1, муфельні канали 9, простір між стовпчиками подини до вхідних вікон наступної камери. В процесі довготривалого випалювання електродних заготовок одночасно задіяна група камер печі, яка складається з 6–9 од. Причому перші дві або одна камера за ходом газів знаходяться під вогнем, а решта камер нагрівається за рахунок відхідних димових газів перших камер. Тобто таким чином виконується утилізація теплоти відхідних газів. Під час випалювання група камер у кільцевій печі знаходяться на різному етапі випалу, якщо на першій – випал добігає свого кінця, то в останній – він тільки розпочався. При закінченні терміну випалу на першій камері вона відключається від вогню та від групи камер, задіяних у процесі, вогонь переноситься на наступну за ходом газів камеру і до групи камер підключається нова камера, що розташована за останньою у групі.

Димові гази печі є стисливою рідиною, температура яких може сягати понад 1300°C, мають властивості поглинаючого і випромінюючого, нерозсіюючого середовища. Режим руху газів в каналах печі є турбулентним. Теплообмін у газовому тракті печі є складним радіаційно-конвективним [6,7], а у твердих конструкціях печі – здійснюється за рахунок теплопровідності. На етапі «камера під вогнем» у вогневих каналах і під склепінням печі відбувається процес горіння природного газу, що подається через отвори 2 в укритті камери. Згоряння природного газу в об'ємі печі вважається повним з утворенням діоксиду вуглецю і водяної пари. Кінетика хімічної реакції дифузійного турбулентного горіння ґрунтується на законі Ареніуса [5] і вихрової дисипації [8]. Нагрівання димових газів відбувається

за рахунок хімічної реакції горіння і дисипації їх в'язкості.

5. Математична модель

У відповідності зі сформульованою фізичною моделлю багатокамерної печі (рис. 1) математична модель нестационарного дифузійного згоряння природного газу в турбулентному потоці може бути побудована на базі осереднених за Рейнольдсом рівнянням Нав'є-Стокса (Reynolds averaged Navier-Stokes equations, RANS) в наближенні k-ε моделі з врахуванням стисливості рідини [6] включає в себе рівняння нерозривності, збереження кількості руху, транспорту хімічних компонентів реакції горіння, енергії в ентальпійному вигляді, турбулентної кінетичної енергії і швидкості її дисипації [5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}}) &= 0; \\ \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}}}{\partial \tau} + (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{V}} &= -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}_{\text{eff}} + \bar{\rho} \mathbf{g}; \\ \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}} \tilde{Y}_k) &= \nabla \cdot \bar{\mathbf{J}}_k + \bar{\omega}_k, \quad k = \overline{1, N}; \\ \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{h}}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}} \tilde{h}) &= \bar{\omega}_T + \frac{\overline{Dp}}{D\tau} + \nabla \cdot \left(\overline{\lambda \nabla T} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \nabla h \right) + \\ &+ \bar{\tau}_{\text{eff}} : (\nabla \cdot \nabla) - \nabla \cdot \left(\bar{\rho} \sum_{k=1}^N \mathbf{J}_k h_k \right) + E(\tilde{T}); \\ \frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}} k) &= \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k + G_b - \bar{\rho} \epsilon - Y_M; \\ \frac{\partial \bar{\rho} \epsilon}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{V}} \epsilon) &= \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + \bar{\rho} C_1 S \epsilon - \bar{\rho} C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{v \epsilon}} + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $\bar{\rho}$ – густина осереднена за Рейнольдсом, кг/м³; τ – час, с; $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Гамільтона; $\tilde{\mathbf{V}} = (\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{v}_z)^T$ – вектор швидкості осереднений за Фавром [5] ($\tilde{f} = \overline{f \tilde{\rho}} / \bar{\rho}$), м/с; p – тиск, Па; $\bar{\tau}_{\text{eff}} = (\mu + \mu_t) \left[\nabla \cdot \tilde{\mathbf{V}} + (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{V}})^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \tilde{\mathbf{V}}) \mathbf{I} \right] - \frac{2}{3} \bar{\rho} k$ – тензор ефективних напружень розтягу-стискування, Па; μ – динамічна в'язкість, Па·с; $\mu_t = \bar{\rho} C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ – турбулентна в'язкість, Па·с; k – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг; ϵ – швидкість дисипації турбулентної кінетичної енергії, Дж/(кг·с); \mathbf{I} – одиничний тензор третього рангу; $\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z)^T$ – вектор прискорення вільного падіння, м/с²; $Y_k = m_k / m$, $k = \overline{1, N}$ – масова частка компоненти хімічної реакції горіння; m_k – маса k-ої компоненти, кг; m – маса горючої суміші, кг; N – кількість компонент реакції горіння; $\bar{\mathbf{J}}_k = - \left(\bar{\rho} D_k + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \nabla \tilde{Y}_k$ – вектор дифузійного турбулентного потоку k-ої компоненти, кг/(м²·с); D_k – коефіцієнт дифузії k-ої компоненти, м²/с; $Sc_t = \frac{\mu_t}{\bar{\rho} D_t}$ – число Шмідта, D_t – коефіцієнт турбулентної дифузії, м²/с; $\bar{\omega}_k$ – джерело за раху-

нок середньої швидкості реакції k -ої компоненти $\left(\sum_{k=1}^N \bar{\omega}_k = 0\right)$, кг/(м³·с); $\tilde{h}_k = \int_{T_{ref,k}}^{\tilde{T}} c_{p,k} dT$ – ентальпія k -ої компоненти, Дж/кг; T – температура, К; $T_{ref,k}$ – температура відліку, К; $\bar{\omega}_T = -\sum_{k=1}^N h_k^0(T_{ref,k}) \bar{\omega}_k$ – об’ємне джерело теплоти за рахунок горіння, Вт/м³; $\frac{D\bar{p}}{D\tau} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \tau} + \tilde{V} \cdot \nabla \bar{p} + \frac{\mu_i}{\rho S c_t} \nabla \bar{p}$ – субстанціональна похідна від тиску, Вт/м³; λ – теплопровідність, Вт/(м·К); ∇ – оператор лінійного відображення; $E(\tilde{T}) = K \left(\int_{\Omega=4\pi} I(s) d\Omega - 4n^2 \sigma T^4 \right)$ – об’ємна густина радіаційного теплового потоку «сірого» середовища, Вт/м³; K і n – коефіцієнт поглинання (м⁻¹) і показник заломлення, відповідно; Ω – тілесний кут, ср; σ – постійна Стефана-Больцмана, Вт/(м²·К⁴); $I(s) = I(s_0) \exp\left(-\int_{s_0}^s K ds\right) + n^2 \sigma \int_{s_0}^s K \exp\left(-\int_{s'}^s K ds''\right) ds'$ – інтенсивність випромінювання (Вт·с/(м²·ср)) в напрямку s в тілесному куті $d\Omega$; s_0 – відповідає границі; v – кінематична в’язкість, м²/с; G_k , G_b , Y_M , C_1 , C_μ , $C_{3\epsilon}$, σ_k , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$, C_2 – параметри і константи k - ϵ моделі [6].

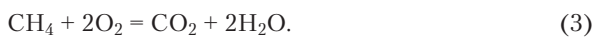
Перший член у правій частині рівняння енергії (1) пов’язаний з джерелом теплоти хімічної реакції горіння, другий – з роботою тиску, третій – з теплопровідністю, четвертий – з дисипацією в’язкості, п’ятий – з дифузиею компонентів хімічної реакції і шостий – з тепловим випромінюванням.

Для твердих елементів печі система рівнянь (1) спрощується до одного рівняння енергії (теплопровідності) виду:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial \tau} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_{volat}. \quad (2)$$

При цьому теплопровідність пересипки приймається ефективною величиною – λ_{eff} , а в q_{volat} (Вт/м³) – враховуються теплота утворення летючих в заготовках.

Аналіз горіння метану у печі ґрунтується на припущенні повного згорання природного газу до CO₂ і H₂O. Тоді рівняння хімічної реакції горіння буде мати вид:



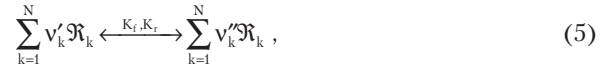
Реакція (3) визначається стехіометричними коефіцієнтами і миттєвими термодинамічними параметрами, від яких залежить її швидкість. Турбулентне змішування реагентів є фактором, що обмежує швидкість реакції. Турбулентно-хімічна взаємодія при горінні природного газу описується за допомогою двох моделей: перша – модель обмеженої швидкості реакції на основі закону Ареніуса [5]; друга – модель вихрової дисипації (Магнунсена) [8]. В результаті використовується менше з отриманих значень по швидкості реакції.

Джерело k -ої компоненти хімічної реакції (3) у відповідності з моделлю обмеженої швидкості реакції визначається як:

$$\bar{\omega}_k = W_k Q_k, \quad (4)$$

де W_k – молекулярна вага компоненти, кг/моль; Q_k – молярна швидкість утворення/розкладання компонентів реакції, моль/(м³·с).

Реакція горіння (3) в узагальненому вигляді може бути представлена як:



де v'_k , v''_k – стехіометричні коефіцієнти k -го реагенту і продукту реакції, відповідно; \mathfrak{R}_k – символ, який визначає k -у компоненту; K_f , K_r – константа швидкості прямої і зворотної реакції, відповідно, 1/с.

Молярна швидкість розкладу компонентів прямої реакції визначається як:

$$Q_k = v_k \left(K_f \prod_{j=1}^N [X_j]^{v'_j} - K_r \prod_{j=1}^N [X_j]^{v''_j} \right), \quad (6)$$

де $v_k = v''_k - v'_k$; $[X_j] = \rho Y_j / W_j = \rho_j / W_j$ – молярна концентрація j -го компонента, моль/м³.

Константа швидкості прямої реакції горіння визначається із закону Ареніуса [5]:

$$K_f = A \exp\left[-\frac{E}{RT}\right], \quad (7)$$

де $A = B T^\alpha$ – частотний фактор, 1/с; B, α – постійні реакції; E – енергія активації, Дж/моль.

Константа швидкості зворотної реакції визначається через K_f :

$$K_r = K_f \left[\left(\frac{p_a}{RT} \right)^{\sum_{k=1}^N v_k} \exp\left(\frac{\Delta s^0}{R} - \frac{\Delta h^0}{RT}\right) \right]^{-1},$$

де $p_a = 1$ бар; Δs^0 , Δh^0 – зміна мольної ентропії (Дж/(моль·К)) і ентальпії (Дж/моль) реакції, відповідно.

Молярна швидкість розкладання компонентів прямої реакції у відповідності з моделлю вихрової дисипації визначається як:

$$Q_k = v'_k W_k A \rho \frac{\epsilon}{k} \min\left(\frac{Y_R}{v'_R W_R}\right), \quad (8)$$

$$Q_k = v'_k W_k A B \rho \frac{\epsilon}{k} \frac{\sum_{p=1}^P Y_p}{\sum_{j=1}^N (v'_j W_j)}, \quad (9)$$

де $A=4$, $B=0,5$ – емпіричні константи Магнунсена [8] для реагентів і продуктів реакції, відповідно; індекси R, P – відносяться до реагентів і продуктів реакції, відповідно.

У рівняннях (8), (9) швидкість реакції визначається масштабом часу змішування великих вихорів і відношенням k/ϵ як в моделі Сполдінга [9].

Початкові умови:

$$\begin{cases} T(X) = T_0; \\ \mathbf{V}(X) = 0; \\ Y_k(X) = Y_{0k}, \quad k = \overline{1, N}; \\ k(X) = k_0; \\ \varepsilon(X) = \varepsilon, \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V} = 0; \\ \{T\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} - \mathbf{q}_r\} = 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$\mathbf{n} \cdot (-\lambda \nabla T) = \alpha_{\text{eff}}(T)(T - T_{\text{env.sp}}), \quad (16)$$

де $X(x, y, z) \in \Omega$ – декартові координати, м; Ω – розрахункова область.

Граничні умови (ГУ):

– на вході природного газу (11) і окислювача (гази з попередньої камери) (12) і на виході із камери печі (13)

$$\begin{cases} G = G_{\text{inlet-g}}; \\ Y_{\text{CH}_4} = Y_{\text{CH}_4\text{-inlet}}; \\ T = T_{\text{inlet-g}}; \\ k = k_{\text{inlet-g}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{inlet-g}}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} G = G_{\text{inlet-oxid}}; \\ Y_{\text{O}_2} = Y_{\text{O}_2\text{-inlet}}; \\ T = T_{\text{inlet-oxid}}; \\ k = k_{\text{inlet-oxid}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{inlet-oxid}}, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} P_{\text{outlet}} = 0; \\ Y_{\text{O}_2} = Y_{\text{O}_2\text{-outlet}}; \\ T = T_{\text{outlet}}; \\ k = k_{\text{outlet}}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{\text{outlet}}, \end{cases} \quad (13)$$

де G – масові витрати, кг/с;

– на границях контакту твердих елементів конструкції печі (абсолютний контакт) (14), газовий тракт печі – канали печі (15) і огороження печі з оточуючим середовищем (16)

$$\begin{cases} \{T\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

де $\{T\} = T^+ - T^-$; $\{\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \mathbf{q}^+ - \mathbf{n}^- \cdot \mathbf{q}^-$; $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ – вектор густини теплового потоку, Вт/м²; \mathbf{n} – вектор нормалі до поверхні контакту; \mathbf{q}_r – вектор густини радіаційного теплового потоку, Вт/м²; α_{eff} – ефективний коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); $T_{\text{env.sp}}$ – температура оточуючого середовища, К.

Для отримання оперативних оцінок тепло-гідродинамічного стану печей Рідгamera можна користуватись спрощеною математичною моделлю процесу випалювання електродних виробів. Спрощена модель камери печі випалу включає систему рівнянь (1) без рівняння транспорту хімічних компонентів реакції горіння.

У правій частині рівняння енергії (1) також відсутні джерела теплоти, які пов'язані з хімічною реакцією горіння, дифузиею компонентів хімічної реакції і тепловим випромінюванням. Початкові умови (10) і ГУ (12), (13) записуються для димових газів без врахування масової долі компонентів хімічної реакції горіння. ГУ (11) не використовуються, а (14)–(16) лишаються без змін.

Висновки

Розроблена фізична модель якісно описує процес випалювання електродних заготовок у багатокамерних печах, а запропонована математична модель дозволяє теоретично досліджувати цей процес та відпрацьовувати технологічні регламенти випалу, що забезпечують необхідну якість кінцевого продукту при зменшенні тривалості процесу та ПВЕ.

З використанням математичної постановки задачі (1)–(16) планується розробка числових моделей тепло-гідродинамічного стану багатокамерних печей, а також проведення експериментальних досліджень процесу нагріву електродних заготовок в промислових умовах з метою перевірки адекватності запропонованої математичної моделі.

Література

1. Power saving at production of electrode products [Текст] / Ye.N. Panov, S.V. Kutuzov, A.Ya. Karvatsky [et al.] // XVII Intern. Conf. «Aluminium of Siberia», V Conf. «Metallurgy of Non-Ferrous and Rare Metals», VII Symp. «Gold of Siberia», (Krasnoyarsk, Russia, Sept. 7–9, 2011) : Proceed. of the Intern. Congress, Krasnoyarsk : «Verso», 2011. - P. 412–423.
2. Малахов С. А. Совершенствование технологи обжига углеграфитовой продукции в многокамерных печах обжига закрытого типа: автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.16.02 «Металлургия черных, цветных и редких металлов» / С. А. Малахов. - Владикавказ, 2004. - 30 с.
3. Шибалов С. Н. Совершенствование тепловых процессов с целью повышения качества обжига заготовок из углеграфитовых материалов: автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.16.02 «Металлургия черных, цветных и редких металлов» / С. Н. Шибалов. - М., 2004. - 30 с.
4. Riedhammer. Carbon baking technology. Closed type baking furnace. [Електронний ресурс]. - Дата доступу : квіт. 2011 р. - Режим доступу : http://www.riedhammer.de/System/00/00/95/9566/ed_enUS/Internetversion.pdf.

5. Poinso T. Theoretical and numerical combustion [Текст] / Thierry Poinso, Denis Veynante. - 2nd ed. - Philadelphia : Edwards, 2005. - 522 p.
6. A New $k-\epsilon$ Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation [Текст] / T.-H. Shih, W. W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, J. Zhu // Computers Fluids. - 1995. - Vol. 24, No. 3. - P. 227-238.
7. Henkes R. A. W. M. Natural Convection Flow in a Square Cavity Calculated with Low-Reynolds-Number Turbulence Models [Текст] / R. A. W. M. Henkes, F. F. van der Flugt, C. J. Hoogendoorn // Int. J. Heat Mass Transfer. - 1991. - Vol. 34 - P. 1543-1557.
8. Magnussen B. F. On mathematical models of turbulent combustion with special emphasis on soot formation and combustion [Текст] / B. F. Magnussen, B. H. Hjertager // In 16th Symp. (Int'l.) on Combustion. The Combustion Institute. - Pittsburgh, 1976 - P. 719-727.
9. Spalding D. B. Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames [Текст] / D. B. Spalding // In 13th Symp. (Int'l.) on Combustion. The Combustion Institute. - Pittsburgh, 1971 - P. 649-657.

□ □

Наведено умови на модель Фрідрікса, які дозволяють записати формулу для стрибка резольвенти на неперервному спектрі

Ключові слова: модель Фрідрікса, неперервний спектр, факторизація, резольвента, стрибок

Приведены условия на модель Фридрикса, которые позволяют записать формулу для скачка резольвенты на непрерывном спектре

Ключевые слова: модель Фридрикса, непрерывный спектр, факторизация, резольвента, скачок

The conditions on the Friedrich's model, which permit to write the formula for the jump of the resolvent on continuous spectrum are indicated

Keywords: Friedrich's model, continuous spectrum, factorization, resolvent, jump

□ □

УДК 517.983

A REMARK ABOUT CALCULATION OF THE JUMP OF THE RESOLVENT IN FRIEDRICHS' MODEL

E. V. Cheremnikh
Professor of department of high mathematics
National University "Lviv Polytechnic"
12, S.Bandery str, Lviv, Ukraine, 79013
Phone number: (032) 264-85-67
E-mail: echeremn@polylnet.lviv.ua

Introduction

The presentation of spectral projection by the resolvent R_ζ of selfadjoint operator

$$E(\Delta) = \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{1}{2\pi i} \int_{\Delta+i\epsilon} (\mathcal{R}_\zeta - \mathcal{R}_{\bar{\zeta}}) d\zeta, \Delta \subset (-\infty, \infty)$$

is well-known for a long time (see for example Bereznanski Yu.M. [1], p.425). Obviously the jump of the resolvent $\lim_{\epsilon \rightarrow +0} ((\mathcal{R}_\zeta - \mathcal{R}_{\bar{\zeta}})\phi, \psi)$, $\zeta = \sigma + i\epsilon$, $\sigma \in (-\infty, \infty)$ is important in the theory of nonselfadjoint perturbation of continuous spectrum too. In the work Ljance V.E. [2] concerning non-selfadjoint Friedrichs' model the author uses an extension of the operator in more wide space. In the work Cheremnikh E.V. [3] an auxiliary operator (like maximal differential operator) was used. In presented article we precise the calculus of the jump of resolvent.

Preliminary and main theorem

Let $H = L^2(R, H_1)$, $R = (-\infty, \infty)$, where H_1 is some Hilbert space with scalar product $(\bullet, \bullet)_{H_1}$. We consider Friedrichs' model

$$T = S + V, V = A^*B, D(T) = D(S), A, B: H \rightarrow G, \quad (1)$$

where S is the operator of multiplication by independent variable (i.e. $(S\phi)(\tau) = \tau\phi(\tau)$, $\tau \in R$) with maximal domain of definition $D(S)$ and A, B are bounded operators from H in G . The space G is auxiliary Hilbert space. We use notation $\phi, \psi, f, g \in H, c, d \in G$ for the elements and $(\bullet, \bullet), (\bullet, \bullet)_G$ for scalar product respectively. We denote $S_\zeta = (S - \zeta)^{-1}$, $T_\zeta = (T - \zeta)^{-1}$. The relation $(T - \zeta)\psi = \phi$ or $(S - \zeta)\psi + A^*B\psi = \phi$ (see1) gives

$$\psi + S_\zeta A^*B\psi = S_\zeta \phi, \quad \text{Im} \zeta \neq 0 \quad (2)$$