

УДК 004.942:656.02

# ТОПОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕРЕЖ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ ВЕЛИКИХ МІСТ УКРАЇНИ

**О.Ф. Кузькін**

Кандидат технічних наук, доцент

Кафедра транспортних технологій\*

Контактний тел.: (061) 769-84-40, 067-686-52-88

E-mail: horz@ukr.net

**А.Е. Мовчан\***

Контактний тел.: (061) 769-84-40

E-mail: tf301@ukr.net

**А.С. Іорданова\***

Контактний тел.: (061) 769-84-40

E-mail: tf301@ukr.net

\*Запорізький національний технічний університет  
вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063

*Досліджені топологічні властивості та розраховані основні статистичні характеристики мереж транспорту загального користування великих міст України з позицій теорії складних мереж. Подано змістовний аналіз отриманих результатів*

*Ключові слова: складна мережа, мережа громадського транспорту*

*Исследованы топологические свойства и рассчитаны основные статистические характеристики сетей транспорта общего пользования крупных городов Украины с позиций теории сложных сетей. Представлен содержательный анализ полученных результатов*

*Ключевые слова: сложная сеть, сеть общественного транспорта*

*Topological properties are investigated and the basic statistical characteristics of transit networks of large Ukrainian cities from positions of the complex networks theory are calculated. The substantial analysis of the obtained results is presented*

*Keywords: complex network, transit network*

## 1. Вступ

Маршрутний пасажирський транспорт загального користування відіграє важливу роль у життєзабезпеченні сучасного великого міста. Його основною функцією є надання транспортних послуг мешканцям міста з пересування у межах його території. Якість надання транспортних послуг пасажирам міським громадським транспортом, серед іншого, визначається рівнем розвитку його маршрутної мережі. Рівень розвитку маршрутної мережі, у свою чергу, визначається її просторовими і топологічними характеристиками.

Топологічні властивості мережі міського маршрутного транспорту загального користування суттєво визначають якість її функціонування. Від них залежать такі важливі показники, як доступність, тривалість пересування, рівень пересадочності [1]. Відносно нова міждисциплінарна галузь знань – теорія комплексних мереж [2], вивчає топологічні властивості мереж різного походження безвідносно до природи походження цих мереж. В рамках цієї теорії на сьогодні виконані дослідження низки соціальних, технологічних, біологічних мереж. Не виключенням стали і мережі громадського транспорту. Так, виконані дослідження маршрутних мереж 22 міст Польщі [3], 14 великих міст світу [4], Сінгапура [5], мережі метрополітену Сеула [6], маршрутних мереж Запоріжжя [7] та міст західного регіону України [8]. Результати досліджень дозволили встановити подібність та розбіжності топологічних структур та властивостей цих мереж. Однак, накопичений на сьогодні статистичний матеріал ще не достатній для

широкого узагальнення і потребує подальших досліджень.

## 2. Характеристика досліджуваних міст та їх маршрутних мереж

ДБН 360-92\*\* «Містобудування. Планування і забудова міських та сільських поселень» відносить до групи крупних міські поселення з чисельністю населення від 0,5 до 1,0 млн. мешканців. Для аналізу було обрано маршрутні мережі чотирьох крупних міст України, які не мають ліній метрополітену – Запоріжжя, Кривого Рога, Львова, Одеси. Загальна характеристика досліджуваних міст та їх маршрутних мереж, представлених автобусним, тролейбусним і трамвайним видами транспорту, наведена у табл. 1.

**Таблиця 1**

Загальна характеристика досліджуваних міст та їх маршрутних мереж

Показник	Значення показника для міста			
	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
1. Площа, км <sup>2</sup>	331	410	182	237
2. Населення на 01.09.2011 р., тис. мешканців	773	664	760	1003
3. Кількість маршрутів, R	135	146	98	95
4. Кількість зупинок, N	442	286	246	142

### 3. Способи представлення мереж громадського транспорту

З точки зору теорії складних мереж, мережі міського транспорту відносяться до технологічних мереж. У цій мережі переміщуються потоки маршрутного рухомого складу і пов'язані з ними потоки пасажирів. Будь-яку мережу зручно представляти у вигляді графа. Граф, як відомо, є сукупність не порожньої множини  $X$ , елементи якої називаються вершинами (вузлами, точками) графа та множини  $A$  упорядкованих пар вершин, елементи якої називаються ребрами (дугами, ланками) графа.

Граф міської маршрутної мережі транспорту загального користування можна представити декількома способами, які у попередніх дослідженнях називаються просторами [4]. Приклад представлення маршрутної мережі, що складається з трьох маршрутів та семи зупинок, у різних просторах наведених на рис. 1:

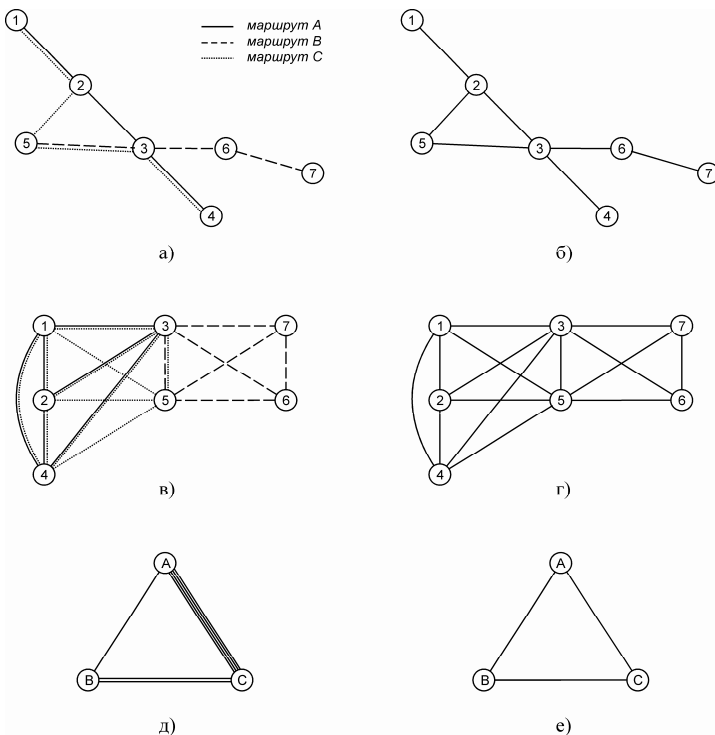


Рис. 1. Способи представлення маршрутних мереж:  $L'$ -простір (а),  $L$ -простір (б),  $P'$ -простір (в),  $P$ -простір (г),  $C'$ -простір (д),  $C$ -простір (е)

1) **простір зупинок** ( $L$ -простір) є простим графом, вершинами якого є *зупинки* міського транспорту. Ребро між парою вершин існує у тому випадку, коли відповідні зупинки послідовно розташовані хоча б на одному з міських маршрутів (рис. 1, б). Природно, що таких маршрутів може бути декілька, у такому випадку можна побудувати мультиграф, кратність ребер якого відповідає кількості маршрутів, на яких відповідні зупинки є послідовними. Таке представлення називається  $L'$ -простором (рис. 1, а);

2) **простір пересаджень** ( $P$ -простір) – простий граф, вершинами якого є *зупинки* міського транспорту. Вершини зв'язуються ребром у тому випадку, коли між відстань між відповідними зупинками можна подолати

без зміни маршруту, тобто, без пересадження (рис. 1, г). Аналогічно простору зупинок, введенням кратних ребер, що відповідають кількості безпересадочних маршрутів між відповідними зупинками, отримуємо мультиграф, який називається  $P'$ -простором (рис. 1, в);

3) **простір маршрутів** ( $C$ -простір) є простим графом, вершинами якого є *маршрути* міського транспорту. Пару вершин графа з'єднує ребро у тому випадку, якщо відповідні маршрути мають бодай одну спільну зупинку (рис. 1, е). Розширення цього графа до мультиграфа, кратність ребер якого відповідає кількості спільних зупинок на відповідних маршрутах приводить до представлення маршрутної мережі у  $C'$ -просторі (рис. 1, д).

### 4. Показники складних мереж та їх предметна інтерпретація

Однією з найважливіших характеристик складної мережі є характер *розподілу степенів її вершин*. Степень вершини визначається як кількість ребер, приєднаних до неї. Якщо  $a_{ij}$  – елемент матриці суміжності мережі  $A$  розміром  $N \times N$ , де  $N$  – кількість вершин мережі, то степінь  $i$ -ї вершини визначається як сума

$$k_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}. \quad (1)$$

Попередніми дослідженнями встановлено, що більшість існуючих у природі мереж мають один з таких розподілів степенів вершин:

– розподіл Пуассона

$$p(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}; \quad (2)$$

– експоненційний розподіл

$$p(k) = Ae^{-ak}; \quad (3)$$

– степеневий розподіл

$$p(k) \sim 1/k^i; \quad (4)$$

– рівномірний розподіл

$$p(k) = U = \text{const}. \quad (5)$$

У формулі (1) значення  $\langle k \rangle$  є математичним очікуванням степені вершини мережі.

З точки зору природи і властивостей мережі транспорту загального користування значення  $\langle k \rangle$  визначає в середньому для випадково обраної зупинки: у  $L$ -просторі,  $\langle k_L \rangle$ , – кількість альтернативних напрямів руху пасажирів, у  $L'$ -просторі,  $\langle k_{L'} \rangle$ , – кількість маршрутів, якими можна здійснити поїздку, у  $P$ -просторі,  $\langle k_P \rangle$ , – кількість можливих безпересадочних поїздок з даної зупинки, у  $P'$ -просторі,  $\langle k_{P'} \rangle$ , – кількість варіантів, якими можна здійснити таку поїздку з використанням різних маршрутів. Таким чином, значення  $\langle k \rangle$  для маршрутної мережі, представленої у цих просторах, у деякій мірі відбиває якість її розвитку з боку інтересів пасажирів, причому у  $L$  та  $L'$  просторах значення  $\langle k \rangle$  характеризує наявність у пасажирів альтернатив

у пересуванні, а у Р та Р' просторах – рівень пересадочності сполучення.

У просторах С та С' значення <k> визначає середню кількість маршрутів, що досяжні з випадково вибраного маршруту за одне пересадження, та середню кількість зупинок, на яких можна виконати таке пересадження відповідно. Таким чином, величина <k> відбиває ступінь дублювання маршрутів і ступінь дублювання зупинок на маршрутах, і, таким чином характеризує рівень пересадочності і технологічної взаємодії маршрутів у мережі.

В якості лінійних характеристик складної мережі використовують поняття середнього <l> та максимального l<sub>max</sub> найкоротших шляхів. Середній найкоротший шлях мережі визначається за формулою

$$\langle l \rangle = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i>j} \tilde{l}_{ij}, \tag{6}$$

де  $\tilde{l}_{ij}$  – довжина найкоротшого шляху між вершинами і та j, виражена у кількості ребер.

Відповідно, максимальний найкоротший шлях на мережі визначається як  $l_{\max} = \max_{i,j \in N} \{ \tilde{l}_{ij} \}$ .

Для маршрутної мережі міського громадського транспорту величина <l<sub>L</sub>> характеризує середню довжину поїздки між випадково обраними зупинками на мережі, <l<sub>P</sub>>-1 – середню кількість пересаджень під час такої поїздки, <l<sub>C</sub>> – середню кількість пересаджень, необхідних для зміни випадково обраних двох маршрутів мережі. Відповідно, значення l<sub>maxL</sub> є оцінкою максимальної довжини поїздки у місті, l<sub>maxP</sub> – максимальної кількості пересаджень, необхідних для здійснення довільної поїздки у мережі, l<sub>maxC</sub> – максимальної кількості пересаджень для зміни одного маршруту на інший, довільний. Зауважимо, що значення  $\tilde{l}_{ij}$  не залежать від кратності ребер мережі.

Як показали попередні дослідження, розподіл довжини найкоротших шляхів добре описується функцією наступного вигляду

$$p(\tilde{l}) = A \tilde{l} \exp(-B \tilde{l}^2 + C \tilde{l}), \tag{7}$$

де А, В, С – постійні коефіцієнти.

Локальною характеристикою кожного окремої і-ї вершини складної мережі є *кластерний коефіцієнт* C<sub>i</sub>, який розраховується за формулою

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}, \tag{8}$$

де E<sub>i</sub> – кількість ребер, які зв'язують між собою всі k<sub>i</sub> вершини, суміжні даній вершині.

Кластерний коефіцієнт мережі в цілому визначається як середнє арифметичне кластерних коефіцієнтів її вершин

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}. \tag{9}$$

Значення С визначає імовірність існування зв'язку між двома випадково вибраними суміжними вершинами даної вершини, а також містить інформацію про наявність у мережі циклів довжиною 3. Коефіцієнт кластерності дерева дорівнює нулю, а повного графа – одиниці. Таким чином, значення C<sub>L</sub> є характеристикою прямолінійності сполучень; C<sub>P</sub> – характери-

стикою розповсюдження швидкісних режимів руху на маршрутах; C<sub>C</sub> – характеристикою надійності мережі при виключенні з неї окремих маршрутів.

Іншою важливою характеристикою мережі є її коефіцієнт асортативності r, який визначається як лінійний коефіцієнт кореляції Пірсона між степенями її суміжних вершин та обчислюється за формулою

$$r = \frac{M \sum_{m=1}^M i_m j_m - \left[ \sum_{m=1}^M i_m \right]^2}{M \sum_{m=1}^M i_m^2 - \left[ \sum_{m=1}^M i_m \right]^2}, \tag{10}$$

де М – кількість ребер мережі.

Мережі, для яких r > 1, називаються *асортативними*. Для них характерним є еволюція шляхом переважного з'єднання між собою вершин з однаковими чи близькими за значеннями степенями вершин. У випадку r < 1 маємо *дисасортативну* мережу, яка еволюціонує шляхом переважного з'єднання між собою вершин з відмінними за значеннями степенями вершин.

### 5. Результати розрахунків

У табл. 2 подані результати розрахунку топологічних характеристик досліджуваних мереж у різних просторах.

Таблиця 2

Топологічні характеристики досліджуваних мереж

Характеристика	Значення характеристики для маршрутної мережі міст			
	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
<k <sub>L</sub> >	2,303	2,322	2,772	3,127
<k <sub>P</sub> >	24,90	16,74	13,28	15,88
<k <sub>P'</sub> >	73,31	92,41	58,25	46,48
<k <sub>P''</sub> >	185,92	777,40	133,60	123,11
<k <sub>C</sub> >	58,70	53,26	57,10	52,25
<k <sub>C'</sub> >	353,32	1238,5	238,95	169,66
<l <sub>L</sub> >	18,23	19,43	7,92	7,87
l <sub>maxL</sub>	47	69	21	25
<l <sub>P</sub> >	2,00	1,92	1,90	1,74
l <sub>maxP</sub>	4	4	4	4
<l <sub>C</sub> >	1,50	1,54	1,42	1,45
l <sub>maxC</sub>	3	5	3	3
C <sub>L</sub>	0,0196	0,0530	0,0892	0,1224
C <sub>P</sub>	0,7617	0,7653	0,7422	0,7315
C <sub>C</sub>	0,8023	0,7974	0,7768	0,7782
r <sub>L</sub>	0,1342	0,1543	0,1511	0,2954
r <sub>P</sub>	-0,0346	-0,0776	0,0566	-0,1253
r <sub>C</sub>	0,0467	0,1206	0,0063	-0,0897

На рис. 2 наведені графіки розподілу степенів вершин маршрутних мереж досліджуваних міст у різних просторах.

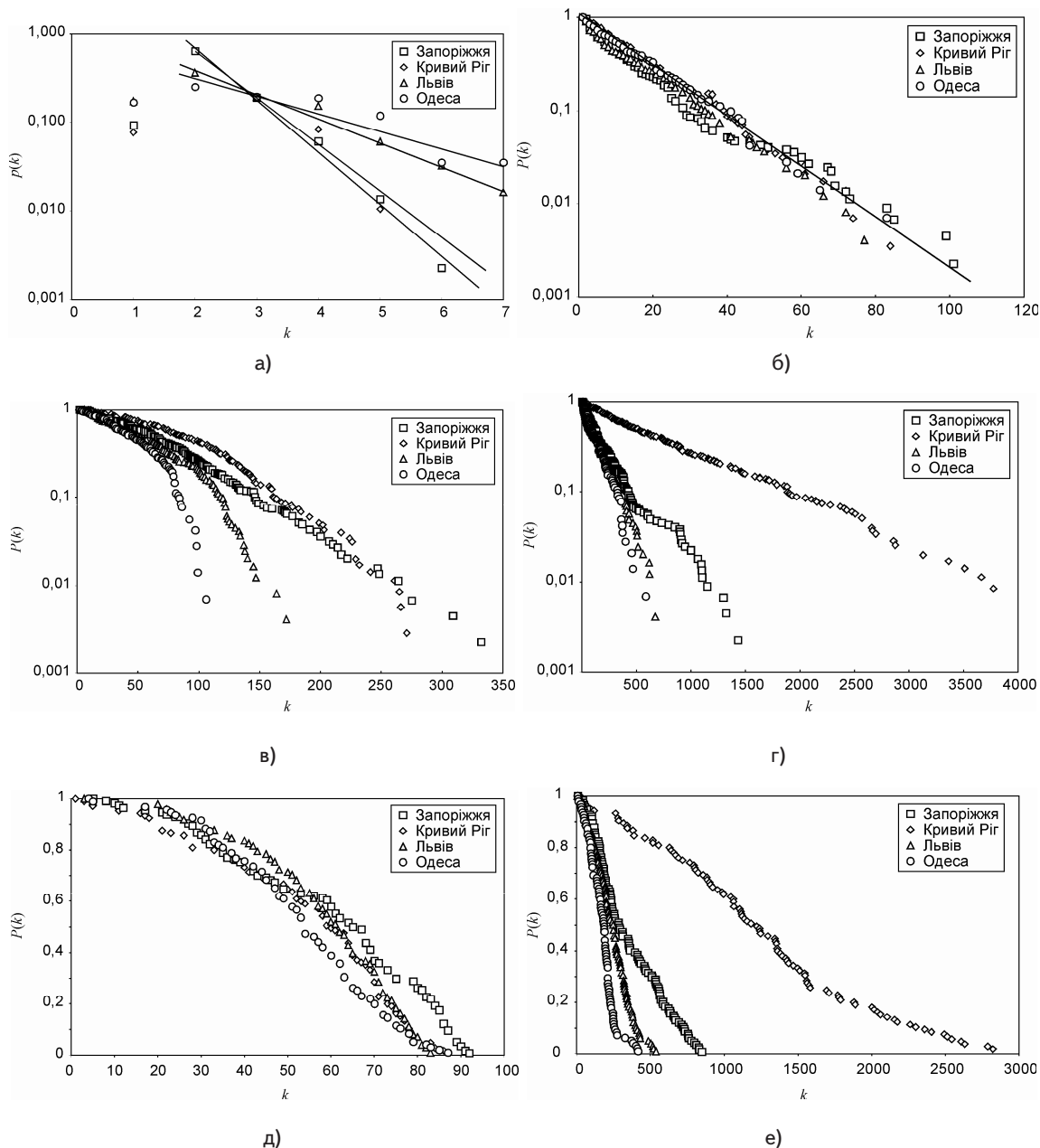


Рис. 2. Розподіл степенів вершин маршрутних мереж у L-просторі (а), L'-просторі (б), P-просторі (в), P'-просторі (г), C-просторі (д), C'-просторі (е)

Графіки розподілу у L, L', P та P' просторах подані у напівлогарифмічній системі координат. Для згладжування флуктуацій для всіх просторів, окрім L-простору, використано інтегральне перетворення

$$P(k) = \int_k^{k_{max}} p(k)dk = \sum_{i=k}^{k_{max}} p(i). \tag{11}$$

Характерною особливістю маршрутної мережі громадського транспорту у порівнянні з іншими мережами є наявність певної кількості вершин, які мають ступінь  $k_L=1$ . Ці вершини відповідають кінцевим зупинкам маршрутів.

Як видно з рис. 2, розподіл степенів вершин у L, L', P та P' просторах добре описується експоненційним розподілом (3) у відповідності з перетворенням (11), а у C та C' просторах – рівномірним розподілом (5). Числові значення параметрів розподілів наведені у табл. 3.

Зауважимо, що мережі мають високу ступінь кластерності у просторах пересаджень і маршрутів.

Таблиця 3

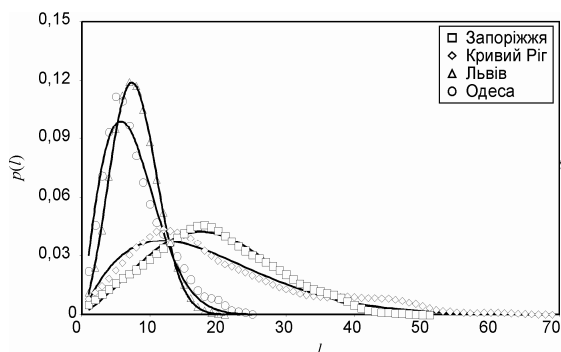
Значення параметрів законів розподілу степенів вершин

Параметр	Значення параметра для маршрутної мережі міст			
	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
1	2	3	4	5
$\alpha_L$	1,3933	1,3145	0,6249	0,4429
$A_L$	12,38	10,14	1,4011	0,7771
$\alpha_{L'}$	0,0553	0,0647	0,0656	0,0623
$A_{L'}$	0,6999	1,1427	0,9193	1,0513
$\alpha_P$	0,0182	0,0187	0,0262	0,0324

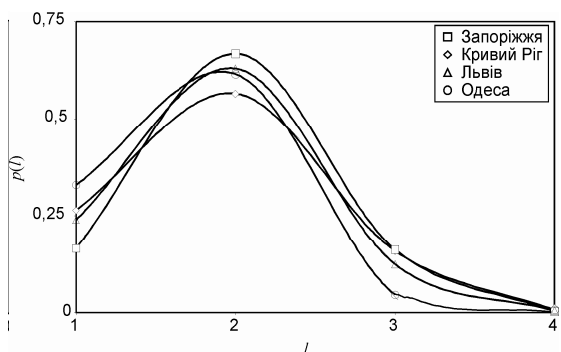
Продовження таблиці 3

1	2	3	4	5
$A_p$	1,4291	2,1322	1,7530	1,7025
$\alpha_p$	0,0039	0,0012	0,0065	0,0080
$A_{p'}$	0,7389	0,9405	0,8880	1,0372
$U_c$	0,0115	0,0118	0,0125	0,0120
$U_{c'}$	0,0012	0,0003	0,0019	0,0024

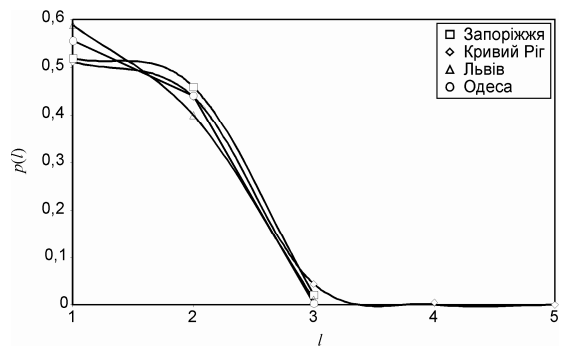
На рис. 3 наведені графіки розподілу довжини найкоротших шляхів у маршрутних мережах досліджуваних міст, а у табл. 4 – значення коефіцієнтів функції розподілу (7), підібрані методом нелінійного оцінювання Гауса-Ньютона.



а)



б)



в)

Рис. 3. Розподіл довжини найкоротших шляхів маршрутних мереж у L -просторі (а), P -просторі (б) та C -просторі (в)

З графіків на рис. 3 видно, що функції розподілу довжини найкоротших шляхів у L та P -просторах є унімодальними, зсунутими ліворуч. Форма розподілу відповідає закону розподілу пасажирів за дальністю поїздки, теоретично обґрунтовану та емпірично досліджену у [9]. Графіки рис. 3 та результати розрахунків середньої та максимальної довжини найкоротшого шляху (табл. 2) свідчать про подібність досліджуваних мереж і наявність у них ознак «тісного світу» [2], тобто можна спостерігати значне перевищення діаметру мережі  $l_{max}$  над середньою довжиною найкоротшого шляху у мережі.

Таблиця 4

Параметри функції розподілу ймовірностей найкоротших шляхів

Параметр	Значення параметра для маршрутної мережі міст			
	Запоріжжя	Кривий Ріг	Львів	Одеса
$A_L$	0,00223	0,007689	0,00761	0,03135
$B_L$	0,00364	0,00087	0,03226	0,01238
$C_L$	0,06720	-0,06370	0,33989	-0,03298
$A_p$	0,00669	0,04341	0,01839	0,01906
$B_p$	1,2570	0,8696	1,1473	1,4594
$C_p$	4,469	2,676	3,714	4,3097
$A_c$	0,0807	0,1870	0,1127	0,0445
$B_c$	1,3390	0,9285	1,3650	1,7256
$C_c$	3,20	1,94	3,02	4,2513

**Висновки**

В результаті розрахунків топології маршрутних мереж транспорту загального користування великих міст України встановлені їх основні статистичні характеристики: середню ступінь вузла мережі та її розподіл, максимальний найкоротший шлях, середній найкоротший шлях та його розподіл, коефіцієнти кластерності і асортативності. Встановлено, що у просторі зупинок мережі є асортативними, а у просторі пересаджень – некорельованими, з експоненційним розподілом степенів вершин. У просторі маршрутів мережі є некорельованими з рівномірним розподілом степенів вершин. Всі досліджувані мережі мають невелику, у порівнянні з діаметром мережі, довжину середнього найкоротшого шляху, і містять у собі ознаки «тісного світу».

**Література**

1. Ефремов, И. С. Теория городских пассажирских перевозок [Текст] / И. С. Ефремов, В. М. Кобозев, В. А. Юдин. – М.: Высшая школа, 1980. – 535 с.
2. Складні мережі / Ю. Головач, О. Олемської, К. фон Фербер [та ін.] [Текст] // Журнал фізичних досліджень. – 2006. – т.10, №4. – С. 247–289.
3. Sienkiewicz, J Statistical analysis of 22 public transport networks in Poland [електронний ресурс] / J. Sienkiewicz, J. A. Holyst. – режим доступу: [http://arxiv.org/PS\\_cache/physics/pdf/0506/0506074v2.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0506/0506074v2.pdf).

4. Von Ferber, C. Public transport networks: empirical analysis and modeling [електронний ресурс] / C. von Ferber, T. Holovatch, Y. Holovatch, V. Palchykov .– режим доступу: [http://arxiv.org/PS\\_cache/arxiv/pdf/0803/0803.3514v1.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0803/0803.3514v1.pdf).
5. Soh, H Weighted complex network analysis of travel routes on the Singapore public transportation system [електронний ресурс] / H. Soh, S. Lim, T. Zhang [etc.] [електронний ресурс] .– режим доступу: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2010P-hyA..389.5852S>.
6. Lee, K. Statistical Analysis of the Metropolitan Seoul Subway System: Network Structure and Passenger Flows [електронний ресурс] / K. Lee, W.S. Jung, J.S. Park, M.Y. Choi .– режим доступу: <http://www.citeulike.org/user/hmedal/article/9520-129>.
7. Кузькін, О. Ф. Статистичний аналіз маршрутної мережі громадського транспорту Запоріжжя [Текст] / О. Ф. Кузькін, А. Е. Мовчан // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту.– 2011.–№1.– С. 34–42.
8. Пасічник, В. В. Статистичні закономірності росту мереж громадського транспорту міст західного регіону України [Текст] / В. В. Пасічник, Н. М. Іванушак // Східноєвропейський журнал передових технологій .– 2011 .– №6/4(54).– С. 13–17.
9. Шелейховский, Г. В. Композиция городского плана как проблема транспорта [Текст] / Г. В. Шелейховский .– М.: Гипрогор, 1946 .– 132 с.

*Проведено оцінювання адекватності логістичних моделей динаміки популяцій копитних мисливських господарств України. Доведено, що точність розрахунків, проведених за допомогою узагальненої моделі, перевищує точність аналогічних розрахунків, проведених за допомогою моделі Лоткі-Вольтерра*

*Ключові слова: узагальнена логістична модель, динаміка популяцій*

*Проведена оцінка адекватності логістических моделей динаміки популяцій копитных охотничьих хозяйств Украины. Доказано, что точность расчетов, проведенных с помощью обобщенной модели, превышает точность аналогичных расчетов, проведенных с помощью модели Лотки-Вольтерра*

*Ключевые слова: обобщенная логистическая модель, динамика популяций*

*The evaluation of logistic models adequacy of population's dynamics of the hoofed of Ukrainian hunts is conducted. It is argued that exactness of the calculations conducted by means of the generalized model exceeds exactness of analogical calculations conducted with the Lotka-Volterra model help*

*Keywords: generalized logistic model, population's dynamics*

УДК 519.8(075.8), 004.942

## ОБҐРУНТУВАННЯ ЯКОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЛОГІСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПОПУЛЯЦІЙ

**І.А. Пількевич**

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри\*  
Контактний тел. (0412)-41-56-86, 067-397-87-39

E-mail: igor.pilkevich@mail.ru

**В.І. Котков**

Кандидат технічних наук, доцент\*

Контактний тел. (0412) 22-94-08

E-mail: eko\_univer@i.ua

**О.В. Маєвський**

Аспірант\*

Контактний тел.: 097-403-14-96

\*Кафедра моніторингу навколишнього природного середовища

Житомирський національний агроекологічний університет  
бульвар Старий, 7, м. Житомир, Україна, 10008

### Вступ

Тваринний світ є одним з компонентів навколишнього природного середовища, національним багатством України, джерелом духовного та естетичного збагачення і виховання людей, об'єктом наукових досліджень, а також важливу базу для одержання

промислової і лікарської сировини, харчових продуктів та інших матеріальних цінностей.

Динаміка чисельності (щільності) популяції різних видів має дуже важливе значення для людини, оскільки багато тварин і рослин служать об'єктами її господарської діяльності або причиною якогось збитку. Тому знання закономірностей динаміки