

4. Von Ferber, C. Public transport networks: empirical analysis and modeling [електронний ресурс] / C. von Ferber, T. Holovatch, Y. Holovatch, V. Palchykov .– режим доступу: http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0803/0803.3514v1.pdf.
5. Soh, H Weighted complex network analysis of travel routes on the Singapore public transportation system [електронний ресурс] / H. Soh, S. Lim, T. Zhang [etc.] [електронний ресурс] .– режим доступу: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2010P-hyA..389.5852S>.
6. Lee, K. Statistical Analysis of the Metropolitan Seoul Subway System: Network Structure and Passenger Flows [електронний ресурс] / K. Lee, W.S. Jung, J.S. Park, M.Y. Choi .– режим доступу: <http://www.citeulike.org/user/hmedal/article/9520-129>.
7. Кузькін, О. Ф. Статистичний аналіз маршрутної мережі громадського транспорту Запоріжжя [Текст] / О. Ф. Кузькін, А. Е. Мовчан // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту.– 2011.–№1.– С. 34–42.
8. Пасічник, В. В. Статистичні закономірності росту мереж громадського транспорту міст західного регіону України [Текст] / В. В. Пасічник, Н. М. Іванушак // Східноєвропейський журнал передових технологій .– 2011 .– №6/4(54).– С. 13–17.
9. Шелейховский, Г. В. Композиция городского плана как проблема транспорта [Текст] / Г. В. Шелейховский .– М.: Гипрогор, 1946 .– 132 с.

Проведено оцінювання адекватності логістичних моделей динаміки популяцій копитних мисливських господарств України. Доведено, що точність розрахунків, проведених за допомогою узагальненої моделі, перевищує точність аналогічних розрахунків, проведених за допомогою моделі Лоткі-Вольтерра

Ключові слова: узагальнена логістична модель, динаміка популяцій

Проведена оценка адекватности логистических моделей динамики популяций копытных охотничьих хозяйств Украины. Доказано, что точность расчетов, проведенных с помощью обобщенной модели, превышает точность аналогичных расчетов, проведенных с помощью модели Лотки-Вольтерра

Ключевые слова: обобщенная логистическая модель, динамика популяций

The evaluation of logistic models adequacy of population's dynamics of the hoofed of Ukrainian hunts is conducted. It is argued that exactness of the calculations conducted by means of the generalized model exceeds exactness of analogical calculations conducted with the Lotka-Volterra model help

Keywords: generalized logistic model, population's dynamics

УДК 519.8(075.8), 004.942

ОБҐРУНТУВАННЯ ЯКОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЛОГІСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПОПУЛЯЦІЙ

І.А. Пількевич

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри*
Контактний тел. (0412)-41-56-86, 067-397-87-39
E-mail: igor.pilkevich@mail.ru

В.І. Котков

Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел. (0412) 22-94-08
E-mail: eko_univer@i.ua

О.В. Маєвський

Аспірант*
Контактний тел.: 097-403-14-96

*Кафедра моніторингу навколишнього природного середовища

Житомирський національний агроекологічний університет
бульвар Старий, 7, м. Житомир, Україна, 10008

Вступ

Тваринний світ є одним з компонентів навколишнього природного середовища, національним багатством України, джерелом духовного та естетичного збагачення і виховання людей, об'єктом наукових досліджень, а також важливу базу для одержання

промислової і лікарської сировини, харчових продуктів та інших матеріальних цінностей.

Динаміка чисельності (щільності) популяцій різних видів має дуже важливе значення для людини, оскільки багато тварин і рослин служать об'єктами її господарської діяльності або причиною якогось збитку. Тому знання закономірностей динаміки

чисельності популяції необхідне для прогнозування можливих небажаних явищ і внесення, у разі необхідності, коректив у цю динаміку з метою оптимального управління.

Вивчення закономірностей динаміки кількості тварин необхідне для створення наукових основ раціонального використання корисних тварин. При цьому використовуються математичні методи (вчасності, моделювання). Серед моделей динаміки популяцій в математичній екології найбільше розповсюдження отримала логістична функція Ферхюльста (1838р.), яка застосовується для опису як поведінки популяцій, так і їх взаємодії (наприклад, в моделі Лоткі-Вольтерра) [1]. До недоліків логістичної функції можна віднести її евристичне походження та неповне відображення втрат.

Тому в 2010 році авторами статті була розроблена узагальнена логістична модель динаміки популяцій [2], яка дозволила теоретично обґрунтувати модель Лоткі-Вольтерра. Однак до цього часу не було проведено оцінювання адекватності вище згаданих моделей. Метою даної роботи є розробка методики оцінювання адекватності логістичних моделей динаміки популяцій, а також розрахунок абсолютних та відносних похибок математичних моделей динаміки популяцій копитних тварин мисливських господарств України.

1. Математичний опис логістичних моделей динаміки популяцій

Узагальнена логістична модель динаміки популяцій описується нелінійним диференціальним рівнянням [3]:

$$\left(a_1 + \frac{1}{N(t)} \right) \frac{dN(t)}{dt} + \frac{1}{a_0} N(t) - \varphi = 0, \tag{1}$$

де $N(t)$ – кількість особин в популяції; a_0, a_1, φ – параметри екологічної системи, що зв'язують зміну швидкості росту популяції зі змінами чисельності популяції, або

$$(1 + a_1 N) \frac{dN}{dt} = \varphi N - \frac{N^2}{a_0}, \tag{2}$$

де N – кількість особин в популяції; φ – потенціал експонентного росту; a_0, a_1 , – параметри втрат, що стримують експонентне зростання кількості особин в популяції.

Рівняння (2) відрізняється від рівняння Ферхюльста (моделі Лоткі-Вольтерра) $\frac{dN}{dt} = \varphi^0 N - \frac{N^2}{a_0}$ наявністю нелінійного елемента $a_1 N \frac{dN}{dt}$.

Аналитичний розв'язок рівняння (2) отриманий в [4]. Дискретна узагальнена логістична функція в рекурентній формі має вигляд:

$$N_{k+1} = \left[1 + \varphi_0 \left(\frac{1}{1 + a_1 N_k} - \frac{N_k / b_0}{1 + a_1 N_k} \right) \right] N_k. \tag{3}$$

При великих значеннях ємності $b_0 \rightarrow \infty$ логістична функція (3) вироджується в дискретну експоненціальну функцію

$$N_{k+1} = \left(1 + \varphi_0 \frac{1}{1 + a_1 N_k} \right) N_k, \tag{4}$$

а при великих значеннях $a_1 N \gg 1$ експоненціальна функція (4) вироджується в лінійну функцію виду $N_{k+1} = N_k + \varphi_0 / a_1$.

Аналіз (3) показує, що для побудови математичних моделей динаміки популяцій відповідного виду необхідно визначити робочі параметри моделі (провести ідентифікацію моделі (3)) за допомогою експериментальних даних.

Для визначення робочих параметрів логістичної моделі динаміки популяцій скористаємося інформацією, що отримана за допомогою моніторингу динаміки популяцій [5]. Моніторинг динаміки популяцій основних видів мисливських тварин проводиться на території України державним управлінням лісового та мисливського господарства з метою охорони, використання та відтворення тваринного світу. Облік чисельності мисливських тварин проводиться два рази на рік з використанням спеціалістів державного управління охорони навколишнього природного середовища в кожній області України.

Результати розрахунків робочих параметрів логістичної моделі динаміки популяцій оленя, кабана, козулі та лані представлені в таблиці.

Таблиця

Значення робочих параметрів моделей динаміки популяцій основних видів мисливських тварин

Вид копитної тварини	Параметр		
	a_1	φ_0	b_0
Олень	$-5,88 \cdot 10^{-5}$	$1,628 \cdot 10^{-2}$	16981,903
Кабан	$-2,47 \cdot 10^{-5}$	$3,95 \cdot 10^{-2}$	40454,979
Козуля	$-8,15 \cdot 10^{-6}$	$3,192 \cdot 10^{-3}$	123657,8
Лань	$-4,41 \cdot 10^{-4}$	$2,62 \cdot 10^{-2}$	2260,729

Аналіз даних таблиці показує те, що добуток $a_1 N \ll 1$. Це дозволяє узагальнене логістичне рівняння динаміки популяцій (2) записати у вигляді:

$$\frac{dN}{dt} \approx \varphi N - \frac{N^2}{a_0}. \tag{5}$$

Похибка, що виникає при такому спрощенні, не перевищує похибку округлення результату, отриманого під час розрахунків.

2. Порівняльний аналіз логістичних моделей

З метою проведення порівняльного аналізу логістичних моделей застосуємо наочний метод графічного порівняння. На рис. 1 представлені графіки, що характеризують кількість особин популяцій оленів, козулі, ланей та кабанів, що мешкали в мисливських господарствах України в період з 2006 по 2010 роки, а також експериментальні дані про відповідну кількість

особин, що отримані в результаті моніторингу динаміки популяцій основних видів мисливських тварин, який проводився на території України.

Графіки наочно показують перевагу узагальнених логістичних моделей відповідних видів копитних тварин.

3. Аналітичний розрахунок адекватності логістичних моделей динаміки популяцій

Як правило [6], при оцінюванні адекватності математичних моделей застосовують нерівність Чебишева:

$$P(|X - M_x| < \epsilon) > 1 - \frac{D_x}{\epsilon^2}, \quad (6)$$

де X – довільна випадкова величина; M_x і D_x – її математичне сподівання та дисперсія; ϵ – довільне дійсне число.

$P(|X - M_x| < \epsilon)$ свідчить про те, що відхилення випадкової величини X від свого математичного сподівання M_x не перевищує похибки ϵ . Використання згаданої похибки дозволяє не пред'являти суворих обмежень до вибору відповідного закону розподілу випадкової величини X . Як відомо [7], закони розподілу, за допомогою яких може описуватися одна і та ж вибірка, можуть відрізнитися в межах, що задаються похибкою. Тобто, будь-яку вибірку можна приблизно описати тим чи іншим законом розподілу в межах похибки.

Оцінювання адекватності математичної моделі за допомогою нерівності Чебишева не може бути правильно проведено без введення поняття похибки. При цьому оцінювання цієї похибки є вихідною інформацією до розв'язуваної задачі.

Зважаючи на завдання вихідної інформації з похибкою, задача оцінювання адекватності розробленої логістичної моделі має не єдине рішення. Визначення меж безлічі рішень передбачає можливість знаходження проміжного рішення, що задовольняє умові

мінімуму метричної відстані між модельними параметрами і апріорною інформацією про відповідний параметр, отриманою за допомогою інших методів.

Тому для оцінювання адекватності логістичних моделей в роботі пропонується використовувати відносні та абсолютні похибки [8]:

$$l = \frac{\sum |y_i - Y_i|}{n}; \quad \delta = \left(\frac{l}{Y}\right) \cdot 100\%, \quad (7)$$

де y_i – кількість особин в популяціях, що розрахована за допомогою логістичних моделей; Y_i – статистичні дані про кількість особин в популяціях відповідних видів копитних тварин.

Скориставшись модельними та статистичними даними проведено оцінювання якості логістичних моделей (Лоткі-Вольтерра та узагальненої). Розрахунки показують, що абсолютна та відносна похибки кількості всіх популяцій тварин, які розглянуті вище, у відповідності до моделі Лоткі-Вольтерра складає: $l_{cp} = 1786,29$ особин (округляючи до цілого числа – 1786 особин); $\delta_{cp} = 4,2\%$.

Абсолютна та відносна похибки кількості всіх приведених вище популяцій тварин у відповідності до узагальненої логістичної моделі дорівнюють: $l_{cp} = 17,33$ особини (округляючи до цілого числа – 17 особин); $\delta_{cp} = 7,38 \cdot 10^{-2}\%$.

Таким чином, оцінка адекватності логістичних моделей показала, що точність розрахунків, зроблених за допомогою узагальненої моделі динаміки популяцій, перевищує точність розрахунків, зроблених за допомогою моделі Лоткі-Вольтерра, приблизно в 57 разів ($4,2\% / 7,38 \cdot 10^{-2}\%$).

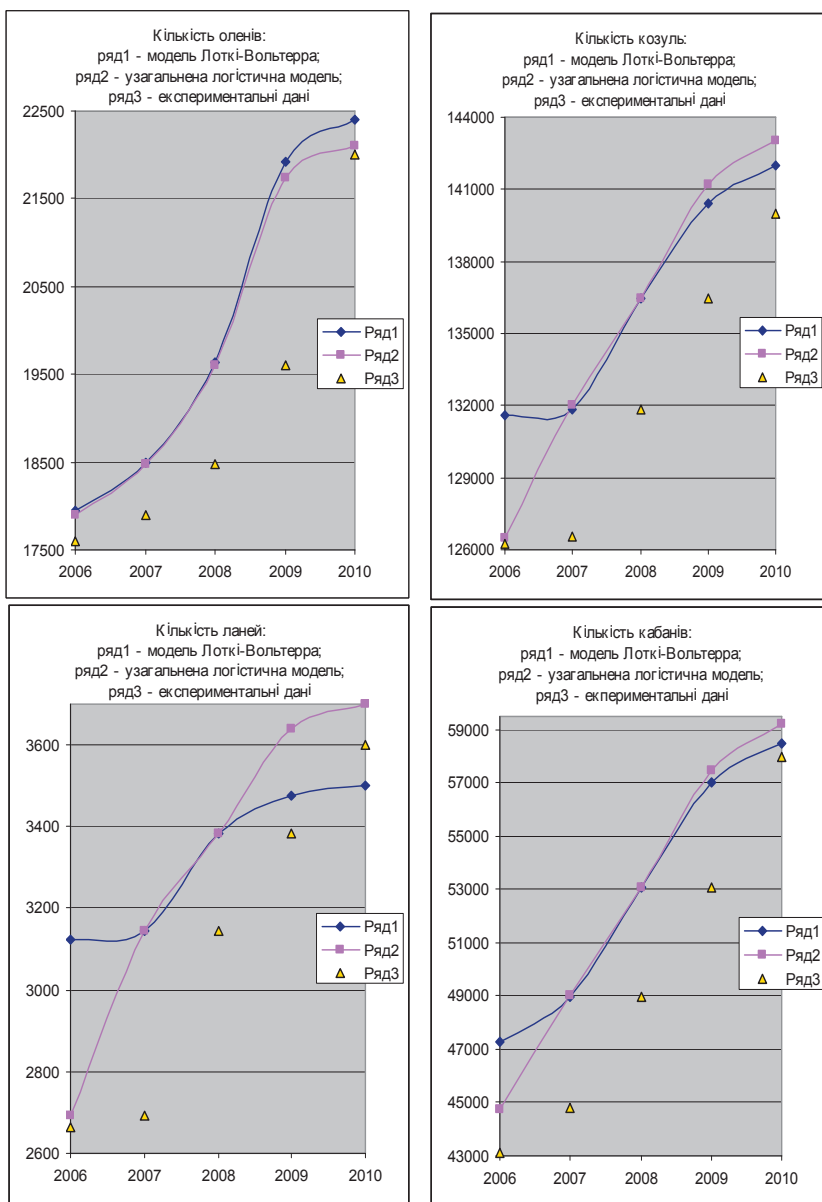


Рис. 1. Динаміка популяцій копитних

Висновки

Оцінка адекватності логістичних моделей показує, що точність розрахунків, проведених по узагальненій моделі динаміки популяцій перевищує точність розрахунків, проведених по моделі Лоткі-Вольтерра.

Це дає підставу стверджувати те, що при оптимізації використання та відновлення тваринного світу з метою економного управління мисливськими господарствами України доцільно застосовувати узагальнену логістичну модель динаміки популяцій.

Література

1. Принципи моделювання та прогнозування в екології: підручник [Текст] / В.В.Богобоящий, К.Р.Чурбанов, П.Р.Палій, В.М.Шмандій. – К.: Центр навч. л-ри, 2004. – 216 с.
2. Пилькевич І.А. Теоретичне обґрунтування моделі динаміки популяцій Лоткі-Вольтерра [Текст] / І.А.Пилькевич, О.В.Маєвський // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – 2010. – Вип. №3(54). Технічні науки. – С. 79-83.
3. Пилькевич І.А. Обобщенная логистическая модель динамики популяций [Текст] / И.А.Пилькевич, В.И.Котков, А.В.Маевский // Материалы III-го Всеукраинского съезда экологов с международным участием „Экология-2011”. – Винница: ВНТУ, 21-24 сентября 2011. – С. 222-226.
4. Пилькевич І.А. Математическое моделирование динамики популяций [Текст] / И.А.Пилькевич, А.В.Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №3/6 (45). – С. 50-53.
5. Пилькевич І.А. Мониторинг копытных животных, обитающих в охотничьих хозяйствах Украины [Текст] / И.А.Пилькевич, А.В.Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №5/4 (47). – С. 35-40.
6. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных [Текст] / Дж.Бендат, Л.Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника [Текст] / В.И.Тихонов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
8. Тарасова В.В. Екологічна статистика (з блочно-модульною формою контролю знань): підручник [Текст] / В.В.Тарасова. – К.: Центр уч. л-ри, 2008. – 392 с.

Отримані залежності для середнього значення за часом швидкостей мікропотоків поблизу границі біологічних об'єктів (ембріон, спермій)

Ключові слова: сфероїд, мікропотік, ембріон, акустика, біологічний об'єкт

Получены выражения для среднего значения по времени скоростей микропотоков вблизи границы биологических объектов (эмбрион, спермий)

Ключевые слова: сфероид, микропоток, эмбрион, акустика, биологический объект

The expression for the average value to time-velocity of microflows near the biological specimens (embryos, semen) are received

Keywords: spheroid, microflow, embryo, acoustics, biological object

УДК 614.89:537.868

РАСЧЕТ СКОРОСТИ МИКРОПОТОКА У ПОВЕРХНОСТИ ШАРА, МОДЕЛИРУЮЩЕГО ЭМБРИОН

Н. П. Кунденко

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра «Интегрированные электротехнологии и процессы»

Харьковский национальный технический университет

сельского хозяйства им. П. Василенко

ул. Артема, 44, г. Харьков, 61002

Контактный тел.: (057) 712-28-33, 067-743-77-76

E-mail: n.p.kundenko@inbox.ru

1. Введение

Одним из определяющих факторов при определении скорости микропотоков, возникающих при наличии звуковой волны, является колебательная скорость частиц среды в окрестности граничной поверхности биологического объекта. Однако, на прак-

тике геометрические размеры биологического объекта могут быть значительно (на несколько порядков) меньше длины звуковой волны. Биологические объекты моделируются геометрическим телом в виде эллипсоида вращения (вытянутый сфероид). Известно [1], что одним из основных механизмов диффузии частиц крио-консервирующей среды к поверхности