

## Висновки

Оцінка адекватності логістичних моделей показує, що точність розрахунків, проведених по узагальненій моделі динаміки популяцій перевищує точність розрахунків, проведених по моделі Лоткі-Вольтерра.

Це дає підставу стверджувати те, що при оптимізації використання та відновлення тваринного світу з метою економного управління мисливськими господарствами України доцільно застосовувати узагальнену логістичну модель динаміки популяцій.

## Література

1. Принципы моделирования та прогнозування в екології: підручник [Текст] / В.В.Богобоящий, К.Р.Чурбанов, П.Р.Палій, В.М.Шмандій. – К.: Центр навч. л-ри, 2004. – 216 с.
2. Пилькевич І.А. Теоретичне обґрунтування моделі динаміки популяцій Лоткі-Вольтерра [Текст] / І.А.Пилькевич, О.В.Маєвський // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – 2010. – Вип. №3(54). Технічні науки. – С. 79-83.
3. Пилькевич І.А. Обобщенная логистическая модель динамики популяций [Текст] / И.А.Пилькевич, В.И.Котков, А.В.Маевский // Материалы III-го Всеукраинского съезда экологов с международным участием „Экология-2011”. – Винница: ВНТУ, 21-24 сентября 2011. – С. 222-226.
4. Пилькевич І.А. Математическое моделирование динамики популяций [Текст] / И.А.Пилькевич, А.В.Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №3/6 (45). – С. 50-53.
5. Пилькевич І.А. Мониторинг копытных животных, обитающих в охотничьих хозяйствах Украины [Текст] / И.А.Пилькевич, А.В.Маевский // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – №5/4 (47). – С. 35-40.
6. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных [Текст] / Дж.Бендат, Л.Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника [Текст] / В.И.Тихонов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
8. Тарасова В.В. Екологічна статистика (з блочно-модульною формою контролю знань): підручник [Текст] / В.В.Тарасова. – К.: Центр уч. л-ри, 2008. – 392 с.

**Отримані залежності для середнього значення за часом швидкостей мікропотоків поблизу границі біологічних об'єктів (ембріон, спермій)**

**Ключові слова:** сфероїд, мікропотік, ембріон, акустика, біологічний об'єкт

**Получены выражения для среднего значения по времени скоростей микропотоков вблизи границы биологических объектов (эмбрион, спермий)**

**Ключевые слова:** сфероид, микропоток, эмбрион, акустика, биологический объект

**The expression for the average value to time-velocity of microflows near the biological specimens (embryos, semen) are received**

**Keywords:** spheroid, microflow, embryo, acoustics, biological object

УДК 614.89:537.868

# РАСЧЕТ СКОРОСТИ МИКРОПОТОКА У ПОВЕРХНОСТИ ШАРА, МОДЕЛИРУЮЩЕГО ЭМБРИОН

**Н. П. Кунденко**

Кандидат технических наук, доцент

Кафедра «Интегрированные электротехнологии и процессы»

Харьковский национальный технический университет

сельского хозяйства им. П. Василенко

ул. Артема, 44, г. Харьков, 61002

Контактный тел.: (057) 712-28-33, 067-743-77-76

E-mail: n.p.kundenko@inbox.ru

## 1. Введение

Одним из определяющих факторов при определении скорости микропотоков, возникающих при наличии звуковой волны, является колебательная скорость частиц среды в окрестности граничной поверхности биологического объекта. Однако, на прак-

тике геометрические размеры биологического объекта могут быть значительно (на несколько порядков) меньше длины звуковой волны. Биологические объекты моделируются геометрическим телом в виде эллипсоида вращения (вытянутый сфероид). Известно [1], что одним из основных механизмов диффузии частиц крио-консервирующей среды к поверхности

биологического объекта (эмбрион, спермий) являются микропотоки, возникающие под действием акустических колебаний. Наличие этих микропотоков означает отличие от нуля среднего по времени потока массы. Величина постоянной составляющей скорости (предполагается, что при отсутствии акустических колебаний крио – консервирующая среда покоилась) микропотока меньше амплитуды колебательной скорости в акустической волне. Многочисленные экспериментальные результаты [3] показывают, что процесс массопередачи определяется диффузией, возникающей вследствие наличия разности концентраций между слоем среды, непосредственно прилегающим к поверхности биологического объекта (эмбрион, спермий) и толщей среды. Таким образом, задача состоит в определении скорости микропотока  $\bar{V}_2$  в окрестности биологического объекта на основе построения решения задачи.

## 2. Методика исследований

Рассмотрим случай биологического объекта в виде эллипсоидального сфероида (модель спермия) [2]. Для дальнейших вычислений удобно ввести сфероидальные координаты, связанные с эллипсоидальным сфероидом согласно формулам

$$\begin{aligned} x &= c \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \cos \varphi, \\ y &= c \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)} \sin \varphi, \\ z &= c \xi \eta. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ , а и b - соответственно, большая и малая полуоси сфероида. Координаты  $\xi, \eta, \varphi$  изменяются в интервалах

$$\xi \in [1, \infty], \quad \eta \in [-1, 1], \quad \varphi \in [-\pi, \pi].$$

Уравнение граничной поверхности биологического объекта в сфероидальных координатах (1) имеет следующий вид

$$\xi = \xi_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}. \quad (2)$$

Поскольку микропотоки реализуются в малой окрестности биологического объекта и касательные составляющие скорости микропотока равны нулю на его поверхности, то естественно предположить равенство нулю этих компонент и в малой окрестности биологического объекта. Следовательно, будем считать, что скорость микропотока  $\bar{V}_2$  направлена по нормали к поверхности биологического объекта

$$\bar{V}_2 = V_{\xi_2} \bar{e}_{\xi}. \quad (3)$$

Кроме того, можно пренебречь зависимостью от азимутальной координаты  $\varphi \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0 \right)$ . Так как биологический объект симметричен относительно большой и малой осей, имеем

$$\text{div } \bar{V}_2 = \frac{1}{c(\xi^2 - \eta^2)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \bar{V}_{\xi_2} \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)} \right), \quad (4)$$

$$\text{rot } \bar{V}_2 = - \frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{c(\xi^2 - \eta^2)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( V_{\xi_2} \sqrt{\xi^2 - \eta^2} \right) \bar{e}_{\varphi}. \quad (5)$$

После ряда преобразований получим уравнение для определения скорости микропотока  $\bar{V}_2 = \bar{V}_{\xi_2} \bar{e}_{\xi}$

$$\begin{aligned} V_{\xi_1} = \frac{A B e^{-\alpha c \xi}}{2 c^2 \rho_0 \xi} \left[ \cos(k_0 c \xi - \omega t) \left( \frac{1}{\xi} + \alpha c \right) + k_0 c \sin(k_0 c \xi - \omega t) \right] \times \\ \times \sqrt{\frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 - \eta^2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Определим теперь изменение (плотности)  $\rho_1$ .

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = - \frac{\rho_0}{c(\xi^2 - \eta^2)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( V_{\xi_1} \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)} \right). \quad (7)$$

После ряда преобразований, ограничиваясь членами порядка  $\xi^{-2}$ , и, интегрируя по времени, получаем

$$\rho_1 = \frac{A B c e^{-\alpha c \xi}}{2 \omega (\xi^2 - \eta^2)} \left[ (k_0^2 - \alpha^2) \sin(\xi c k_0 - \omega t) + 2 \alpha k_0 \cos(k_0 c \xi - \omega t) \right]. \quad (8)$$

Теперь необходимо определить величину  $\overline{\rho_1 V_{\xi_1}}$  - среднее значение за период колебаний возбуждающей акустической волны.

$$\begin{aligned} \bar{V}_{\xi_2} \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)} = - \frac{A^2 B^2 e^{-2\alpha c \xi} k_0 (k_0^2 + \alpha^2)}{8 \rho_0^2 \omega c^2 (\xi^2 - \eta^2)} \times \\ \times \sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)} + D_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $D_2$  - произвольная величина, не зависящая от переменной  $\xi$ .

Таким образом, имеем следующее выражение для нормальной компоненты скорости микропотока

$$\bar{V}_{\xi_1} = - \frac{A^2 B^2 e^{-2\alpha c \xi} k_0 (k_0^2 + \alpha^2)}{8 \rho_0^2 \omega c^2 (\xi^2 - \eta^2)} + \frac{D_2}{\sqrt{(\xi^2 - \eta^2)(\xi^2 - 1)}}. \quad (10)$$

Проведя вычисления получаем окончательное выражения для скорости микропотока в окрестности поверхности биологического объекта, где величина  $D_1$  задается по формуле

$$\begin{aligned} D_1 = \sqrt{(\xi_0^2 - \eta^2)(\xi_0^2 - 1)} \frac{A B e^{-\alpha c \xi_0}}{2 \rho_0 c^2} \left[ \frac{1}{\xi_0} \left( \frac{1}{\xi_0} + \alpha c \right) + \right. \\ \left. + \frac{A B e^{-\alpha c \xi_0} k_0 (k_0^2 + \alpha^2)}{4 \omega (\xi_0^2 - \eta^2) \rho_0} \right]. \end{aligned}$$

Прежде всего заметим, что средние скорости микропотока принимают максимальное значение на по-

верхности биологического объекта (спермий, эмбрион), поэтому основное выражение для определения средней скорости микропотоков окончательно имеет вид

$$\bar{V}_s = \frac{1}{\pi f R} \sqrt{\frac{P c_0}{2 S_s \rho_0}} \tag{11}$$

Получаем выражение для скорости микропотока для среднего значения скорости микропотока в случае биологического объекта – спермия,

$$\bar{V}_c = \frac{\sqrt{\frac{P c_0}{2 S_c \rho_0}}}{\pi f a \left( 1 + \frac{1}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}} \ln \frac{b}{a \left( 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \right)} \right)} \tag{12}$$

где *a* и *b* - соответственно большая и малая полуоси эллипсоидального сфероида, моделирующего спермий, *S<sub>c</sub>* - площадь поверхности спермия.

На основе полученных выражений (11) и (12) для скоростей микропотока, были проведены численные расчеты. Исследовались зависимости скорости микропотоков от величины звуковой мощности возбуждающей акустической волны и ее частоты. Звуковая мощность изменялась в пределах *P* = 1 ÷ 5 мквт, а частота в пределах *f* = 10 ÷ 50 кГц. Результаты

расчетов скоростей микропотоков для эмбриона в зависимости от величины звуковой мощности при различных значениях частоты возбуждающей звуковой волны показал следующее. При фиксированной частоте акустической волны скорость микропотока монотонно возрастает с увеличением звуковой мощности.

Максимальная скорость микропотока как эмбриона так и спермия достигается при мощности *P* = 5 мквт и частоте *f* = 10 кГц. При фиксированной звуковой мощности с увеличением частоты скорость микропотока уменьшается. Причем минимальное значение скорости микропотока достигается при частоте *f* = 50 кГц и мощности *P* = 1 мквт и составляет для спермия  $\bar{V}_c = 48.84 \frac{M}{c}$ , а для эмбриона  $\bar{V}_s = 0,3 \frac{M}{c}$ .

---

### 3. Выводы

---

Получены расчетные формулы для средней по времени скорости микропотока у поверхности биологического объекта, находящегося в крио – консервирующей среде. Установлено, что средняя скорость микропотока изменяется только вдоль нормали к поверхности биологического объекта и принимает максимальное значение на его поверхности. Эти результаты являются основой для моделирования процесса массопереноса частиц крио – консервирующей среды к поверхности биологических объектов при наличии акустических колебаний.

---

### Литература

1. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике [Текст] / Л. Бергман – М.: ИЛ, 1956. – 726 с.
2. Кунденко Н.П. Математическое моделирование процесса воздействия акустического поля на криоконсервирующую среду с биологическим объектом [Текст] / Н.П. Кунденко. // Вісник ХНТУСГ ім. П. Ваиленка. Технічні науки. -2011. Вип. 117. – С 140-142.
3. Физика и техника мощного ультразвука. Физические основы ультразвуковой технологии. Под редакцией проф. Л.Д. Розенберга. – М.: Наука, 1970. – 687 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. [Текст] / Г. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.