Розглянуто спосіб вибору системи координат для пристрою, приведені розрахунки стійкості робочого органу пристрою, визначення кінетичної енергії та узагальнених сил, що діють на нього

Ключові слова: вісі Резаля, рівняння Лагранжа, узагальнюючі сили

Рассмотрен способ выбора системы координат для устройства, приведены расчеты стойкости рабочего органа устройства, определения кинетической энергии и обобщенных сил, которые действуют на него

Ключевые слова: оси Резаля, уравнение Лагранжа, обобщенные силы

The method of the device co-ordinates choice is considered, the calculations of the device tip stability, determinations of the kinetic energy and generalized forces acting on device are given

Keywords: Rezale's axes, Lagrange's equation, generalized forces

УДК 621.946.9.12

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РУХУ РОБОЧОГО ОРГАНУ ПРИСТРОЮ

О.Л. Кондратюк
Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел.: (057) 733-78-26
E-mail: Kondr20071@i.ua
А.О. Скоркін
Аспірант, асистент*
*Кафедра металоріжучого обладнання і транспортних систем**
О.О. Литвинова
Кафедра інтегрованих технологій в машинобудуванні**
**Українська інженерно-педагогічна академія
вул. Університетська, 16, м. Харків, Україна, 61003

1. Вступ

При роботі пристрою лінія різу круга може брати участь в двох незалежних рухах:

— обертальний рух від приводу (електродвигуна);

— переміщення робочого органу у зборі по деякій траєкторії, що називається рухом просеції.

В результаті їх складання, положення лінії різу в інерціальному просторі мінятиметься, вона описуватиме певну результуючу траєкторію. Для зручності дослідження руху систем координат, пов'язаних певним чином з пристроєм.

2. Вибір систем координат

Стосовно даного пристрою вводимо наступні системи координат:

— $Ox_1y_1z_1$ – система координат, пов'язана з точкою O і що є нерухомою в інерціальному просторі;

— Oxyz – система координат, пов'язана безпосередньо з працюючим органом; вісь Oz цієї системи проходить через вісь обертання кругу;

— $Ox_2y_2z_2$ – допоміжна система, що характеризується наступним: вісь Ox_2 є лінією перетину двох координатних площин xOy і xOy, інша її вісь Oz_2 – співпадає з Oz, а третя Oy_2 – складає з іншими праву трійку осей.

Використання трьох систем дозволяє однозначно визначити положення лінії різу кругу за допомогою кутів між системами координат а, р, у.

Кут прецесії а відлічується в площині x_xOy_x від осі Ox_x, кут р (відхилення осі обертання від робочого органу в площині z_2Oz_x від осі Oz_x) і кут власного обертання у в площині x_2Oy_2 від осі Ox_2. Додатні напрями приймаються проти годинникової стрілки.

Осі системи $Ox_2y_2z_2$ називаються осями Резаля. При поворотах прийнятих систем точка перетину O завжди залишається нерухомою.

3. Стійкість робочого органу пристрою (за відсутності сили різання)

При обертанні робочого гіроскопа з однією точкою опори, вісь обертання зберігатиме своє положення відносно базових поверхонь пристрою. З практичних позицій важливо визначити режимні і конструктивні параметри, при яких ця властивість буде проявлятися. При малих частотах обертання (чи зупинці) він взагалі займатиме горизонтальне положення.

До режимних параметрів відноситься частота обертання полірувального круга, до конструктивних – маса круга і маса шпинделя, на якому круг кріпиться. Обидві маси визначають положення центру тяжіння робочого органу, що істотно впливає на стійкість його положення.

Для конструкції, коли центр тяжіння знаходиться вище за опору, отримано рівняння для розрахунку критичного значення частоти обертання диска $\omega_{кр}$ у виді:

$$\omega_{кр} = 2\sqrt{\frac{J_x Ga}{J_x^2}}$$

де J_x – момент інерції мас, що обертаються, відносно осі z;

J_x – момент інерції відносно осі x;

G – вага робочого органу;

а – відстань від точки опори обертання до центру тяжіння. Для зручності розрахунків замінимо двохмасову систему еквівалентною їй одномасовою у вигляді полірувального круга, розміщеного на попередньому місці, а шпиндель вважатимемо невагомим. Круг матиме приведену масу $m_{пр}$.

В якості початкового візьмемо рівність кінетичних енергій приведеної та реальної систем:

$$\frac{J_{z_x}\omega^2}{2}+\frac{J_{z_ш}\omega^2}{2}=\frac{\omega^2}{2}(J_{z_x}+J_{z_ш}),$$

$$J_{z_x}+J_{z_ш}=\frac{m_{пр}R_{кр}^2}{2},\ m_{пр}=\frac{2(J_{z_x}+J_{z_ш})}{R_{кр}^2}$$

Центр тяжіння в приведеній системі знаходиться в центрі кругу, тобто a = h (h - відстань від опори до середини кругу). З урахуванням виконаних перетворень

$$J_{z_{пр}}=\frac{m_{пр}R_{кр}^2}{2}$$

$$J_{x_{пр}}=\frac{m_{пр}}{2}(\frac{1}{3}H^2+R_{кр}^2)+m_{пр}l^2$$

де R - висота круга.

Початкове рівняння для $\omega_{кр}$ представиться у вигляді:

$$\omega_{кр}=2\sqrt{\frac{\left[\frac{m_{пр}}{4}(\frac{1}{3}H^2+R_{кр}^2)+m_{пр}l^2\right]m_{пр}gl}{\left[\frac{m_{пр}R_{кр}^2}{2}\right]^2}}=4\sqrt{\frac{\left[\frac{1}{4}(\frac{1}{3}H^2+R_{кр}^2)+l^2\right]gl}{R_{кр}^4}}$$

Виконаємо розрахунки для конкретних розмірів робочого органу пристрою, призначеного для полірування лопаток середнього типорозміру.

Приймаємо: $R_{кр}=10см$, $l=40см$, $H=2см$, $g=980\,{}^{см}\!/_{с^2}$:

$$\omega_{кр}=4\sqrt{\frac{\left[\frac{1}{4}(\frac{1}{3}\cdot 2^2+10^2)+40^2\right]980\cdot 40}{10^4}}=319.28\,{}^{см}\!/_{с^2}$$

$$n=\frac{\omega_{кр}}{2\pi}=\frac{319.28}{2\pi}=50.8с^{-1}$$

Для забезпечення обертання потрібний електродвигун з $n_{ед}=3048хв^{-1}$. При великих частотах обертання стійкість робочого органу зростає.

4. Математична модель руху лінії різу кругу. Постановка завдання

При експлуатації пристрою практичне значення має рух лінії різу полірувального круга залежно від змінних величин: сил, що виникають при поліруванні, кутовій швидкості робочого органу, а також розмірних характеристик круга і шпинделя. Для встановлення характеру цього руху розглянемо робочий орган, як жорстке тверде тіло, навантажене силами різання, що має можливість, за наявності однієї опори, змінювати своє положення в просторі. З урахуванням прийнятих систем координат положення робочого органу однозначно визначається кутами a, b, у; вони відображають рух допоміжної системи $Ox_2y_2z_2$.

Складемо рівняння Лагранжа другого роду для розглядуваного пристрою:

$$\begin{cases}\frac{d}{dt}\left[\frac{dT}{d\alpha^\bullet}\right]-\frac{dT}{d\alpha}=Q_\alpha\\ \frac{d}{dt}\left[\frac{dT}{d\beta^\bullet}\right]-\frac{dT}{d\beta}=Q_\beta\\ \frac{d}{dt}\left[\frac{dT}{d\gamma^\bullet}\right]-\frac{dT}{d\gamma}=Q_\gamma\end{cases}$$

де Т – кінетична енергія робочого органу, виражена через узагальнені координати a, p, у.

Q_a , Q_b , Q_y – узагальнені сили, що викликають поворот систем координат (а відповідно і робочого органу) на кути a, b, у.

Для розкриття рівнянь стосовно конструкції пристрою знайдемо вирази для T i Q.

5. Визначення кінетичної енергії

Оскільки робочий орган в прийнятих системах при обробці здійснює обертальний рух, то кінетична енергія визначається по рівнянню:

$$T=\frac{1}{2}J\omega^2$$

де J – осьовий момент інерції круга і шпинделя;

ω – абсолютна кутова швидкість обертання шпинделя з кутом.

Шпиндель з кругом, окрім обертання навколо власної осі, може здійснювати обертання навколо осі z2 з кутовою швидкістю α (переносний рух) і обертання навколо осі x (відносний рух).

Абсолютна кутова швидкість ω дорівнює геометричній сумі швидкостей

$$\omega=\alpha^\bullet K+\beta^\bullet i_1+\gamma^\bullet K_2$$

($K,\ i_1$, K_2 – одиничні вектори).

В системі координат $Ox_1y_1z_1$ координати вектора $\alpha^\bullet K(QO_1\alpha^\bullet)$ його проекції на осі, пов’язані зі шпинделем можна розрахувати по формулах:

$$(\alpha^\bullet K)_{x_2}=\alpha^\bullet\sin\gamma\sin\beta\,,$$

$$(\alpha^\bullet K)_{y_2}=\alpha^\bullet\cos\gamma\sin\beta\,,$$

$$(\alpha^\bullet K)_{z_2}=\alpha^\bullet\cos\beta$$

Аналогічно для вектору fii можна записати:

$$(\beta^\bullet i_1)_{z_2}=0$$

$$(\beta^\bullet i_1)_{x_2}=\beta^\bullet\cos\gamma$$

$$(\beta^\bullet i_1)_{y_2}=\beta^\bullet\sin\gamma$$

Кутова швидкість ω по осях координат складе:

$$\omega_{x_2} = \alpha^\bullet \sin\gamma \sin\beta + \beta^\bullet \cos\gamma ,$$

$$\omega_{y_2} = \alpha^\bullet \cos\gamma \sin\beta - \beta^\bullet \sin\gamma ,$$

$$\omega_{z_2} = \alpha^\bullet \cos\beta + \gamma^\bullet$$

Початкове рівняння для підрахунку кінетичної енергії з урахуванням обертання навколо трьох осей має вигляд:

$$T = \frac{1}{2}\left[J_{x_2}(\alpha^\bullet \sin\gamma\sin\beta + \beta^\bullet\cos\gamma)^2 + J_{y_2}(\alpha^\bullet\cos\gamma\sin\beta - \beta^\bullet\sin\gamma)^2 + J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)^2 \right]$$

Оскільки робочий орган пристрою є симетричним тілом обертання, то осьові моменти інерції J_x та J_y рівні, що дозволяє спростити вираз для T. При розкритті виразів в дужках для T отримаємо вираз:

$$T = \frac{1}{2}\left[J_{x_2}(\alpha^\bullet \sin^2\beta + \beta^{\bullet 2}) + J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)^2 \right]$$

Виконаємо обчислення складових для початкових рівнянь Лагранжа

$$\frac{dt}{d\alpha} = 0 , \ \frac{dT}{d\gamma} = 0$$

$$\frac{dT}{d\beta^\bullet} = \frac{1}{2}\left[2J_{x_2}\alpha^{\bullet 2}\sin\beta\cos\beta + 2J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)(-\alpha^\bullet\sin\beta) \right] =$$
$$= J_{x_2}\alpha^{\bullet 2}\sin\beta\cos\beta - J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)\alpha^\bullet\sin\beta =$$
$$= (J_{x_2} - J_{z_2})\alpha^{\bullet 2}\sin\beta\cos\beta - J_{z_2}\gamma^\bullet\alpha^\bullet\sin\beta$$

$$\frac{dT}{d\alpha^\bullet} = \frac{1}{2}\left[2J_{x_2}\alpha^\bullet\sin^2\beta + 2J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)\cos\beta \right] =$$
$$= J_{x_2}\alpha^\bullet\sin^2\beta + J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)\cos\beta$$

$$\frac{dT}{d\beta^\bullet} = \frac{1}{2}\left[2J_{x_2}\beta^\bullet \right] = J_{x_2}\beta^\bullet$$

$$\frac{dT}{d\gamma^\bullet} = \frac{1}{2}2J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet) = J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)$$

Рівняння руху приймають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left[J_{x_2}\alpha^\bullet\sin^2\beta + J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)\cos\beta \right] = Q_\alpha \\ \frac{d}{dt}\left[J_{x_2}\beta^\bullet \right] - (J_{x_2} - J_{z_2})\alpha^{\bullet 2}\sin\beta\cos\beta - J_{z_2}\gamma^\bullet\alpha^\bullet\sin\beta = Q_\beta \\ \frac{d}{dt}\left[J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet) \right] = Q_\gamma \end{cases}$$

6. Визначення узагальнених сил

Для визначення узагальнених сил вичислимо елементарну роботу усіх сил, прикладених до робочого органу пристрою, при його переміщенні по трьох координатах a, b, y. Сили, діючі при роботі пристрою:

P_k – сила різання при поліруванні. Вона спрямована по дотичній до круга убік протилежний напряму його обертання. Виникає при контакті круга із заготівкою,

P_P – радіальна складова зусилля різання. Вона спрямована по нормам до осі обертання круга,

P_O – осьова складова зусиль різання; по напряму співпадає з $S_{прод}$ лопатки,

а – сила ваги робочого органу, спрямована паралельно осі Oz_1.

Коефіцієнти у виразах для елементарної роботи представлятимуть узагальнені сили. Робота при переміщенні шпинделя

$$\delta A_a = M_a \delta_a$$

де M_a – момент сил, що викликають обертання по куту a. У даному випадку M_a складатиметься з крутнього моменту, який рухається електродвигуном, що обертає шпиндель, і моменту для сили

$$M_a = M^l_{oz_2} - M_{P_k} = M^l_{oz_2} - P_k R_{кр}$$

Якщо виразити проекції моменту на осі системи $Ox_2y_2z_2$, то отримаємо:

$$M_a = (M^l_x \sin\gamma + M^l_y \cos\gamma)\sin\beta + (M^l_z - P_k R_{кр})\cos\beta$$

Таким чином

$$Q_a = (M^l_x \sin\gamma + M^l_y \cos\gamma)\sin\beta + (M^l_z - P_k R_{кр})\cos\beta$$

Аналогічно по куту β

$$\delta A_\beta = Q_\beta \delta_\beta = (M^l_{oy_2} - M_{P_P} - M_{P_O} - M_\sigma)\delta\beta$$

де $M^l_{oy_2}$ – момент електродвигуна в системі $Ox_2y_2z_2$, приведений до осі Oy_2;

M_{P_P} – момент від радіальної сили P_P, $M_{P_P} = P_P l$;

M_{P_O} – момент від осьової сили P_O, $M_{P_O} = R_{кр}$;

M_σ –моментвідсиливагиробочогооргану, $M_\sigma = \sigma a \sin\beta$ (a – відстань центру мас робочого органу від осі підшипника).

$$Q_\beta \delta_\beta = (M^l_x \cos\gamma - M^l_y \sin\gamma - P_P l - P_O R_{кр} - \sigma a \sin\beta)\delta\beta$$

$$Q_\beta = M^l_x \cos\gamma - M^l_y \sin\gamma - P_P l - P_O R_{кр} - \sigma a \sin\beta$$

По куту γ:

$$\delta A_\gamma = Q_\gamma \delta_\gamma = M^l_x \delta\gamma - M_{P_k}\delta\gamma = (M^l_x - M_{P_k})\delta\gamma$$

При підстановці узагальнених сил рівняння руху матиме вигляд:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left[J_{x_2}\alpha^\bullet\sin^2\beta + J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet)\cos\beta \right] = \\ = (M^l_x\sin\gamma + M^l_y\cos\gamma)\sin\beta + (M^l_z - P_k R_{кр})\cos\beta \\ \frac{d}{dt}\left[J_{x_2}\beta^\bullet \right] - (J_{x_2} - J_{z_2})\alpha^{\bullet 2}\sin\beta\cos\beta - J_{z_2}\gamma^\bullet\alpha^\bullet\sin\beta = \\ = (M^l_x\cos\gamma - M^l_y\sin\gamma - P_P l - P_O R_{кр} - \sigma a\sin\beta)\sin\beta \\ \frac{d}{dt}\left[J_{z_2}(\alpha^\bullet\cos\beta + \gamma^\bullet) \right] = M^l_z - P_k R_{кр} \end{cases}$$

7. Висновки

Розроблена математична модель дозволяє врахувати усі фактори, що впливають на пристрій при роботі. При експлуатації пристрою практичне значення має рух лінії різу полірувального круга залежно від змінних величин: сил, що виникають при поліруванні, кутовій швидкості робочого органу, а також розмірних характеристик круга і шпинделя. Для встановлення характеру цього руху було розглянуто робочий орган, як жорстке тверде тіло, навантажене силами різання, що має можливість, за наявності однієї опори, змінювати своє положення в просторі. З урахуванням прийнятих систем координат положення робочого органу однозначно визначається кутами a, b, y; вони відображають рух допоміжної системи $Ox_2y_2z_2$.

Література

1. Бауман Н.Я. Технология производства паровых и газовых турбин. [Текст] / Бауман Н.Я., Яковлев М.И., Свечков И.Н. М.: Машиностроение, 1973, 464с.
2. Березкин В.В. Технология турбостроения. [Текст] / Березкин В.В. и др. Л.: Машиностроение, 1980, 720с.
3. Шубенко-Шубин Л. А. Прочность паровых турбин. [Текст] / Шубенко-Шубин Л. А. и др. М.: Машиностроение, 1973, 449с.

УДК 629.7.054

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОЖУХЕ ТРЕХСТЕПЕННОГО АСТАТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА

В.В. Карачун
Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*
В.Н. Мельник
Доктор технических наук, профессор*
*Кафедра биотехники и инженерии
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056
Контактный тел.: (044) 454-94-51
E-mail: karachun 1@gala.net

Аналізуються лінійно-пружні коливання поверхні оболонкової частини внутрішньої рамки тристепеневого астатичного гіроскопа в акустичних полях високого рівня – вище 150 дБ. Вирішується двовимірна задача переходу поверхні підвісу із стану абсолютно твердої в імпедансну

Ключові слова: форми коливань, оболонка, хвиля тиску, площина шпангаута

Анализируются линейно-упругие колебания поверхности оболочечной части внутренней рамки трехстепенного астатического гироскопа в акустических полях высокого уровня – выше 150 дБ. Решается двумерная задача перехода поверхности подвеса из состояния абсолютно твердой в импедансную

Ключевые слова: формы колебаний, оболочка, волна давления, плоскость шпангоута

Linearly-elastic fluctuations of a surface envelope parts of an internal framework of a three-sedate astatic gyroscope in acoustic fields of high level - above 150 дБ are analyzed. The two-dimensional problem of transition from a state of the surface of the suspension is absolutely solid in impedance is solved

Keywords: forms of fluctuations, shell, pressure wave, frame plane

1. Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению упругого взаимодействия механических систем подвеса гироскопа с проникающим акустическим излучением. Такой режим имеет место, например, при старте ракет носителей с поверхности Земли, из шахт, с платформ мобильного базирования.

Генерируемые в поверхности подвеса колебания и волны в своей совокупности могут привести к девиации оси фигуры в пространстве и послужить источником дополнительной погрешности курсоуказания.

2. Анализ состояния проблемы и постановка задачи исследований

Для измерения угла рыскания различного класса летательных аппаратов нашли широкое применение гироскопы направления на базе трехстепенного сво-