

Наведено залежність похибки розв'язання систем диференціальних рівнянь, що описують корозійний процес, від параметрів конструкції і характеристик агресивного середовища. Проаналізовано ступінь і характер впливу кожного з факторів

Ключові слова: кородуючі конструкції, чисельні методи, крок інтегрування

Приведена зависимость погрешности решения систем дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный процесс, от параметров конструкции и характеристик агрессивной среды. Проанализированы степень и характер влияния каждого из факторов

Ключевые слова: корродирующие конструкции, численные методы, шаг интегрирования

It is shown the dependence of the error of solving systems of differential equations describing the corrosion process from the design and characteristics of the aggressive environment. The extent and nature of the influence of each factor is analyzed

Keywords: corroding structures, calculus of approximations, integration step

АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ТОЧНОСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОРРОЗИОННОГО ПРОЦЕССА В ЭЛЕМЕНТАХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А. А. Радуть

Аспирант

Кафедра компьютерных технологий и высшей математики

Украинский государственный химико-технологический университет

пр. Гагарина, 8, г. Днепропетровск, Украина, 49000

Контактный тел.: 050-451-21-30

E-mail: Alex_dp2002@ukr.net

1. Введение

Исследования, о которых идет речь в статье, относятся к области строительной механики. Одним из актуальных вопросов, связанных с расчётом и оптимизацией корродирующих конструкций, является разработка новых более эффективных численных алгоритмов решения задач, при условии получения решения с требуемой точностью. В данной статье рассматривается погрешность численного решения системы дифференциальных уравнений (СДУ), описывающих коррозионный процесс:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = v_0 \cdot \psi[\sigma_i(\delta_i)]; \quad \delta_i|_{t=0} = 0; \quad i = 1, N, \quad (1)$$

где δ_i – глубина коррозионного поражения; v_0 – скорость коррозии при отсутствии напряжений; σ_i – абсолютная величина напряжений; t – время; ψ – некая нелинейная функция напряжений, в общем случае заданная в виде алгоритма (например, метода конечных элементов); N – количество элементов или характерных точек конструкции.

При решении задачи долговечности проблема управления точностью решается относительно просто. Параметры системы, нагрузок и агрессивной среды являются известными, поэтому погрешность решения СДУ будет определяться, в основном, шагом интегрирования. В этом случае, независимо от используемого численного метода, асимптотически

точное решение может быть получено путём решения СДУ при последовательном уменьшении шага интегрирования.

Если размерность задачи метода конечных элементов (МКЭ) невелика, то асимптотически точное решение может быть получено за приемлемое время. Информация о шаге Δt , позволяющем обеспечить заданную точность, в дальнейшем может использоваться при расчёте подобных конструкций.

Ситуация принципиально меняется при вычислении функции ограничений в решении задачи оптимизации. В этом случае погрешность численного решения СДУ (которая решается при вычислении функции ограничений), кроме величины шага интегрирования, будет зависеть еще от нескольких факторов: геометрических размеров элементов, которые варьируются в широком диапазоне; начальных и предельных значений напряжений и параметров агрессивной среды.

При вычислении функции ограничений на каждом шаге поиска оптимального проекта параметры системы будут различными. Априорная информация о влиянии шага интегрирования Δt на погрешность ϵ в этом случае использована быть не может. Это приводит к тому, что погрешность вычисления функции ограничений может изменяться в процессе решения оптимизационной задачи в весьма широком диапазоне.

Теоретически можно устранить эту проблему, приняв значение Δt очень малым, чтобы обеспечить

приемлемую точность для всех возможных вариантов конструкции. Как показано в [1], это приводит в случае большой размерности задачи МКЭ к огромным временным затратам.

В работах [2, 3] предложен выход из данной ситуации, который заключается в создании нейросетевого модуля управления точностью, исполняемого при вычислении функции ограничений, и обеспечивающего получение решения с требуемой точностью. Поэтому, является актуальной проблема выявления всех факторов, влияющих на погрешность численного решения СДУ, анализ характера их влияния с целью обоснования выбора элементов нейросетевого модуля управления точностью.

2. Анализ публикаций

При разных значениях варьируемых параметров погрешность вычисления функций ограничений может изменяться в пределах от 0,3 до 25% [4], что ставит под сомнение как результат решения задачи, так и саму постановку в целом. При этом практически не встречается работ, посвящённых анализу факторов, влияние которых приводит к столь значительному разбросу погрешности. В большинстве известных работ проблема решается путём уменьшения шага интегрирования [5], однако применительно к рассматриваемым задачам, такой путь является неприемлемым по описанным выше причинам. Общие причины роста погрешностей решения СДУ приведены в [6], однако в этой работе даны лишь качественные оценки, отсутствует их количественный анализ.

3. Цель статьи

Путём проведения серии численных экспериментов, выявить все факторы, влияющие на точность вычисления функций ограничений и проанализировать характер их влияния.

4. Материалы и методы

В общем случае график роста напряжений во времени показан на рис. 1.

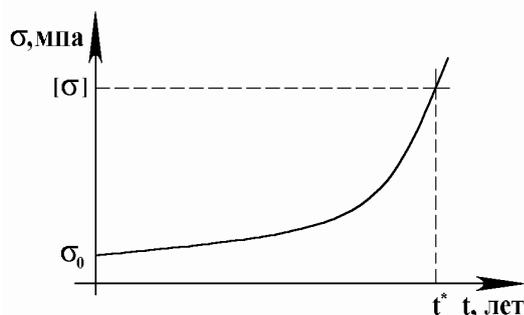


Рис. 1. Зависимость напряжений от времени эксплуатации конструкции

Как видно из рис. 1, наибольший рост напряжений приходится на последний период срока службы конструкции. Для решения дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный процесс, используются преимущественно одношаговые численные методы. Поэтому, погрешность численного решения определяется выбором шага интегрирования, который бы позволил достаточно точно аппроксимировать кривую роста напряжений. Таким образом, значение шага интегрирования, обеспечивающего требуемую точность решения, выбирается исходя из величины производной функции напряжений по времени (угла наклона касательной к графику функции).

Следовательно, для анализа факторов, влияющих на точность численного решения СДУ, достаточно определить характер и степень влияния конструктивных характеристик и параметров среды на крутизну кривой роста напряжений в элементе конструкции. Для этого достаточно использовать аналитическую формулу [6] для долговечности корродирующего стержня произвольного сечения для случая осевого растяжения.

В зависимости от формы поперечного сечения аналитическая формула имеет вид:

$$t^* = t - \frac{2kQ}{v_0 d_1} \left\{ \arctg \frac{2a\delta + b}{d_1} - \arctg \frac{b}{d_1} \right\} \quad (2)$$

Или

$$t^* = t - \frac{2kQ}{v_0 d_2} \ln \left\{ \frac{(2a\delta + b - d_2)(b + d_2)}{(2a\delta + b + d_2)(b - d_2)} \right\} \quad (3)$$

В (3.1) и (3.2) приняты следующие обозначения: $t_0 = \frac{\delta}{v_0}$; $a = s$; $b = -P_0$; $c = F_0 + kQ$; $d_1 = \sqrt{4ac - b^2}$; $d_2 = \sqrt{b^2 - 4ac}$.

Формула (2) реализуется при $4ac - b^2 > 0$, формула (3) в противном случае.

5. Результаты и их обсуждение

Для анализа влияния различных факторов на погрешность численного решения СДУ строились зависимости погрешности от изменения какого-либо одного параметра. При увеличении начальной скорости коррозии происходит увеличение погрешности решения СДУ, эта зависимость показана на рис. (рис. 2).

Увеличение коэффициента влияния напряжений на скорость коррозии также приводит к некоторому увеличению погрешности (рис. 3), хотя и меньшему, по сравнению с начальной скоростью коррозии.

Увеличение же начальной площади сечения, напротив, приводит к резкому снижению погрешности (рис. 4). Это можно объяснить уменьшением интенсивности роста напряжений во времени, которое вызвано распределением усилий на большую площадь.

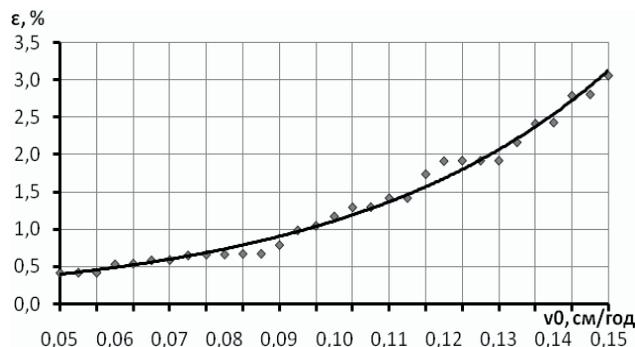


Рис. 2. Зависимость погрешности решения СДУ от начальной скорости коррозии

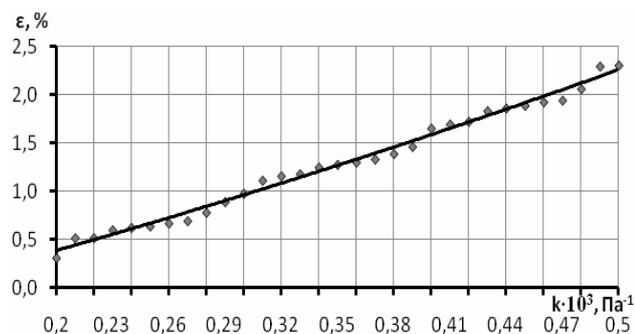


Рис. 3. Зависимость погрешности решения СДУ от коэффициента влияния напряжений

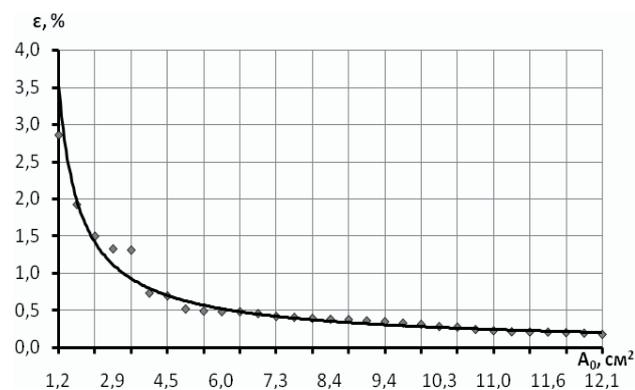


Рис. 4. Зависимость погрешности решения СДУ от начальной площади сечения

Хорошо известно, что периметр сечения существенно влияет на динамику изменения напряжений в сечении конструкции, подверженной коррозионному износу. Это подтверждают и результаты численного эксперимента (рис. 5), наблюдается практически линейная зависимость погрешности решения СДУ от периметра сечения.

Далее было рассмотрено влияние начальных напряжений на точность решения СДУ. Установлено, что увеличение начальных напряжений приводит к увеличению погрешности (рис. 6). Это можно объяснить увеличением скорости роста напряжений.

Чем выше допустимые напряжения (при прочих равных условиях), тем меньше погрешность численного решения СДУ (рис. 7).

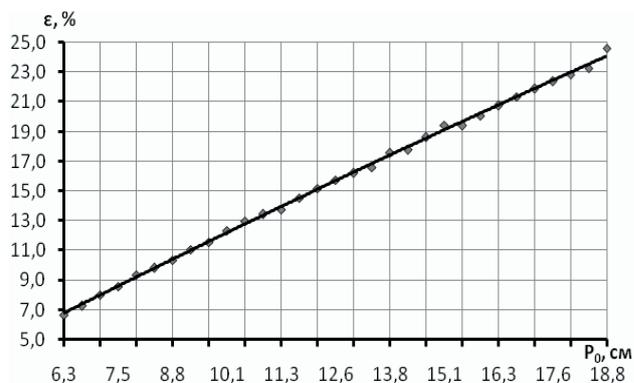


Рис. 5. Зависимость погрешности решения СДУ от начального периметра сечения

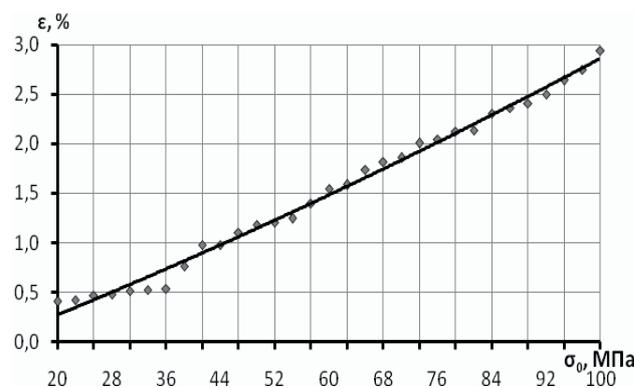


Рис. 6. Зависимость погрешности решения СДУ от начальных напряжений

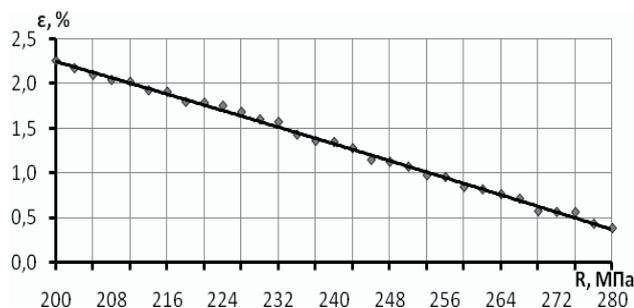


Рис. 7. Зависимость погрешности решения СДУ от расчётного сопротивления

Из анализа приведенных выше факторов был сделан обоснованный выбор параметров конструкции и агрессивной среды, существенно влияющих на точность численного решения СДУ. Анализируя приведенные выше зависимости можно сделать вывод о том, что они представляют собой непрерывные в исследуемых пределах функции. Поскольку зависимость точности решения СДУ от приведенных выше факторов носит разнонаправленный характер, представить её в виде какой-либо формулы весьма сложно. В то же время, автору представляется очевидным, что точностью решения СДУ можно управлять при помощи такого параметра численного интегрирования СДУ, как величина шага интегрирования.

6. Выводы

Проведен анализ проблем, возникающих при расчёте корродирующих конструкций с помощью известных методов, исследованы источники погрешностей при решении СДУ. Показано, что использовавшиеся ранее численные методы решения СДУ применительно к данным задачам недостаточно эффективны и не всегда устойчивы на всем диапазоне варьируемых параметров. С помощью аналитической формулы и численных эксперимен-

тов определены факторы, влияющие на выбор шага интегрирования. Проведен анализ полученных данных и сделаны рекомендации по рациональному выбору шага интегрирования.

Приведенные факторы, влияющие на точность решения СДУ, являются параметрами конструкции и агрессивной среды, причём некоторые из них изменяются в процессе решения оптимизационной задачи. В этом случае единственным параметром, с помощью которого можно управлять точностью решения, является шаг интегрирования СДУ.

Литература

1. Зеленцов, Д.Г. Решение задачи долговечности корродирующих конструкций при ограничении на допустимую погрешность / Д.Г. Зеленцов, А.А. Радуль // Металлические конструкции. – 2011. – Том 17, № 1. – С.25-32.
2. Радуль, А.А. Применение нейросетевых моделей при расчете корродирующих конструкций / Радуль А.А., Зеленцов Д.Г. // Сборник тезисов докладов международной конференции «Современные проблемы математики и её приложения в естественных науках и информационных технологиях», г. Харьков, 17-22 апреля 2011 г. – Х.:Вировец А.П. «Апостроф», 2011. – С.236-237.
3. Радуль, А.А. Нейроконтроллер точности решения систем дифференциальных уравнений, описывающих коррозионный процесс / Радуль А.А. // Сборник тезисов докладов IX международной научно-практической конференции «Математическое и программное обеспечение интеллектуальных систем», г. Днепропетровск, 23-25 ноября 2011 г. – Д.: Типография ДГУ, 2011. – С.232-233.
4. Зеленцов, Д.Г. Модели и методы снижения металлоёмкости стержневых конструкций, функционирующих в агрессивных средах / Д.Г. Зеленцов, Н.А. Солодка // Системні технології. [Регіональний міжвузівський збірник наукових праць]. – 2000. – Вип. 2 (10). – С. 90–96.
5. Науменко, Н.Ю. Полуаналитический алгоритм решения задачи долговечности корродирующих плосконапряженных пластин / Науменко Н.Ю. // Тезисы докладов коллоквиума «Расчёт и проектирование пространственных большепролетных конструкций». – Скадовск, 2007. – С. 106-107.
6. Зеленцов, Д.Г. Расчёт конструкций с изменяющейся геометрией в агрессивных средах. Стержневые системы / Д.Г. Зеленцов. – Днепропетровск: УГХТУ, 2002. – 168 с.