

УДК 629.735.083.02.06(045)

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ НА ПЛАСТИНЕ

**Ю. М. Терещенко**

Доктор технических наук, профессор\*  
Контактный тел.: (044) 406-75-93

**И. А. Ластивка**

Кандидат технических наук, заведующий кафедрой  
Кафедра высшей математики\*\*  
Контактный тел.: (044) 406-78-34, 067-503-67-56

**Е. В. Дорошенко**

Кандидат технических наук, ассистент\*  
Контактный тел.: 068-351-30-39

\*Кафедра авиационных двигателей\*\*

\*\*Национальный авиационный университет  
пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, 03680

*У роботі представлено результати моделювання течії на пластині з метою розрахунку товщини прикордонного шару з подальшим порівнянням результатів чисельного дослідження з результатами фізичного експерименту і теоретичним розв'язком*

*Ключові слова: моделювання течії, примежовий шар, пластина*

*В работе представлены результаты моделирования течения на пластине с целью расчета толщины пограничного слоя с последующим сравнением результатов численного исследования с результатами физического эксперимента и теоретического решения*

*Ключевые слова: моделирование течения, пограничный слой, пластина*

*Simulation results of flow on the plate in order to calculate the boundary layer thickness are presented in the work. Comparison results of numerical and physical experiments and theoretical solution are given*

*Key words: flow simulation, boundary layer, the plate*

## 1. Вступлення

Одним из путей исследования внутренней аэродинамики авиационных двигателей является использование численного эксперимента.

Численный эксперимент в настоящее время – это один из эффективных путей теоретического исследования. Он базируется на использовании математических моделей реальных процессов. Численный эксперимент дешевле натурального, в него можно легко и безопасно вмешиваться, его можно повторять и прерывать в любой момент. Численный эксперимент служит мостом между натурным экспериментом и теоретическими моделями.

Решение задач совершенствования внутренней аэродинамики проточной части двигателя включает в себя несколько этапов, одним из которых является корректное моделирование пограничного слоя.

Целью данной работы является выполнение расчетного исследования пограничного слоя на пластине с помощью численного эксперимента и сравнение результатов расчетного исследования с результатами физического эксперимента и теоретического решения.

## 2. Решение задачи и анализ результатов

Рассмотрим продольное течение вдоль плоской поверхности безграничного тела потоком жидкости. Температура и скорость набегающего потока постоянны. При соприкосновении частиц жидкости с поверхностью тела они «прилипают» к ней. В результате в области около пластины вследствие действия

сил вязкости образуется тонкий слой заторможенной жидкости, в пределах которой скорость изменяется от 0 на поверхности тела до скорости невозмущенного потока вдали от тела. Этот слой заторможенной жидкости получил название гидродинамического или просто динамического пограничного слоя.

Чем больше расстояние  $x$  от передней кромки пластины, тем толще пограничный слой, так как влияние вязкости по мере движения жидкости вдоль тела дальше проникает в невозмущенный поток.

Для течения жидкости внутри пограничного слоя справедливо условие  $\partial u/\partial y \neq 0$ ; вне пограничного слоя и на его внешней границе:  $\partial u/\partial y = 0$ .

Понятие «толщина пограничного слоя» и «внешняя граница пограничного слоя» довольно условны, так как резкого перехода от пограничного слоя к течению вне слоя нет. Значение скорости в пограничном слое по мере увеличения координаты  $y$  асимптотически стремится к значению скорости в ядре потока.

Оценим толщину пограничного слоя  $\delta$ . Для ламинарного течения толщина пограничного слоя равна [1,2]

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\nu \cdot l}{U}}, \quad (1)$$

где  $\nu$  - кинематическая вязкость,  $l$  - длина пластины,  $U$  - скорость в ядре потока (вне пограничного слоя).

Если толщину пограничного слоя  $\delta$  разделим на длину пластины  $l$ , то получим безразмерную толщину пограничного слоя, которая может определяться по формуле [1,2]

$$\frac{\delta}{l} = \frac{5}{\sqrt{Re_1}}, \quad (2)$$

где  $Re_1$  - число Рейнольдса, составленное для длины пластины и равное  $Re_1 = U \cdot l / \nu$ .

Из соотношения (1) следует, что толщина пограничного слоя  $\delta$  пропорциональна  $\sqrt{\nu}$ , и  $\sqrt{l}$ . Заменим длину  $l$  переменным расстоянием  $x$  от переднего края пластины. Тогда мы увидим, что толщина пограничного слоя  $\delta$  возрастает пропорционально  $\sqrt{x}$ .

С другой стороны, из равенства (2) следует, что относительная толщина пограничного слоя  $\frac{\delta}{l}$  уменьшается при увеличении числа Рейнольдса  $Re_1$  пропорционально величине  $1/\sqrt{Re_1}$  и, следовательно, при переходе к жидкости, лишенной трения, т.е. при переходе к  $Re_1 \rightarrow \infty$ , пограничный слой исчезает.

Так как переход от скорости пограничного слоя к скорости внешнего течения совершается асимптотически, то определение толщины пограничного слоя в известной степени произвольно. Однако для практических целей эта произвольность не играет роли, так как скорость в пограничном слое достигает скорости внешнего течения уже на весьма малом расстоянии от стенки.

Под толщиной пограничного слоя  $\delta$  подразумевается такое расстояние от стенки, на котором скорость в пограничном слое отличается от скорости в ядре потока на 1%.

Наряду с толщиной пограничного слоя часто используется понятие толщина вытеснения  $\delta^*$ .

Эта толщина определяется посредством соотношения

$$U \cdot \delta^* = \int_{y=0}^{\infty} (U - u) dy.$$

В турбулентном потоке пограничный слой в общем случае, вследствие большей потери энергии, толще, чем в ламинарном потоке. При продольном обтекании гладкой плоской пластины толщина пограничного слоя увеличивается вниз по течению пропорционально  $x^{0.8}$ , где  $x$  - есть расстояние от передней кромки пластины. При турбулентном обтекании пластины толщина пограничного слоя определяется формулой [1]

$$\frac{\delta}{l} = 0.37(Re_1)^{-1/5}.$$

В данной работе, как уже упоминалось выше, ставится задача сравнения результатов численного и физического эксперимента, а также аналитического решения.

В качестве объекта исследования выбрано течение вдоль пластины длиной 50см. Расчет течения газа выполнялся путем численного решения осредненных уравнений Навье – Стокса (уравнения Рейнольдса). Для замыкания уравнений использовалась модель турбулентной вязкости SST Ментера [3].

В ходе численного эксперимента число  $Re_1$  изменялось в пределах  $Re_1 = 1.82 \cdot 10^5 \div 7.28 \cdot 10^5$ . Ре-

зультаты численного эксперимента приведены на графике (рис. 1), где они сравниваются с теоретическим решением и данными физического эксперимента [1].

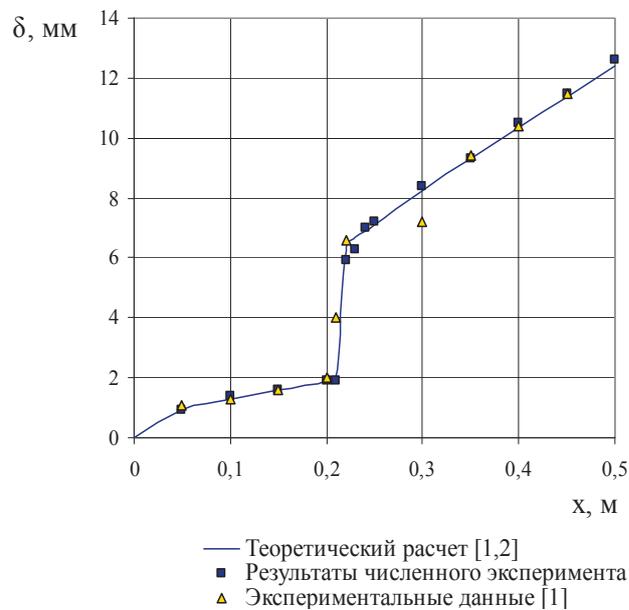


Рис. 1. Зависимость толщины пограничного слоя от координаты  $x$  вдоль пластины, обтекаемой в продольном направлении

При течении вдоль пластины пограничный слой вблизи ее передней кромки остается ламинарным и только на некотором расстоянии  $x_{кр}$  от переднего края становится турбулентным. Расстояние  $x_{кр}$  определяется критическим числом Рейнольдса  $Re_{кр} = \left( \frac{U \cdot x}{\nu} \right)_{кр} = 3,2 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6$ . Анализ рис. 1 показывает, что результаты численного и физического эксперимента имеют хорошую сходимость. При моделировании течения с небольшой погрешностью получена точка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

На рис. 2 для примера дан фрагмент картины образования пограничного слоя на пластине при  $Re_1 = 7.28 \cdot 10^5$ .



Рис. 2. Фрагмент картины образования пограничного слоя на пластине

### 3. Вывод

Сопоставление результатов численного исследования с результатами экспериментальных данных [1] и

теоретического расчета свидетельствуют о достаточно хорошей сходимости, что говорит о возможности использования данного метода расчета для дальнейших исследований.

#### Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г.Шлихтинг – М.: «Наука», 1969. – 742с.
2. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой / Л.Г. Лойцянский – М.: Наука, 1962. – 478с.
3. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications// AIAA J.- 1994. - 32, №11. - P.1299-1310.

*Наведені основні поняття, основи фізичних явищ в замкнутих осесиметричних течіях, а також результати теоретичних та експериментальних досліджень поведінки в'язкої нестисненої рідини у сферичних резервуарах. Проводиться аналіз актуальних швидкостей течій і сил, що діють в течіях*

*Ключові слова: осесиметричні течії, циркуляційні структури, швидкості рідини*

*Приведены основные понятия, основы физических явлений в замкнутых осесимметричных течениях, результаты теоретических и экспериментальных исследований поведения вязкой несжимаемой жидкости в сферических сосудах. Проводится анализ актуальных скоростей течений и действующих в течениях сил*

*Ключевые слова: осесимметричные течения, циркуляционные структуры, скорости течения*

*The concepts, the basis of the physical phenomena in axisymmetrical flows and results of theoretical and experimental researches of viscid incompressible fluid, are resulted in the spherical tanks. The analysis of actual flow velocities and forces which acts in flows are presented*

*Keywords: axisymmetric flows, circulation structures, flow velocities*

УДК 532.53

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНЕРЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

**О.М. Яхно**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой

Кафедра прикладной гидроаэромеханики и механотроники

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056

Контактный тел.: (044) 406-86-44, (050) 351-69-67

E-mail: vaskov@ukr.net

**В.Д. Акиншин**

Доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник

Академия пожарной безопасности имени Героев Чернобыля Министерства по чрезвычайным ситуациям Украины

ул. Оноприенко, 8, г. Черкассы, Украина, 18034  
Контактный тел.: (0472) 55-09-49, 067-316-15-08

### 1. Введение

Интенсивное развитие транспортной техники и объемов перевозок в последние годы обуславливает необходимость исследований динамики объектов, содержащих большие количества жидкости. Например, самолет, автомобильная и железнодорожная цистерны, судно-танкер, а также объекты ракетной и космической техники, являются классическими телами,

содержащими емкости с жидкостью. Как известно, в последнее время участились аварийные ситуации, связанные с подобными телами, содержащими большие количества жидкого продукта, например, разливы нефти при катастрофах танкеров у берегов некоторых государств, утечки жидкого фосфора при опрокидывании железнодорожных цистерн и другие. Возникающие при этом чрезвычайные ситуации, сопровождающиеся, как правило, воспламенением вытекших из