

- barriers and differentiations [Text] / Y.-J. Zheng, H.-F. Ling, J.-Y. Xue // Computers & Operations Research. – 2014. – Vol. 50. – P. 115–127. doi: 10.1016/j.cor.2014.04.013
8. Lutsenko, I. Identification of target system operations. 1. Determination of the time of the actual completion of the target operation [Text] / I. Lutsenko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2014. – Vol. 6, Issue 2 (72). – P. 42–47. doi: 10.15587/1729-4061.2014.28040
9. Lutsenko, I. A. Samples [Electronic resource] / I. A. Lutsenko. – Krivoy Rog, 2014. – Available at: <http://uk.effli.info/index.php/samples>
10. Lutsenko, I. Systems engineering of optimal control I. Synthesis of the structure of the technological product conversion system (part1) [Text] / I. Lutsenko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2014. – Vol. 6, Issue 2 (72). – P. 28–37. doi: 10.15587/1729-4061.2014.28724

*На основі теорії реологічних переходів виконані дослідження технологічних процесів. Показано, що такі процеси можна описати інтегральними імпульсними дельта-функціями Дірака. Приведені аналітичні рівняння, за якими можна розраховувати екстремалі технологічного процесу. Це дозволяє забезпечити максимальну ефективність технологічного процесу при мінімумі енергетичних та матеріальних затрат*

*Ключові слова: технологія, контроль, управління, перенесення, реологія, перехід, дифузія, конвекція, екстремум, оптимізація*

*На основе теории реологических переходов выполнены исследования технологических процессов. Показано, что такие процессы можно описать интегральными импульсными дельта-функциями Дирака. Приведены аналитические уравнения, по которым можно рассчитывать экстремали технологического процесса. Это позволяет обеспечить максимальную эффективность технологического процесса при минимуме энергетических и материальных затрат*

*Ключевые слова: технология, контроль, управление, перенос, реология, переход, диффузия, конвекция, экстремум, оптимизация*

УДК 66.012-52:661  
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.36653

## ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТО-ПАРАМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ КОНТРОЛЮ ТА УПРАВЛІННЯ МЕТОДОМ ТРИМІРНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ФУНКЦІОНАЛУ

**Й. І. Стенцель**

Доктор технічних наук,  
професор, завідувач кафедри\*  
E-mail: stencel@sti.lg.ua

**О. І. Проказа**

Кандидат технічних наук, доцент\*  
E-mail: kafKISU.Elena@gmail.com

**К. А. Літвінов**

Аспірант\*  
E-mail: LitvinovK@yandex.ru

\*Кафедра комп'ютерно-інтегрованих систем управління Східноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля пр. Радянський 59-а, м. Сєвєродонецьк, Україна, 93400

### 1. Вступ

Технологічні процеси (ТП) хімічних, нафтохімічних, нафтопереробних, теплоенергетичних, фармацевтичних, харчових та інших виробництв відносяться до складних взаємопов'язаних багатопараметричних об'єктів контролю та управління з багатьма вхідними, вихідними та впливовими параметрами. Як правило, такі об'єкти описуються нелінійними диференціальними рівняннями перенесення енергії, маси та кількості руху. У зв'язку з тим, що методів розв'язку

нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь практично немає, то їх спрощують, приводять до звичайних диференціальних рівнянь, нехтують багатьма фізичними параметрами у деякому діапазоні роботи об'єкта і використовують принцип автономності для основних каналів контролю та управління. При описанні багатопараметричних технологічних об'єктів контролю та управління (ТОКУ), як правило, виходять з рівнянь матеріальних і теплових балансів [1], котрі в подальшому обмежуються тільки їх лінійними складовими. Так як такий метод математичного описання ТОКУ

є недосконалим, то використовують різні принципи оптимізації на основі відповідних критеріїв (наприклад, Лагранжа, Ейлера, Понтрягіна тощо), котрі дозволяють у деякій мірі компенсувати ці прогалини. Особливо задача ускладнюється при використанні комп'ютерно-інтегрованих систем контролю та управління (КІСКУ), побудованих на основі різних додатків системи SCADA, в яких основною складовою є прикладне програмне забезпечення як для обробки інформації вимірювального контролю (ВК), так і для розрахунку відповідних управляючих дій, а також оптимізації ТОКУ.

## 2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Як видно з літературних джерел [2–4], а також досліджень явищ перенесення імпульсу маси, енергії та кількості руху нелінійність більшості технологічних процесів обумовлена процесом перетворення, який відбувається при переході маси, енергії чи кількості руху від їх джерела в зону реологічного переходу. У такій зоні проходять процеси перенесення маси (наприклад, абсорбції) енергії (наприклад, нагрівання), процеси тепло- і масоперенесення (наприклад, упарювання, ректифікація), хімічних перетворень тощо. Такі процеси описуються рівняннями теплоперенесення Фур'є, і масоперенесення Фіка. В основному описуються дифузійні процеси перенесення, як найбільш прості, коли швидкістю перенесення можна знехтувати. Як правило, при дослідженні таких процесів явищ перенесення не враховувався той факт, що одночасно з процесом того чи іншого явища перенесення відбувається вихід нового явища (маси, енергії, кількості руху) з цієї зони, створюючи відповідний його стік. Намагання врахувати процеси стоку в описанні явищ перенесення наштовхувалися на значні труднощі [5–7]. По-перше, процеси стоку намагалися об'єднати з процесами, котрі проходять в зоні реологічних перетворень, що призводило до появи неіснуючих процесів у цій зоні, а відповідно, до неможливості їх фізичного обґрунтування. По-друге, рішення таких задач явищ перенесення призводило до парадоксу, згідно з яким швидкість процесу перенесення ставала безмежною, що вступає в протиріччя законам фізики. По-третє, при розв'язку рівнянь перенесення імпульсу енергії (маси) приймалося, що потужність цих джерел є необмеженою, що призводить до парадоксу безмежної швидкості перенесення речовини (енергії) на границі переходу від джерела до зони реологічного перетворення. Деякі вчені [8, 9] намагалися ввести поняття так званого конвекційного виходу новоствореної в реологічній зоні енергії чи маси, що формально давало можливість відійти від поняття «парадоксу» у процесах явищ перенесення. Але вони наштовхувалися на складності аналітичного розв'язку отриманих диференціальних рівнянь. Використання чисельних методів розв'язку таких рівнянь, по-перше, не дозволяло отримувати достатньо точних результатів, а по-друге, на основі цих результатів неможливо оптимізувати технологічний процес. Таким чином, можна стверджувати, що кожний технологічний процес формально складається з джерела з реальною масою чи енергією, зони реологіч-

ного перетворення, у котрій уведена від джерела маса (енергія) перетворюється в інші види маси (енергії), і виходу цього перетворення із цієї зони (стоку). Так як процес перетворення в зоні реологічного переходу проходить за координатами  $x, y, z$  на протязі часу  $\theta$ , то стік продукту перетворення – на протязі часу  $t$ . З метою забезпечення ефективності технологічного процесу між цими параметрами повинно зберігатися відповідне оптимальне співвідношення. Таким чином, проблемою такого багатопараметричного технологічного процесу є розробка та дослідження методу оптимізації ТОКУ.

## 3. Мета і задачі дослідження

Мета дослідження полягає в обґрунтуванні та розробці інтегрального функціоналу для розв'язання тримірної оптимізаційної задачі, яка базується на критерії оптимальності Лагранжа, Понтрягіна та Ейлера. Системи вимірювального контролю (СВК) є основними складовими кожної КІСКУ, за результатами яких визначається значення технологічних параметрів, їх відхилення від заданих нормованих величин, точність спрацювання протипаварійних систем захисту, систем автоматичного регулювання, розрахункових технологічних параметрів тощо. Усі КІСКУ направлені на досягнення єдиної мети – максимальної ефективності виробництва (максимальної продуктивності та якості виготовленої продукції при мінімальних затратах матеріальних та енергетичних потоків). За інформацією СВК визначають значення технологічних параметрів, похибки, оцінюють якість готової продукції [10]. Відхилення того чи іншого визначального параметра від його нормованого значення є похибкою контролю та управління. ТОКУ має джерело енергії (маси, кількості руху), зону реологічного переходу та стік його результату (готового продукту з нормованими технологічними параметрами) (рис. 1).

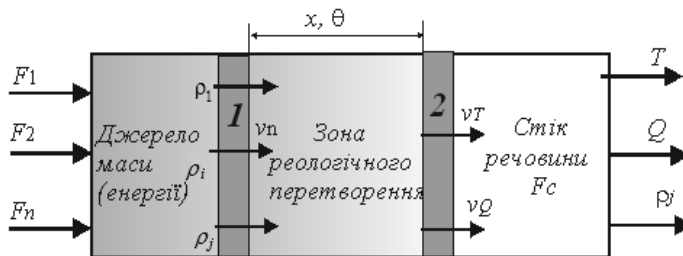


Рис. 1. Фізична модель реологічних переходів технологічного процесу

Вхідні матеріальні та теплові потоки  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , котрі поступають в ТОКУ, створюють відповідне джерело енергії, маси чи кількості руху. За рахунок перенесення імпульсу енергії, маси та кількості руху матеріальний та теплові потоки поступають в зону реологічного переходу, в котрій проходить відповідне їх перетворення (наприклад, випарювання, абсорбція, ректифікація, хімічна реакція, переміщення тощо), утворюючи нові матеріальні, і теплові чи енергетичні потоки.

Виходячи з цього можна сформулювати наступні задачі досліджень:

- розробити фізичну модель реологічного перетворення густини (щільності) того чи іншого потоку в зоні реологічного переходу;
- описати процес явища перенесення густини (щільності) потоку в зону реологічного переходу, перетворення її в цій зоні та вихід новоствореного потоку з цієї зони;
- обґрунтувати принцип тримірного інтегрального функціоналу для оптимізації процесу перетворення густини (щільності) потоку.

**4. Фізична модель реологічного перетворення імпульсу маси речовини**

Джерела маси, тепла чи енергії формуються за рахунок вхідних потоків (ВП)  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , котрі вводяться в ТОКУ. Нехай  $\rho_i$  – густина  $i$ -ого потоку, який зі швидкістю  $v$  уводиться в зону реологічного перетворення (ЗРП) (рис. 1). В останній ВП перетворюються в інші потоки, котрі виводяться зі ЗРП відповідно з швидкостями (тепловий потік  $v_T$ , матеріальний потік  $v_Q$ ) [11, 12].

Потоки стоку (ПС) характеризуються відповідно температурою  $T$ , концентрацією  $Q$  і густиною  $\rho$  чи щільністю. Якщо технологічний процес є реакційним (наприклад, виробництво аміачної селітри за рахунок реакції між неконцентрованою азотною кислотою та газоподібним аміаком), то в зоні реологічного перетворення між ВП проходить хімічна реакція, у результаті якої створюється ПС (наприклад, плав аміачної селітри) зі своїми фізико-хімічними властивостями. Маса та енергія (наприклад, тепла) поступає в ЗРП, яка характеризується об'ємом  $V=Sx$ , де  $S$  – поперечний перетин ЗРП (об'єм технологічного апарата – ректора),  $x$  – її довжина. Час  $\theta$  – визначає швидкість зміни густини вхідного матеріального потоку (ВМП)  $v_n(x, \theta) = \partial \rho_i(x, \theta) / \partial \theta$  за довжиною  $x$  при  $S = const$  і є часом масоперенесення в ЗРП (у технічній літературі іноді цей час називають часом перебування  $\theta_{\pi}$ ). Якщо ВП  $F_1, F_2, \dots, F_n$  характеризуються концентраціями  $Q_1, Q_2, Q_n$ , то в ЗРП вони повинні зменшитися до нуля або до деякого допустимого значення  $Q_d$ , котре задається технологічним регламентом (рис. 2, а). У той же час концентрація  $Q$  матеріального потоку стоку (МПС) змінюється від нуля до деякого максимального значення, котре теж задається регламентом (рис. 2, б). Так як зона реологічного перетворення обумовлена геометричними розмірами (об'ємом) технологічного апарату, то при великій швидкості  $v_n$  ВМП на виході із ЗРП не вся концентрація  $Q_i$  буде перетворена в іншу речовину і у МПС можуть бути значні або залишкові концентрації ВМП, або МПС за витратою буде малим, що свідчить про зменшення продуктивності процесу.

При надто малій швидкості ВП продуктивність технологічного процесу зменшується (рис. 3, а, б). На рис. 3, а крива 1 для концентрації ВП відповідає кривій 1 рис. 3, б ПС. Так як час перебування  $\theta_1$  для концентрації (крива 2, рис. 3, а) є меншим технологічного часу  $\theta_{\pi}$ , то концентрація МПС (крива 2, рис. 3, б) теж є меншою. Відстань, на якій закінчується процес реологічного перетворення,  $x_1 < x$ . Час  $\theta$  на рис. 2, б і рис. 3, б є часом виходу продукту, який із зони реологічного перетворення через реологічний перехід 2 (рис. 1)

переходить у зону стоку речовини, тобто створює МПС з часом стоку  $t$ . Пунктирна крива 3 на рис. 3, б показує зміну концентрації МПС при номінальних умовах.

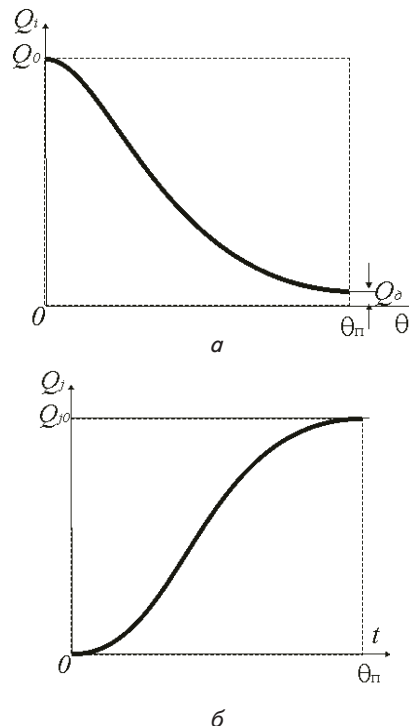


Рис. 2. Графіки незворотних реологічних перетворень: а – для концентрації ВП; б – для концентрації МПС

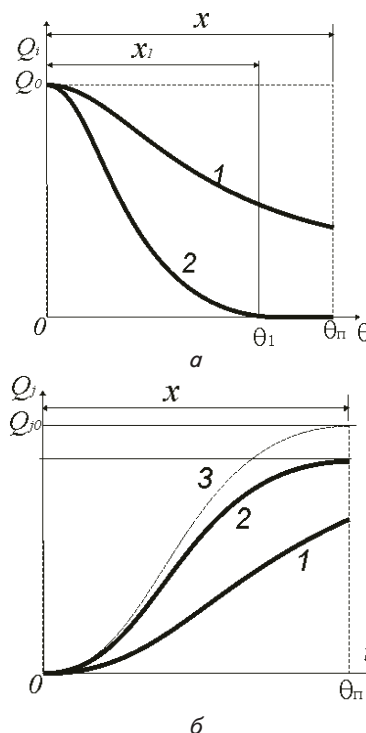


Рис. 3. Графіки незворотних реологічних перетворень при відхиленні часу масоперенесення в технологічному апараті: а – для концентрації ВП; б – для концентрації МПС

Таким чином, тільки в ЗРП час  $\theta$  масоперенесення дорівнює часу стоку, котрий характеризується швидкістю стоку  $v_c = dp_c/dt$ . З вищезазначеного випливає, що в ЗРП одночасно проходять два процеси: зменшення концентрації ВМП і збільшення концентрації МПС за рахунок реологічних перетворень (рис. 4).

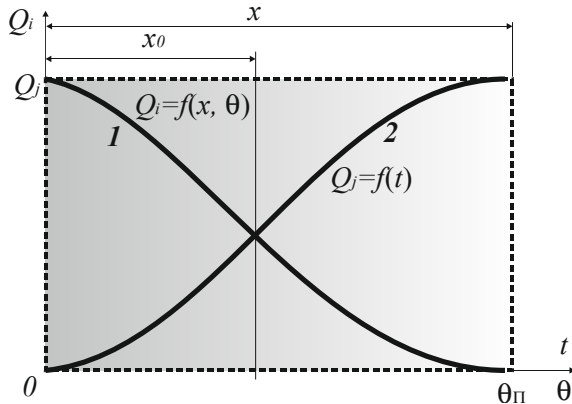


Рис. 4. Інтегральна імпульсна  $\delta$ -функція Дірака

З рис. 3, а, б видно, що зміна вхідних  $Q_i$  і вихідних  $Q_j$  концентрацій формально визначається трьома змінними: концентрацією  $Q_i$  цільових компонентів ВМП, лінійним розміром  $x$  масоперетворення і часом  $t$  МПС. Так як криві  $Q_i = f(x, \theta)$  і  $Q_j = f(t)$  знаходяться в одній площині (при  $\theta = t$ ) або об'ємі (при  $\theta \neq t$ ), то зона, яка обмежена відстанню  $x$ , часом  $\theta$  і  $t$  називається інтегральною імпульсною  $\delta$ -функцією Дірака. З вищеприведеного випливає, що між змінними  $x$ ,  $\theta$  і  $t$  повинні бути такі співвідношення, котрі забезпечують основні показники технологічного процесу – максимальну продуктивність при максимальній концентрації цільового компоненту в МПС.

### 5. Математичні моделі перенесення імпульсу маси

Так як кожний технологічний процес обмежується геометричними розмірами апарату, в якому проходять реологічні переходи і перетворення, а також мають заздалегідь установлені час перебування речовин в цьому апараті, то процеси, котрі протікають в таких умовах, можна розглядати як дельта-функції Дірака [13]. Тоді процес, який показаний на рис. 2, можна описати

таким рівнянням  $Q_i(\theta) = \begin{cases} 1 & \theta = 0, \\ 0 & \theta = \theta_{\pi} \end{cases}$ , а процес, показаний на рис. 2, б, –  $Q_j(t) = \begin{cases} 0 & t = 0, \\ 1 & t = \theta_{\pi} \end{cases}$ . Згідно з теорією

узагальнених функцій похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності  $\delta(\theta) = df(\theta)/d\theta$ , де  $\delta(\theta)$  – дельта-функція Дірака;  $f(\theta)$  – деяка довільна функція, яка описує процес реологічного перетворення в часі  $\theta \leq \theta_{\pi}$ . Якщо  $f(\theta)$  описує процес реологічного перетворення зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною та описується наступним рівнянням:

$$\int_0^{\theta_{\pi}} f(\xi) \delta(\xi - \theta_{\pi}) d\xi = \begin{cases} 0 & t \geq 0, \\ f(\theta_{\pi} + 0) & t \geq \theta_{\pi}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\xi$  – деяка змінна величин  $x, \theta, t$ ;  $\delta(\xi - \theta_{\pi})$  – ядро лінійного інтегрального перетворення.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді:

$$f(\xi) = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta} + D_i \nabla^2 Q_i + v_i \nabla Q_i, \quad (2)$$

де  $D_i$  – ефективний коефіцієнт масоперенесення і-го ВМП.

Якщо процес перенесення маси, який описується рівнянням (2) проходить за напрямком  $x$ , то маємо:

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} = -D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} - v_i \frac{\partial Q_i}{\partial x}. \quad (3)$$

Так як у ЗРП створюється нова концентрація  $Q_j$ , то прийматимемо, що цей процес проходить в часі  $t$  і з моменту  $\theta + 0 = t \geq 0$  починається процес формування МПС. До моменту  $t = \theta_{\pi}$  два процеси (зменшення концентрації  $Q_i$  і збільшення концентрації  $Q_j$ ) проходять паралельно. Так як процес створення нової концентрації  $Q_j$  є накопичувальним, то швидкість її зміни в часі  $t$  можна описати наступними рівняннями:

– для одностадійного процесу створення концентрації  $Q_j$ , коли реологічне перетворення здійснюється без проміжних стадій:

$$\gamma_1(t) = \tau \frac{d^2 Q_j(t)}{dt^2} + \frac{dQ_j(t)}{dt}, \quad (4)$$

де  $\tau$  – стала часу реологічного перетворення;

– для двостадійного реологічного перетворення:

$$\gamma_2(t) = \tau_2^2 \frac{d^3 Q_j(t)}{dt^3} + \tau_1 \frac{d^2 Q_j(t)}{dt^2} + \frac{dQ_j(t)}{dt}, \quad (5)$$

де  $\tau_1, \tau_2$  – сталі часу.

Як показано в [14], для процесу масоперенесення зі стоком (одностадійним) рівняння (3) приймає наступну форму:

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial Q_i}{\partial x} = \gamma_1(t),$$

або враховуючи рівняння (4), отримуємо математичну модель процесу реологічного перетворення у формі наступного нелінійного диференціального рівняння:

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x} = \tau \frac{d^2 Q_j(t)}{dt^2} + \frac{dQ_j(t)}{dt}. \quad (6)$$

Так як при  $\theta = 0$  і  $\theta = \theta_{\pi}$  градієнти для лівої границі інтегральної імпульсної  $\delta$ -функції Діра-

ка  $\frac{\partial Q_i(x, 0)}{\partial \theta} = \frac{\partial Q_i(0, \theta)}{\partial x} = 0$  і її правої частини

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta_\Pi)}{\partial \theta} = \frac{dQ_j(t = \theta_\Pi)}{dt} = 0, \text{ то згідно з методом нульового градієнта [15] нелінійне диференціальне рівняння (6) розділяється на систему таких рівнянь [12]:}$$

вого градієнта [15] нелінійне диференціальне рівняння (6) розділяється на систему таких рівнянь [12]:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} + D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x} = 0; \\ \tau \frac{d^2 Q_j(t)}{dt^2} + \frac{dQ_j(t)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Так як згідно з фізичною моделлю рис. 4 час стоку  $t$  є продовженням часу реологічного переходу  $\theta$ , то з системи рівнянь видно, що такий нелінійний процес реологічного перетворення є тримірним і фактично визначається лінійною координатою  $x$  та швидкістю її зміни, часом реологічного переходу та зміною технологічних параметрів  $Q_i(x, \theta)$  та  $Q_j(t)$ , котрі змінюються одночасно. Так як згідно з (6) система рівнянь (7) є взаємопов'язаною, то подальша задача полягає в тому, яким чином знайти аналітичне рішення цієї системи.

### 6. Аналітичні моделі реологічного перетворення

Система рівнянь (7) є придатною для сумісного аналітичного розв'язку. Друге рівняння цієї системи описує швидкість зміни концентрації  $Q_j$  у МПС. Якщо швидкість  $dQ_j(t)/dt = Q_i(x, \theta)$ , то воно приводиться до вигляду [14, 15]:

$$\tau \frac{dQ_j(t)}{dt} + Q_j(t) = Q_i(x, \theta). \quad (8)$$

Перше рівняння системи (7) може приймати наступні варіанти:

1. Швидкість  $v_i$  конвекційної складової є незначною, якою можна знехтувати. У цьому випадку рівняння приводиться до класичного рівняння Фіка першого порядку:

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} = -D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2}. \quad (9)$$

Знак « $\rightarrow$ » у рівнянні (9) показує, що концентрація в ЗРП зменшується.

2. Якщо конвекційна складова процесу масо перенесення є суттєвою, то рівняння може приводитися до таких форм:

– при збільшенні швидкості  $v_i$  за напрямом  $x$  перенесення концентрації:

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} = -D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} + v_i \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x}; \quad (10)$$

– при зменшенні швидкості  $v_i$  за напрямом  $x$  перенесення концентрації

$$\frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial \theta} = -D_i \frac{\partial^2 Q_i(x, \theta)}{\partial x^2} - v_i \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x}; \quad (11)$$

– при лінійній залежності часу  $\theta$  масоперенесення від відстані  $x$ , коли  $x = k\theta$ , де  $k$  – деяка стала:

$$D_i \frac{\partial^2 Q_i(x)}{\partial x^2} + 2v_i \frac{\partial Q_i(x)}{\partial x} = 0$$

або

$$D_i \frac{\partial^2 Q_i(\theta)}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial Q_i(\theta)}{\partial \theta} = 0. \quad (12)$$

Якщо прийняти, що джерело маси є практично безмежним, то рівняння (12) приводяться до такої форми:

$$L_0 \frac{\partial Q_i(x)}{\partial x} + Q_i(x) = Q_{i0}$$

або

$$\tau_\theta \frac{\partial Q_i(\theta)}{\partial \theta} + Q_i(\theta) = Q_{i0}, \quad (13)$$

де  $L_0 = D_i/2v_i$ ;  $\tau_\theta = D_i/2$  – сталі часу.

При відповідних умовах рішенням рівняння (8) буде:

$$Q_j(t) = Q_i(x, \theta) [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (14)$$

Якщо  $\theta = f(x)$ , то рішенням рівняння (9) буде:

$$Q_i(x, \theta) = Q_{i0} \operatorname{erf}\left(x/2\sqrt{D_i\theta}\right). \quad (15)$$

Підставивши (15) у рівняння (14) отримуємо математичну модель в аналітичній формі для реологічного перенесення концентрації в такому вигляді:

$$Q_j(x, \theta, t) = Q_{i0} \operatorname{erf}\left(x/2\sqrt{D_i\theta}\right) [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (16)$$

Якщо перенесення маси в ЗРП виконується за (13), то рівняння (16) може приймати такі форми:

$$Q_j(x, \theta) = Q_{i0} \exp(-x/L_0) [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (17)$$

або

$$Q_j(\theta, t) = Q_{i0} \exp(-\theta/\tau_\theta) [1 - \exp(-t/\tau)]. \quad (18)$$

З рівнянь (17) і (18) видно, що вихідна координата процесу реологічного перетворення є функцією лінійної координати  $x$ , часу реологічного перетворення  $\theta$  і часу стоку  $t$ . Так як час  $\theta = f(x)$ , а  $t = f(x, \theta)$ , то між вихідною координатою  $Q_j$  і цими параметрами повинні існувати відповідні оптимальні співвідношення, котрі забезпечують найкращі показники технологічного процесу.

### 7. Принципи оптимізації багатопараметричного ТОКУ методом тримірного інтегрального функціоналу

Рівняння (16) є ядром інтегральної імпульсної  $\delta$ -функції Дірака. Згідно з методом інтегрального функ-

ціоналу функціонал функції для статичної характеристики об'єкта контролю, дорівнює [16]:

$$\int_0^{x_0} Q_i(x, \theta) d\theta \pm \int_0^{x_0} \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x} (\delta x) d\theta - Q_{i0} \theta_{\Pi} = \varepsilon \rightarrow 0, \quad (19)$$

де  $x_0$  – номінальна довжина ЗРП;  $\varepsilon$  – похибка визначення концентрації.

Для (15) оптимізаційне рівняння матиме вигляд:

$$\int_0^{x_0} \frac{\partial Q_i(x, \theta)}{\partial x} (\delta x) d\theta = \int_0^{x_0} Q_i(x, \theta) d\theta - Q_{i0} \theta_{\Pi}. \quad (20)$$

Для (17) оптимізаційне рівняння буде наступним:

$$\int_0^{x_0} \frac{\partial Q_j(x, t)}{\partial x} (\delta x) dt = \int_0^{x_0} Q_j(x, t) dt - Q_{j0} t_{\Pi}. \quad (21)$$

Для (18) оптимізаційним рівнянням буде:

$$\int_0^{\theta_{\Pi}} \frac{\partial Q_j(\theta, t)}{\partial \theta} (\delta \theta) dt = \int_0^{\theta_{\Pi}} Q_j(\theta, t) dt - Q_{j0} \theta_{\Pi}. \quad (22)$$

Таким чином, для оптимізації технологічного процесу перенесення концентрації необхідно сумісно розв'язати систему з трьох інтегральних оптимізаційних рівнянь (20)–(22). Якщо перенесення концентрації описується рівнянням (16), то інтегральний функціонал набуває наступного тримірної вигляду:

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_{\infty}} \left[ \int_0^{x_0} \left[ \int_0^{\theta_{\Pi}} \left[ \frac{\partial Q_i}{\partial t \partial x \partial \theta} \delta(\theta - \theta_{\Pi}, x - x_0, t - t_{\infty}) \right] d\theta \right] dx \right] dt = \\ & = \int_0^{t_{\infty}} \left[ \int_0^{x_0} \left[ \int_0^{\theta_{\Pi}} Q_j(\theta, x, y) d\theta \right] dx \right] dt - Q_{j0} \theta_{\Pi}. \end{aligned} \quad (23)$$

Можна показати, що кожне з оптимізаційних рівнянь (20) – (22) являє собою інтегральну імпульсну  $\delta$  – функцію Дірака. На прикладі рівняння (20) позначимо  $f(x) = \partial Q_i(x, \theta) / \partial x$ , а  $f(x_0 + 0) = \int_0^{x_0} Q_i(x, \theta) d\theta - Q_{i0} \theta_{\Pi}$ .

Тоді воно приймає форму інтегральної імпульсної  $\delta$  – функції Дірака

$$\Delta I = \int_0^{x_0} f(x) \delta(x - x_0) dx = \begin{cases} 0 & x \geq 0, \\ f(x_0 + 0) & x \leq x_0. \end{cases} \quad (24)$$

Аналогічно можна показати для інших оптимізаційних рівнянь.

## 8. Використання тримірної інтегрального функціоналу

Так як змінна  $\xi$  у рівнянні (1) є функцією відстані  $x$  і часу перенесення  $\theta$ , то можна отримати функції за швидкістю  $v_{\Pi}$  та прискоренням  $a_{\Pi}$  перенесення концентрації в ЗРП, тобто оптимізувати цей процес за критерієм Лагранжа [17]. При цьому отримуємо

такі значення відстані  $x$ , а фактично витрат  $F_i$  вхідних потоків, при котрих час перенесення є найбільш оптимальним. Технологічний процес буде найбільш ефективним, коли час  $\theta$  перенесення вхідних концентрацій дорівнюватиме часу  $t$  стоку концентрації. Оптимізацію ТОКУ за приростом часу  $\Delta t = \theta - t$  можна виконати за критерієм Понтрягіна. З рівняння (16) видно, що концентрація перетвореного продукту залежить не тільки від змінних  $x, \theta, t$ , а також від сталої часу перетворення  $\tau = \rho V / F$ , де  $\rho$  – густина матеріального потоку,  $F$  – масова витрата. Праві частини рівнянь (20)–(23) як прирости функціоналу, оптимізація котрого за критерієм Ейлера [18] дозволяє отримати відповідні екстремали для варіаційного технологічного параметра. Таким чином, тримірний інтегральний функціонал дозволяє одночасно використовувати три критерії оптимальності, наприклад, Лагранжа, Понтрягіна та Ейлера. Якщо позначити  $x \Rightarrow \varphi$  (критерій Лагранжа),  $\Delta t = t - \theta \Rightarrow \Pi$  (критерій Понтрягіна), а  $Q \Rightarrow \mathfrak{S}$  (критерій Ейлера), то метод тримірної інтегрального функціоналу являє собою оптимізаційну задачу показану на рис. 5.

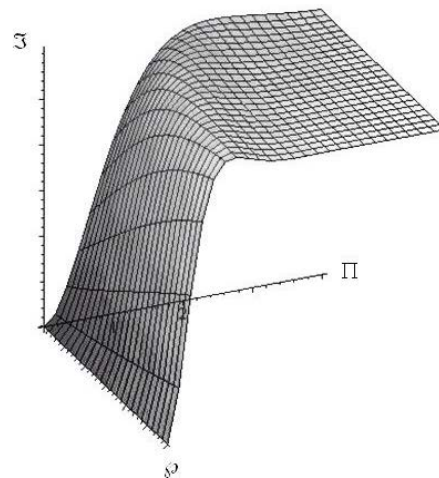


Рис. 5. Графічне зображення тримірної інтегрального функціоналу

Як видно з рис. 5, метод тримірної інтегрального функціоналу дозволяє розв'язувати оптимізаційну задачу одночасно за трьома критеріями: Лагранжа, Понтрягіна та Ейлера, що дозволяє визначати екстремали як за лінійною координатою, так і за часом руху технологічного процесу та оптимізаційною координатою. Так як лінійна координата характеризує рух вхідних потоків, (наприклад, витрати матеріальних потоків), оптимізаційний технологічний параметр, (наприклад, продуктивність чи якість виготовленого продукту), а час руху, відповідно, визначає час перебування перероблюваних речовин в технологічному об'єкті, то з допомогою тримірної інтегрального функціоналу можна вибрати найбільш оптимальний режим роботи систем контролю та управління.

## 9. Висновки

Основою більшості критеріїв оптимальності є інтегральний функціонал типу  $I = \int_{t_0}^{t_1} f_0(\bar{x}, \bar{y}, \bar{U}, \bar{L}, t) dt$ , де  $\bar{x}, \bar{y}$  –

вектори геометричних змінних;  $\bar{U}$  – вектори управляючих дій;  $\bar{t}$  – вектори технологічних параметрів  $t$  – час руху системи. При цьому приймалося, що змінними є параметри, а сама функція є деякою номінальною  $f_0(\xi)$ . При дослідженні оптимальності технологічного процесу, або процесу управління таким багатомірний функціонал приводився до одно- або двомірному, що суттєво спрощувало принцип отримання відповідних екстремалей. Наприклад, критерій оптимальності Понтрягіна приводився до такого одномірного

інтегрального функціоналу:  $I = \int_{t_0}^{t_1} dt = t_1 - t_0 = T = \min$ .

Інтегральний критерій якості перехідного процесу

має наступну форму  $I = \int_0^T [y(t) - x(t)]^2 dt = \int_0^T \epsilon(t) dt = \min$ ,

де  $y(t)$  і  $x(t)$  – перехідні процеси одного й того ж впливового параметра;  $t$  – час перехідного процесу. При варіаційному методі оптимізації (метод оптимізації Ейлера) використовується наступний функціонал:

$I[x(t)] = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x, x') dt$ , де  $x'$  – похідна функції  $x(t)$  в

часі  $t$ . Цей функціонал теж відноситься до двомірного, так як є функцією технологічної змінної  $x$  і часу  $t$ . При оптимізації процесів управління іноді вводилися управляючі дії  $u$  і будувалися оптимізаційні залежності  $f_0(x, u, t)$ , при чому функція  $f_0(\xi)$  залишалася номінальною. Таке відношення до інтегральних оптимізаційних функціоналів пов'язані з тим, що при дослідженні оптимальних режимів ТОКУ виходили тільки з принципів описання процесів швидкості стоку перетворюваних речовин, енергій чи кількості руху, котрі, як правило, характеризуються інтегральним характером їх накопичення. Як показано в роботах [1–3, 10], на швидкість стоку маси, енергії та кількості руху суттєвий вплив чинять реологічні перетворення явищ перенесення. Так, наприклад, при обліку спожитого природного газу за рахунок реологічних переходів при вимірювальному контролі витрат індивідуальних споживачів виникає похибка між вимірною початковою кількістю газу та її сумарним спожитим значенням. Особливе значення досліджуваній принцип має для оптимізації технологічних процесів з точки зору забезпечення мінімуму ресурсоспоживання матеріальних та енергозаощадження енергетичних потоків.

#### Література

1. Стенцель, Й. І. Основи теорії багатопараметричних об'єктів керування з реологічними переходами [Текст] / Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, О. І. Проказа // Науковий журнал «Технологічні комплекси». – 2010. – № 2. – С. 46–51.
2. Поркуян, О. В. Реологічні моделі технологічного контролю параметрів з внутрішніми зв'язками у виробництві аміачної селітри [Текст] / О. В. Поркуян, Й. І. Стенцель, О. І. Проказа // Збірник наукових праць «Вісник національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». «Електроенергетика та перетворювальна техніка». – 2010. – № 12. – С. 21–28.
3. Stentsel, I. Researches of the system of neutralization process control in the production of ammonium nitrate on the basis of rheological transitions principles [Text] / I. Stentsel, O. Porkuyan, E. Prokaza // An International journal on motorization, vehicle, operation, energy efficiency and mechanical engineering “TEKA Commission of motorization and Energetics in Agriculture”. – 2012. – Vol. 12, Issue 4. – P. 274–278.
4. Франк-Каменецкий, Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике [Текст] / Д. А. Франк-Каменецкий. – М.: Наука, 1987. – 502 с.
5. Astrom, K. Adaptive Control [Text] / K. Astrom, B. Wittenmark. – Addison-Wesley, 1989. – 123 p.
6. Таганов, И. Н. Моделирование процессов массо- и энергопереноса [Текст] / И. Н. Таганов. – Л.: Химия, 1979. – 203 с.
7. Вайнберг, А. М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач [Текст] / А. М. Вайнберг. – Москва-Иерусалим, 2009. – 210 с.
8. Willis, M. J. Advanced Process Control [Electronic resource] / M. J. Willis, M. T. Tham. – 1993. – Available at: <http://lorien.ncl.ac.uk/ming/advcontrl/apc.htm>
9. Пістун, Є. Дослідження похибки ультразвукових витратомірів за умов спотвореної структури потоку на основі CFD-модельовання [Текст] / Є. Пістун, Ф. Матіко, В. Роман, А. Стеценко // Метрологія та прилади. Науково-виробничий журнал. – 2014. – № 4 (48). – С. 13–23.
10. Стенцель, Й. І. Дослідження вимірювального контролю технологічних параметрів при реологічних перетвореннях хімічних процесів [Текст] / Й. І. Стенцель, О. В. Поркуян, О. І. Проказа // Збірник наукових праць «Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». «Електроенергетика та перетворювальна техніка». – 2011. – № 19. – С. 31–36.
11. Гораздовский, Т. Я. Домены реологических полей [Текст] / Т. Я. Гораздовский // ДАН СССР. – 1986. – Т. 287, № 5. – С. 1118–1122.
12. Стенцель, Й. І. Фотоколориметричні газоаналізатори: Монографія [Текст] / Й. І. Стенцель. – К.: НМК ВО, 1992. – 120 с.
13. Pilipenko, V. Mathematical model-building of reological and thermodynamical processes in modified concrete mix at vibro impact compact method of compression [Text] / V. Pilipenko // TEKA Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – 2012. – Vol. 12, Issue 4. – P. 204–209.
14. Tresch, T. Comparison of integration methods for multipath acoustic discharge measurements [electronic resource] / T. Tresch, P. Gruber, T. Staubli // Paper presented at the Proceedings of the 6th International Conference on IGHM. – Portland Oregon, USA, 2006. – Available at: <http://www.ighem.org>
15. Motkun, V. Iron ore benefication processes optimization [Text] / V. Motkun, S. Goncharov, A. Pikilnyak, A. Krivenko // TEKA Commission of Motorization and Energetics in Agriculture. – 2012. – Vol. 12, Issue 4. – P. 162–166.

16. Зайцев, Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования [Текст] / Г. Ф. Зайцев. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1980. – 431 с.
17. Staubli, T. CFD optimized acoustic flow measurement and laboratory verification [Text] / T. Staubli, B. Luscher, M. Widmen // Paper presented at the International Conference HIDRO. – Granada, Spain, 2007.
18. Turkowski, M. New criteria for the experimental validation of CFD simulations [Text] / M. Turkowski, P. Szuflenski // Flow Measurement and Instrumentation. – 2013. – Vol. 34, Issue 1. – P. 1–10. doi: 10.1016/j.flowmeasinst.2013.07.003

*Запропоновано архітектуру технологічної підсистеми, особливістю якої є наявність максимальної кількості ступенів свободи. Це забезпечує можливість незалежної зміни всіх важливих параметрів технологічного процесу. Вбудовані можливості оцінки економічних параметрів технологічної операції вирішують завдання оптимізації технологічного процесу за критерієм ефективності використання ресурсів. Всі рішення перевірені з використанням спеціального системного конструктора EFFLI*

*Ключові слова: технологічна підсистема, структура оптимальної технологічної підсистеми, оптимізація технологічного процесу*

*Предложена архитектура технологической подсистемы, особенностью которой является наличие максимального количества степеней свободы. Это обеспечивает возможность независимого изменения всех значимых параметров технологического процесса. Встроенные возможности оценки экономических параметров технологической операции решают задачу оптимизации технологического процесса по критерию эффективности использования ресурсов. Все решения проверены с использованием специального системного конструктора EFFLI*

*Ключевые слова: технологическая подсистема, структура оптимальной технологической подсистемы, оптимизация технологического процесса*

УДК 62-1/-9.007.005.1:62-503.5  
DOI: 10.15587/1729-4061.2015.36246

# OPTIMAL CONTROL OF SYSTEMS ENGINEERING. DEVELOPMENT OF A GENERAL STRUCTURE OF THE TECHNOLOGICAL SUBSYSTEM (PART 2)

I. Lutsenko

PhD, Professor

Department of Electronic Devices

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradshyi

National University

Pervomaiskaya str., 20,

Kremenchuk, Ukraine, 39600

E-mail: delo-do@i.ua

## 1. Introduction

In [1], the basic structure of the sTransA conversion system with a batch feed of products on an example of a liquid heating system was developed. What is the feature of this structure?

Firstly, the conversion system solves a **simple task** – conversion of input raw products into the output product. In the demo, this is the conversion of cold liquid into a heated liquid.

It is necessary to pay attention to the phrase “**output product**”. This is the output product, not the **finished product** since the conversion system is only responsible for the qualitative indicator of the conversion product. Responsibility for the possibility of selecting the finished product with the required quantitative parameters by the consumer lies with the buffering system of the sSepA1controlled system.

Secondly, the conversion system implements the principle of **batch conversion** of raw products. At the output of the

conversion system, a continuous finished product can not be obtained in principle. Such a product can be obtained at the output of the buffering system.

Third, principle of feed of volumes of raw products, independent of the energy product feed rate is realized in the conversion system. And, therefore, full implementation of optimal control technologies is potentially possible in the conversion systems, formed according to this principle. However, only potentially.

For the practical implementation of the optimal control principles, the basic structure of the conversion system should be supplemented by the necessary structures, which provide the delivery of information signals about the size of the resulting target product and the value of the optimization criterion for the technological operation (TO) performed.

The concept of “optimal” (the best), is very often, and it’s an understatement, treated by researchers fairly arbitrary. Some believe that the best control is the control at minimum cost while others regard control with a maximum movement