

11. Kulebakin, V. S. High quality invariant control systems. In the book «Theory of invariance and its application in automatic devices» [Text] / V. S. Kulebakin. – Moscow: Publ.AN SSSR, 1959. – P. 11–39.
12. Менский, Б. М. Принцип инвариантности в автоматическом регулировании и управлении [Текст] / Б. М. Менский. – М.: Машиностроение, 1972. – 248 с.
13. Мееров, М. В. Системы автоматического управления, устойчивые при бесконечно больших коэффициентах усиления [Текст] / М. В. Мееров // Автоматика и телемеханика. – 1947. – Т. 8, № 4. – С. 225–243.
14. Мееров, М. В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности [Текст] / М. В. Мееров. – М.: Наука, 1967. – 423 с.
15. Бейнарович, В. А. Инвариантные системы автоматического управления [Текст] / В. А. Бейнарович // Доклады ТУСУРа. – 2010. – № 1 (21), часть 1. – С. 70–73.
16. Мамедов, Г. А. Устранение нарушения скользящего режима при вынужденном движении управляемых объектов [Текст] / Г. А. Мамедов, Г. А. Рустамов, З. Р. Гасанов // Автоматика и вычислительная техника. – 2009. – № 2. – С. 28–36.
17. Rustamov, G. A. Absolutely robust control systems [Text] / G. A. Rustamov // Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – Vol. 47, Issue 5. – P. 227–241. doi: 10.3103/s0146411613050052
18. Рустамов, Г. А. Робастная система управления с повышенным потенциалом [Текст] / Г. А. Рустамов // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 324, № 5. – С. 13–19.
19. Уткин, В. И. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления [Текст] / В. И. Уткин. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
20. Drazenovic, B. The invariance conditions in variable structure systems [Text] / B. Drazenovic // Automatica. – 1969. – Vol. 5, Issue 3. – P. 287–295. doi: 10.1016/0005-1098(69)90071-5
21. Rustamov, G. A. Invariant control systems of second order [Text] / G. A. Rustamov // IV International Conference «Problems of Cybernetics and Informatics (PCI'2012)». – Azerbaijan. – 2012. – Vol. 4. – P. 22–24. – Available at: www.pci2012.science.az/7/07.pdf. doi: 10.1109/icpci.2012.6486428

Досліджено та синтезовано безпошукову адаптивну систему керування методом функції Ляпунова нестационарним об'єктом в умовах зашумленості вимірюваних величин з використанням спостерегаючого пристрою. Розроблено модель в програмному пакеті MATLAB/Simulink. На основі моделювання виконано дослідження працездатності запропонованої моделі при різному характері зміни параметрів об'єкту керування

Ключові слова: адаптивні системи керування, безпошукові системи, метод функції Ляпунова, спостерегаючий пристрій, MATLAB

Исследована и синтезирована беспоисковая адаптивная система управления методом функции Ляпунова нестационарным объектом в условиях зашумленности измеряемых величин с использованием наблюдающего устройства. Разработана модель в программном пакете MATLAB/Simulink. На основе моделирования выполнены исследования работоспособности предложенной модели при различном характере изменения параметров объекта управления

Ключевые слова: адаптивные системы управления, беспоисковые системы, метод функции Ляпунова, наблюдающее устройство, MATLAB

УДК 681.513.6

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.37797

СИНТЕЗ БЕЗПОШУКОВОЇ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ФУНКЦІЇ ЛЯПУНОВА З ВИКОРИСТАННЯМ СПОСТЕРЕГАЮЧОГО ПРИСТРОЮ

А. В. Писаренко

Кандидат технічних наук, доцент*

E-mail: andrew.pisarenko@gmail.com

М. П. Татауров*

E-mail: suratasan@mail.ru

*Кафедра автоматики та

управління в технічних системах

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

1. Вступ

Створення і вдосконалення систем автоматизації є однією з важливих проблем, вирішення якої багато

в чому визначає рівень розвитку науки в цілому. Тому задача створення якісно нових систем автоматизації, що забезпечують високу точність керування та адаптації, є актуальною. Умови роботи реальних систем управлін-

ня часто такі, що динамічні характеристики об'єкта невідомі, або непередбачувані і суттєво змінюються в часі [1]. Певним випадковим змінам можуть бути піддані також параметри самих систем управління, особливо аналогових. Тому якість роботи системи управління, спроектованої в розрахунку на незмінні умови роботи, на практиці може виявитися істотно нижче бажаної [2]. Так виникла необхідність у побудові керуючих систем, що не вимагають повної апіорної інформації про об'єкт та умови його функціонування.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Метод функції Ляпунова є одним з основних методів дослідження стійкості і якості руху нелінійних об'єктів, які описуються диференційними рівняннями. На основі функції Ляпунова можливо заздалегідь побудувати безпошукову систему, яка відповідає заданим показникам якості. Безпошукові системи мають перед пошуковими системами певну перевагу, адже пошук оптимального стану віднімає значний час, тобто час самонастроювання пошукових систем обмежений [3]. В безпошукових системах використовується контрольований показник якості управління. Автоматичним настроюванням параметрів цей показник підтримується в заданих межах [4]. Залежно від виду показника розрізняють системи з контролем перехідних процесів, з контролем частотних характеристик та з еталонною моделлю [5]. Поряд із замкнутими застосовують також розімкнуті системи параметричної компенсації. У цих системах контролюються впливи, що викликають зміну властивостей об'єкта, і заздалегідь розрахована програма змінює параметри налаштування системи [6]. Контур самоналаштування в цьому випадку розімкнутий. Таке самоналаштування може бути майже миттєвим, проте його здійснення вимагає контролю зовнішніх факторів і досить точного знання законів дії зовнішніх чинників на об'єкт керування [7].

Найбільш перспективним методом на нашу думку є синтез системи керування на основі еталонною моделі, адже є можливість заздалегідь спроектувати модель, яка відповідає заданим показникам якості. Проте основою проблемою є визначення станів об'єкта, адже найбільш типовою задачею виступає керування системою, що представляє собою чорну скриньку.

3. Мета і завдання дослідження

Мета дослідження – синтез адаптивної безпошукової системи керування методом функції Ляпунова з використанням спостерегаючого пристрою.

Завдання дослідження: створення працездатної моделі за допомогою програмного пакету MATLAB/Simulink.

4. Синтез безпошукової системи з використанням спостерегаючого пристрою

Нехай об'єкт описується рівнянням стану:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \tag{1}$$

де x – вектор стану, u – вектор керування, A, B – $n \times n$ та $n \times m$ матриці об'єкту керування.

Розглянемо задачу забезпечення бажаної динаміки, яку задаємо еталонною моделлю:

$$\dot{x}_m = A_m x_m(t) + B_m y(t), \tag{2}$$

де x_m – вектор стану моделі, $y(t)$ – задаючий вплив. Формалізуємо мету керування, при умові:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0, \tag{3}$$

де $E(t) = x(t) - x_m(t)$ – похибка системи.

Для того, щоб отримати структуру ідеального регулятора, відобразимо рівняння у відхиленнях

$$\dot{E}(t) = A_m E(t) + (A - A_m)x(t) + Bu(t) - B_m y(t). \tag{4}$$

Для реалізації синтезу, необхідна умова має вигляд

$$(A - A_m)x(t) + Bu(t) - B_m y(t) = 0, \tag{5}$$

тому рівняння (4) приймає вигляд

$$\dot{E}(t) = A_m E(t). \tag{6}$$

Керування для задоволення заданих умов описується

$$u_s(t) = K_x^s x(t) + K_y^s y(t), \tag{7}$$

яке можна представити у вигляді

$$u_s(t) = \bar{K}_x^s \bar{K}_x^s x(t) + \bar{K}_y^s y(t), \tag{8}$$

де $\bar{K}_x^s \bar{K}_x^s, K_y^s, K_x^s$ – матриці ідеальних коефіцієнтів регулятора, які задовольняють умовам:

$$BK_x^s = A - A_m, BK_y^s = B_m, \tag{9}$$

$$B\bar{K}_x^s = A - A_m, B\bar{K}_y^s = B_m. \tag{10}$$

Данні умови називають умовами узгодження моделі і об'єкту керування [8].

Структура регулятора має вигляд:

$$u(t) = \bar{K}_x^s(t) \bar{K}_x^s(t) x(t) + \bar{K}_y^s(t) y(t), \tag{11}$$

де $\bar{K}_x^s(t) \bar{K}_x^s(t)$ – матриці настроюваних коефіцієнтів регулятора.

Представимо загальне рівняння настроюваного об'єкту

$$\dot{E}(t) = A_m E(t) + B_m [\Phi(t)x(t) + \Psi(t)\bar{K}_y^s(t)(y(t) + \bar{K}_x^s(t)x(t))], \tag{12}$$

де $\Phi(t), \Psi(t)$ – матриці відхилення коефіцієнтів регулятора від ідеальних значень.

$$\Phi(t) = \bar{K}_x^s(t) - \bar{K}_x^s, \tag{13}$$

$$\Psi(t) = (\bar{K}^y(t))^{-1} - (\bar{K}^y(t))^{-1}. \quad (14)$$

Для синтезу контуру адаптації запишемо рівняння настроюваного об'єкту

$$\dot{E}(t) = A_M E(t) + B_M \Theta(t) \Sigma(t), \quad (15)$$

де $\Theta(t) = (\Phi(t); \Psi(t))$ розширена матриці відхилень настроюваних коефіцієнтів від їх ідеальних значень [9]

$$\Sigma(t) = \begin{pmatrix} X(t) \\ \bar{K}^y(t)[y(t) + \bar{K}^x(t)x(t)] \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Запишемо функції Ляпунова у вигляді квадратичної скалярної функції [10]

$$V = 0.5E^T H E + 0.5tr(\Theta^T \Gamma^{-1} \Theta), \quad (17)$$

де $H = H^T, \Gamma = \Gamma^T$.

Виразуємо похідну, використовуючи рівняння настроюваного об'єкту

$$\begin{aligned} \dot{V} &= E^T \dot{H} E + tr(\dot{\Theta}^T \Gamma^{-1} \Theta) = \\ &= E^T H A_M E + \\ &+ tr[B_M^T H E \Sigma^T + \dot{\Gamma}^{-1} \Theta]^T \Theta. \end{aligned} \quad (18)$$

Якщо оберемо алгоритм адаптації у вигляді

$$\dot{\Theta} = -\Gamma B_M^T H E \Sigma^T(t), \quad (19)$$

$\Gamma = \Gamma^T > 0$, то функція має такі особливості $\dot{V} > 0$ та $\dot{V} < 0$.

Остання особливість впливає з рівняння

$$A_M^T H + H A_M = -Q, Q = Q^T > 0, \quad (20)$$

тому рівняння (18) приймає остаточний вигляд

$$\dot{V} = -0.5E^T Q E. \quad (21)$$

Для реалізації алгоритму адаптації необхідно записати рівняння адаптації в термінах матриць настроюваних коефіцієнтів $\bar{K}^y(t) \bar{K}^x(t)$, для цього представимо Γ у вигляді

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

де $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ - квадратні матриці відповідних розмірів. Остаточна система записується у вигляді:

$$\dot{\Phi} = -\Gamma_1 B_M^T H E(t) x^T(t), \quad (23)$$

$$\dot{\Psi} = -\Gamma_2 B_M^T H E(t) (y(t) + \bar{K}^x(t)x(t))^T (\bar{K}^y(t))^T. \quad (24)$$

З урахування $\dot{\bar{K}}^x \equiv 0, \dot{\bar{K}}^y \equiv 0$

$$\dot{\bar{K}}^x(t) = -\Gamma_1 B_M^T H E x^T(t), \quad (25)$$

$$\dot{\bar{K}}^y(t) = -\Gamma_2 B_M^T H E (y + \bar{K}^x x)^T (\bar{K}^y)^T \bar{K}^y. \quad (26)$$

На рис. 1 представлено загальну структурну схему системи:

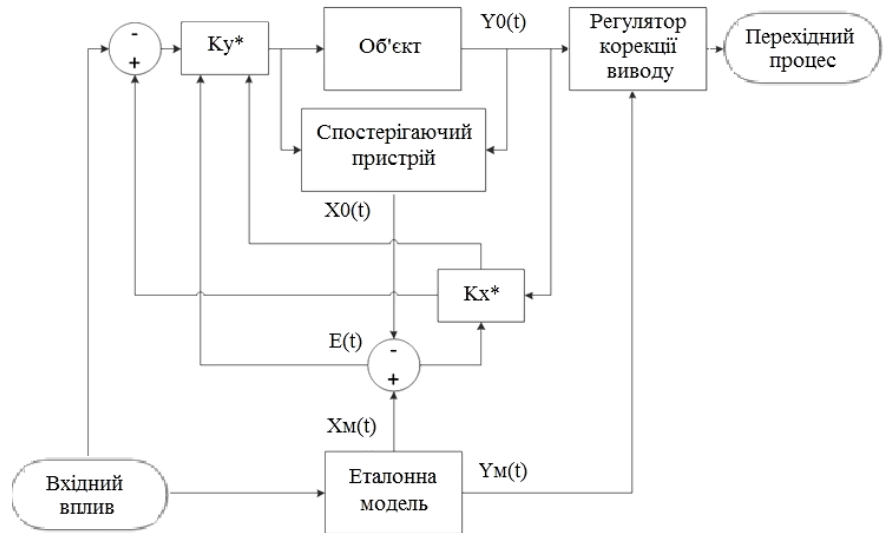


Рис. 1. Загальна структурна схема безпошукової системи зі спостерегаючим пристроєм: $Y_0(t)$ – вихід об'єкту, $Y_m(t)$ – вихід моделі, $X_0(t)$ – стани об'єкту, $X_m(t)$ – стани, $E(t)$ – похибка, K_x^* – динамічний регулятор стану, K_u^* – динамічний регулятор входу

У якості прикладу розглянемо об'єкт з постійними, але невідомими для системи коренями характеристичного рівняння. Нехай динаміка об'єкту другого порядку з двома дійсними коренями задана у вигляді передавальної функції:

$$W(s) = \frac{2}{(s+a) \cdot (s+b)}. \quad (27)$$

Застосовуючи матричний метод перейдемо до векторно-матричної моделі об'єкту

$$A = \begin{bmatrix} -(a+b) & 1 \\ -ab & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$C = [1 \ 0], D = [0].$$

Бажана динаміка системи задається за допомогою сталої моделі. Задача полягає в приведенні системи до динаміки моделі.

Моделюємо з біномальним розподілом коренів $s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2$.

Нормований час перехідного процесу задамо $t_{ин} = 1$ с, тоді $\omega_0 = 4.74$

$$W_m(s) = \frac{2}{(s + \omega_0)^2}. \quad (29)$$

Застосовуючи матричний метод перейдемо до векторно-матричної моделі

$$A_m = \begin{bmatrix} -9,48 & 1 \\ -22,4676 & 0 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 22,4676 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$C_m = [1 \ 0], D_m = [0].$$

Розрахуємо спостерігаючий пристрій для моделі, при умові $t_{nn} = 0.5$ с.

$$A_{cn} = \begin{bmatrix} -9,48 & 1 \\ 0 & -9,48 \end{bmatrix}, B_{cn} = \begin{bmatrix} 0 & 9,48 \\ 22,4676 & -22,4676 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$C_{cn} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{cn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Перевіримо умови узгодженості:

$$B\bar{K}^x = A - A_m, B\bar{k}^y = B_m. \quad (32)$$

Очевидно, що умови виконуються при $b_2 \neq 0, b_{m2} \neq 0$. Запишемо ідеальне керування у вигляді

$$u_*(t) = \bar{k}^y (\bar{K}^x x(t) + y(t)). \quad (33)$$

Замінюючи ідеальні параметри регулятора на настроювані, отримуємо алгоритм основного контуру керування у вигляді

$$u(t) = \bar{k}^y(t) [(k_1(t)x_1(t) + k_2(t)x_2(t)) + y(t)]. \quad (34)$$

Алгоритм налаштування параметрів регулятора оберемо при $\Gamma_1 = m_1 I, m_1 > 0, m_2 > 0$

$$\dot{\bar{K}}^x = -m_1 (0 \ 2) H \begin{pmatrix} x_1 - x_{1m} \\ x_2 - x_{2m} \end{pmatrix} (x_1 \ x_2), \quad (35)$$

$$\dot{\bar{k}}^y(t) = -m_2 (\bar{k}^y)^2 k_m^y (0 \ 2) H \begin{pmatrix} x_1 - x_{1m} \\ x_2 - x_{2m} \end{pmatrix} (y + k_1 x_1 + k_2 x_2). \quad (36)$$

де $H = H^T > 0$ матриця, яка є вирішенням рівняння Ляпунова для моделі

$$A_m^T H + H A_m = -G, G = G^T > 0.$$

Таким чином алгоритм адаптації приймає вигляд

$$\dot{k}_1 = -m_1 \partial(t) x_1(t),$$

$$\dot{k}_2 = -m_1 \partial(t) x_2(t),$$

$$\dot{\bar{k}}^y = -\bar{m}_2 \partial(t) (y(t) + k_1^y x_1(t) + k_2^y x_2(t)) k_m^y,$$

$$\partial(t) = e_1(t) + e_2(t), \quad (39)$$

де $e_i(t) = x_i(t) - x_{im}$, $\bar{m}_2 = m_2 (k^y)^2 > 0$ – коефіцієнт підсилення, введений для реалізації алгоритму.

Розроблена модель системи в пакеті MATLAB/Simulink (рис. 2) з параметрами $m_1 = 10000, m_2 = 10$. Для реалізації алгоритму необхідно задати нульові початкові умови для коефіцієнтів налаштовуючої моделі.

Основна підсистема представлена на рис. 3.

Слід звернути увагу, що задля компенсації сталої похибки на виході системи, яка виникає внаслідок перехресних зв'язків між станами, створено коректор виходу. Основна ідея полягає в порівнянні виходів сталої моделі та об'єкту і розрахунку компенсуючого коефіцієнту.

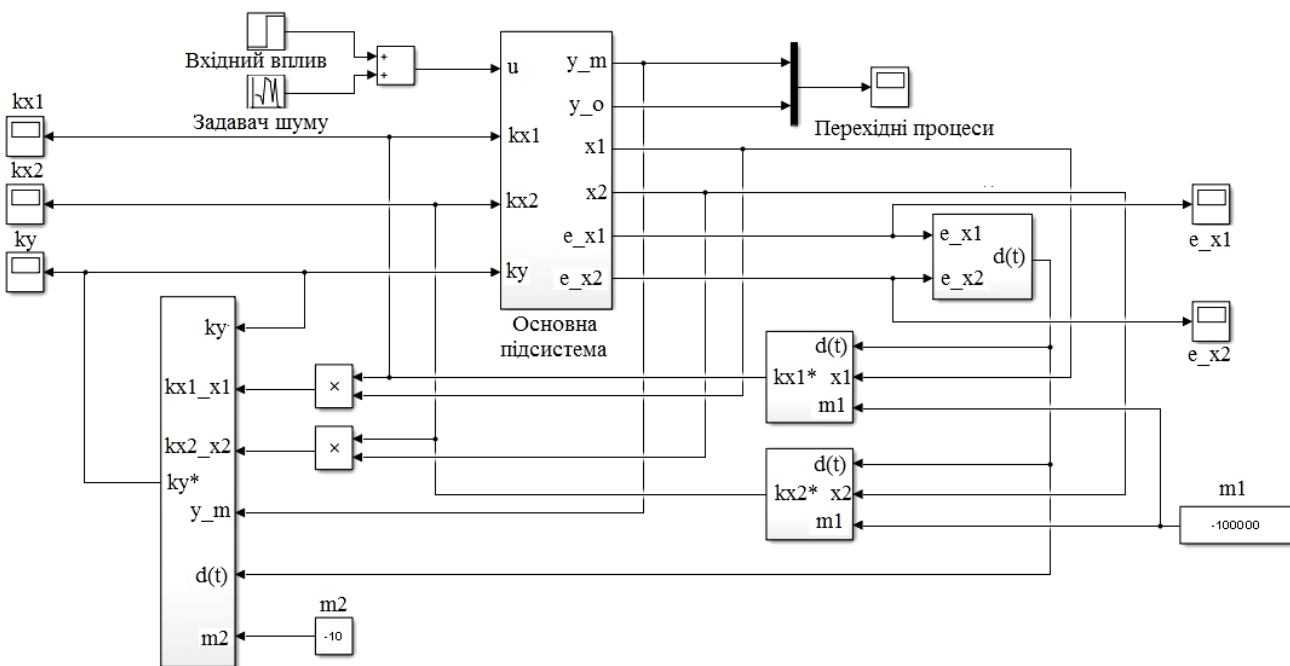


Рис. 2. Модель системи у MATLAB/Simulink

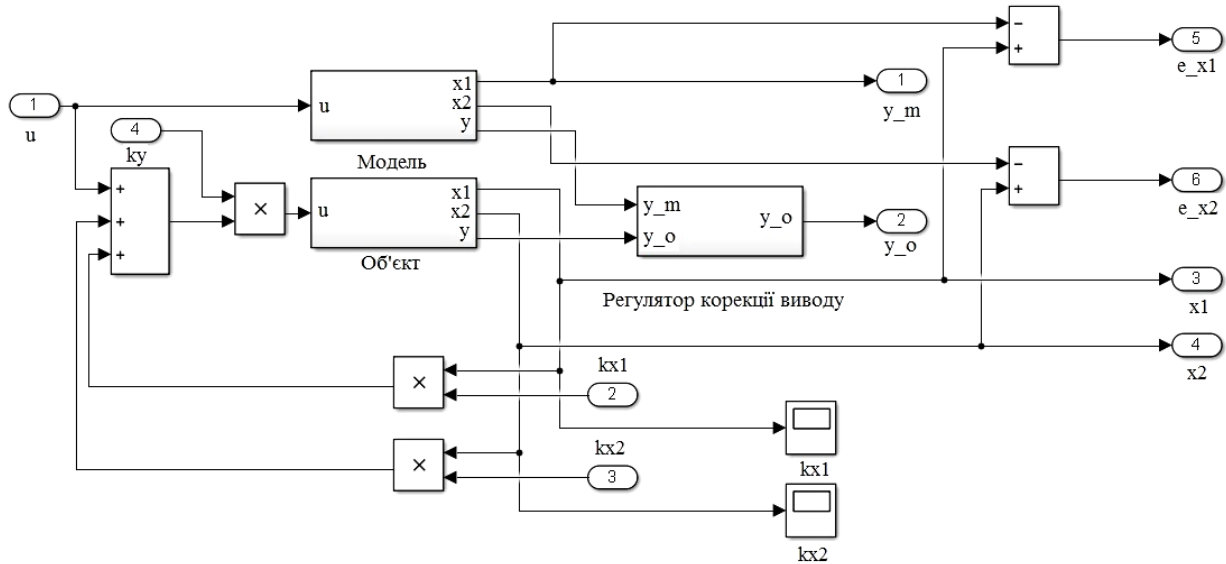


Рис. 3. Модель основної підсистеми керування об'єктом у MATLAB/Simulink

5. Результати моделювання адаптивної безошуккової системи зі спостерегаючим пристроєм

Проведемо моделювання поведінки системи та її адаптивні можливості в умовах зашумлених сигналів. Динаміка об'єкту керування описується передаточною функцією

$$W(s) = \frac{2}{(s+3) \cdot (s+5)} \tag{40}$$

На рис. 4 показано перехідні процеси системи при постійних невідомих коренях об'єкту керування.

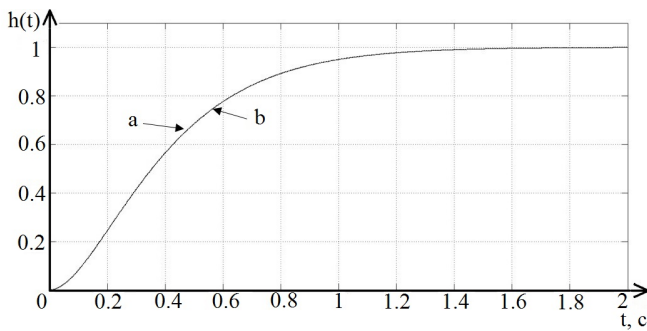


Рис. 4. Перехідні процеси при постійних невідомих коренях об'єкту керування: *a* – перехідний процес еталонної моделі, *b* – перехідний процес адаптивної системи керування

Наступне дослідження полягало у зміні значень коренів об'єкту керування на протязі інтервалу керування, що було змодельовано за допомогою генератора сигналів (рис. 5). На рис. 6 показано графік перехідного процесу адаптивної системи.

Очевидно, що при умові динамічних характеристик об'єкту керування, адаптивна система виконує свої функції. Регулятор корекції виводу компенсує сталу похибку. Швидкість відновлення вектору станів за

допомогою спостерегаючого пристрою є задовільною та відповідає заданим умовам.

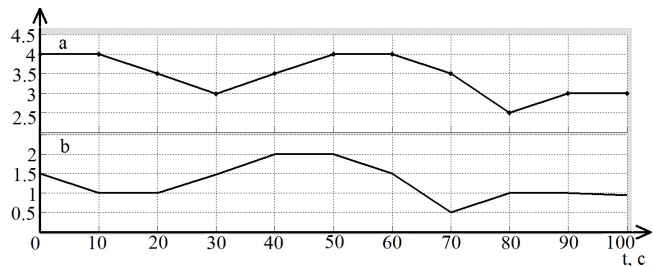


Рис. 5. Моделювання динамічних характеристик об'єкту керування: *a* – зміна першого кореня характеристичного рівняння об'єкту, *b* – зміна другого кореня характеристичного рівняння об'єкту

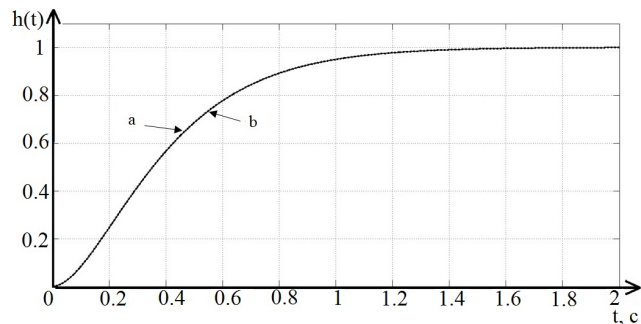


Рис. 6. Перехідні процеси: *a* – перехідний процес еталонної моделі, *b* – перехідний процес адаптивної системи

6. Оцінка результатів моделювання адаптивної безошуккової системи зі спостерегаючим пристроєм

Розглянувши рис. 4, можна побачити, що статична похибка дорівнює нулю, час перехідного процесу ідентичний заданому. Різниця між перехідними процесами

ми сталої моделі та об'єкту мала завдяки швидкому налаштуванню адаптивної системи.

На рис. 6 показано графіки перехідних процесів системи де корені об'єкту керування змінюються в часі. Як видно з рисунку якість системи відповідає заданій. Висока швидкість адаптації забезпечується високими показниками коефіцієнта m_1 . Проте слід зазначити, що при збільшенні порядку коефіцієнтів m_1 та m_0 , похибка між величинами виходів об'єкту керування та моделі може досягати достатньо великих значень. Це в свою чергу накладає обмеження на ресурси обчислювальної техніки. В той же час, при зменшенні порядку коефіцієнтів m_1 та m_0 , час адаптації збільшується.

7. Висновки

Оцінивши результати, можна прийти до висновку, що динаміка адаптивної системи відповідає бажаним показникам якості. Навіть при значних відхиленнях коренів об'єкту та в умовах дії випадкових впливів і встановлює вихід об'єкту керування у бажану величину з бажаним часом перехідного процесу. Спостерігаючий пристрій, побудований на основі еталонної моделі, відновлює вектори станів об'єкту. Це дає змогу використати функцію Ляпунова задля розрахунку коефіцієнтів регуляторів стану.

Література

1. Kailath, T. Linear Systems [Text] / T. Kailath. – Prentice-Hall, EnglewoodCliffs, New Jersey, 1980.
2. Landau, Y. D. Adaptive Control The Model Reference Approach [Text] / Y. D. Landau // Marcel Dekker, New York, 1979. – 432 p.
3. Куликовский, Р. Оптимальные и адаптивные процессы в системах автоматического регулирования [Текст] / Р. Куликовский; пер. с польск. – М.: Наука, 1967. – 380 с.
4. Пупков, К. А. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: учебник для вузов. 2-е изд. [Текст] / К. А. Пупков, Н. Е. Егупов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
5. Feuer, A. and Morse, A.S. Adaptive control of single input-single output linear systems [Text] / A. Feuer, A.S. Morse // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1978. – Vol. 23, Issue 4. – P. 557–569. doi: 10.1109/tac.1978.1101822
6. Johansson, R. Global Lyapunov stability and exponential convergence of direct adaptive control. [Text] / R. Johansson // Int. J. Control. 1989. – Vol. 40. – P. 859-869.
7. LaSalle, J. P. The stability of dynamical systems [Text] / J. P. LaSalle // SIAM, Philadelphia, 1976. – 76 p.
8. Востриков, А. С. Теория автоматического регулирования [Текст]: уч. пос. / А. С. Востриков. – М.: Высш. шк., 2004. – 365 с.
9. Eykhoff, P. Systems Identification [Text] / P. Eykhoff // John Wiley, London, 1974. – 555 p.
10. Репнікова, Н. Б. Теорія автоматичного керування: класика і сучасність [Текст]: підручник / Н. Б. Репнікова. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 328 с.