

У статті сформульована задача оптимального керування процесом електродугової плавки, відмінною рисою якої є можливість використання одержуваних при її вирішенні результатів для синтезу систем керування електроплавкою на основі керування металургійними процесами в печі

Ключові слова: оптимальне керування, плавка, синтез, система керування

В статье сформулирована задача оптимального управления процессом электродуговой плавки, отличительной особенностью которой является возможность использования получаемых при её решении результатов для синтеза систем управления электроплавкой на основе управления металлургическими процессами в печи

Ключевые слова: оптимальное управление, плавка, синтез, система управления

In the article the problem of optimal control process of the electric arc melting of iron is formulated, a distinctive feature of which is the possibility of using obtained by solving its results for the synthesis of control systems of electric arc melting based on the control of metallurgical processes in the furnace

Keywords: optimal control process, melting, synthesis, control systems

УДК 681.5:519.24

СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ЕЛЕКТРОДУГОВОЙ ПЛАВКИ ЧУГУНА

Д. А. Дёмин

Кандидат технических наук, доцент,
профессорКафедра литейного производства
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61145
E-mail: nauka@jet.com.ua

1. Введение

Сложность управления электродуговой плавкой заключается в том, что количество изменяющихся в технологическом процессе параметров велико, в процесс плавки постоянно вносятся возмущения, и он происходит в условиях неопределенности исходных данных. Конечной целью плавки является получение сплава заданного химического состава, поэтому традиционно управление плавкой сводится к решению следующих задач: загрузке в печь i -х компонентов шихты в количестве, заданном технологической инструкцией на плавку; наведению – скачиванию шлака; введению ферросплавов по расчету, на основе данных химического анализа (принятие решения по этой операции осуществляется плавильщиком); нагреву ванны путем регулирования электрической мощности, причем выбор ступени напряжения трансформатора и времени работы печи на выбранном режиме тоже относится к числу задач плавильщика, принимающего решение об управлении мощностью исходя из субъективного опыта.

Естественно, такой подход к управлению не является приемлемым, так как не позволяет получать сплав высокого качества при минимальных ресурсо- и энергозатратах.

Особенно остро стоит вопрос управления электродуговой плавкой чугуна, ведь, несмотря на перспективность для плавки чугуна индукционных печей, обладающих бесспорными преимуществами с точки

зрения минимального угара элементов и благоприятных экологических показателей, только электродуговые печи позволяют переплавлять крупногабаритную, разносортную и некачественную шихту, реализуя в полной мере все возможности управления металлургическими процессами.

Наличие адекватных математических моделей, описывающих изменение химического состава чугуна в реальном времени в процессе плавки, знание конечного состояния процесса и рассмотрение самого процесса плавки как управляемого позволило бы определять оптимальное управление процессом плавки и синтезировать системы управления в конкретных условиях промышленного производства.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

«Классической» системой управления электродуговой плавкой является система автоматического регулирования электрического режима фаз (рис. 1) [1].

Управление осуществляется переключением ступени напряжения с централизованного пункта. При этом подается напряжение на катушки промежуточных реле РП1-РП6. Одно из реле при включении соответствующей ступени напряжения замыкает контакты на сопротивлении R_2 измерительной цепи напряжения регуляторов электродов и на сопротивлении R_1 обмотки управления дросселя насыщения.

При равенстве напряжений U_T и U_H соответственно между точками а-б обмотки переменного тока дросселя и точками в-г разделительного трансформатора на обмотку электромагнитного усилителя ОУ сигнал не поступает и механизм перемещения электродов неподвижен. В противном случае исполнительный механизм включает перемещение электрода. Для настройки нормального режима работа электромагнитного усилителя ЭМУ служит компенсационное сопротивление, подключенное параллельно компенсационной обмотке ОК [1].

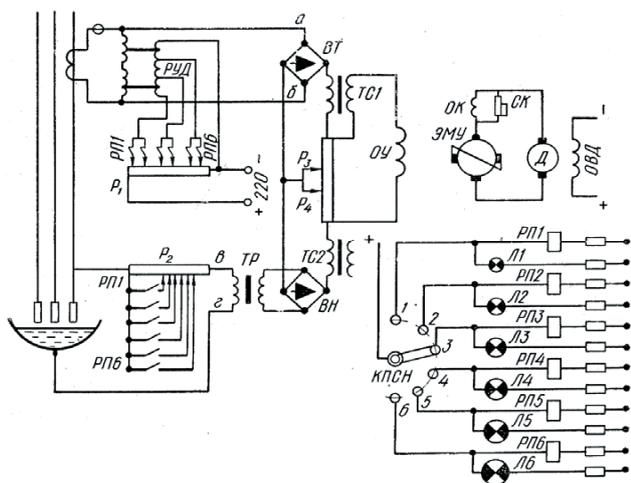


Рис. 1. Схема автоматического регулирования электрического режима для одной фазы

Описанная схема хорошо зарекомендовала себя в промышленной эксплуатации, так как позволяет обеспечивать достаточную чувствительность и надежность. Вместе с тем, данная система решает узкую задачу поддержания заданного электрического режима, причем остается открытой проблема выбора оптимальной ступени напряжения трансформатора и автоматизация этого процесса. Проблема управления качеством выплавляемого сплава данная схема тоже не решает.

Более совершенная система, основанная на применении дифференциальных регуляторов мощности, предусматривает в своей структуре применение тиристоров, реализующих способ регулирования мощности на основе поддержания постоянства отношения напряжения к силе тока и использующую обратную связь по частоте вращения двигателя (рис. 2). Параметр регулирования данной системы может быть записан следующим образом: $A = aI - bU = bI(r_0 - r)$. Здесь I – сила тока, U – напряжение, a и b – коэффициенты, зависящие коэффициентов трансформаторов тока и напряжения и требуемого соотношения тока и напряжения, $r_0 = a/b$ и r – заданное и текущее значения полного сопротивления печи [2].

Сигнал, пропорциональный силе тока дуги, поступает на дроссель намагничивания ТА, а сигнал, пропорциональный напряжению, – на согласующий трансформатор ТУ. На другую обмотку дросселя подается напряжение U_3 , пропорциональное заданной силе тока. После выпрямления и сравнения на резисторах R_1 и R_2 разность напряжений поступает на вход устройства регулировки чувствительности РЧ,

где устанавливаются величины зоны нечувствительности и быстродействия системы. После усиления усилителями $У_1$ и $УМ$ в блоке управления БУ сигнал разделяется в зависимости от знака разбаланса на два канала управления.

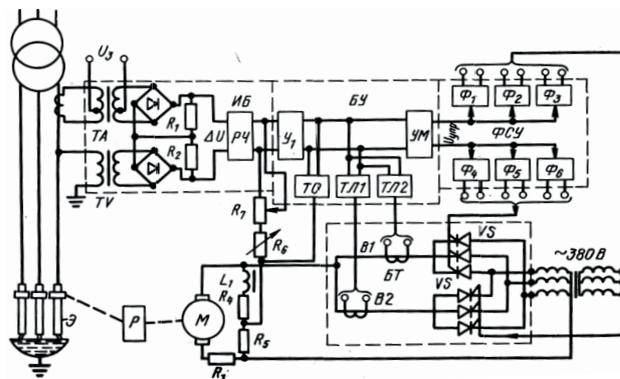


Рис. 2. Схема регулирования мощности дуг на тиристорах

Управление трехфазным нулевым реверсивным тиристорным преобразователем осуществляется блоком ФСУ, состоящим из катодной ($\Phi_1 - \Phi_3$) и анодной ($\Phi_4 - \Phi_6$) групп. Усиление мощности осуществляется блоком тиристоров БТ (анодная и катодная группы VS), сигнал контролируется двумя датчиками тока В1 и В2.

Напряжение, пропорциональное частоте вращения двигателя, контролируемой тахометрическим мостом (резисторы $R_3 - R_6$ дросселя L), подается в узел токового ограничения ТО и через регулируемые резисторы R_5 и R_7 - на вход усилителя $У_1$, осуществляя таким образом обратную связь по частоте вращения двигателя [2].

Данная система управления, так же как и описанные выше, не решает задачу управления окислительно-восстановительными процессами плавки.

Опыт эксплуатации систем, решающих задачи управления электрическими режимами плавки, основанный на накопленных знаниях о технологических факторах процесса, описан в работах [3-10]. В частности, в работах [3-9] рассмотрены подходы к созданию и модернизации дуговых печей, обеспечивающие управление распределением мощности в рабочем пространстве агрегатов. В этом случае сам технологический процесс «закладывается» на этапе проектирования в систему управления (САУ), которая фиксирует в процессе плавки малейшие нарушения режима, связанные с качеством исходных шихтовых материалов, сбоями в системе питания и управления пельчу, работе ее отдельных узлов. В работе [10] описан опыт эксплуатации компьютерной системы для ДСП-1, обеспечивающей слежение за плавкой и распознавание с высокой достоверностью текущего состояния технологического процесса.

Данная система состоит из подсистемы сбора данных о процессе, модуля слежения за периодами плавки, модуля термических расчетов и модуля прогноза химического состава продуктов плавки. Последний, в частности, циклически рассчитывает текущий химический состав металла и шлака в печи. Исходными данными для таких расчетов являются тип и масса

расплавившейся за цикл шихты, характеристики и количество загруженных в печь материалов, количество введенного кислорода, температура металла в печи, химический состав металла по данным из лаборатории спектрального анализа.

Из описанных систем управления электроплавкой могут быть сделаны выводы об их недостатках: применяемые системы управления фактически являются лишь системами стабилизации электрических режимов и не учитывают технологических параметров процессов плавки; применяемые методы управления технологическим процессом плавки сводятся к принятию решений самим плавильщиком о выборе управлений – введению ферросплавов, корректировке химического состава, ступени напряжения трансформатора электропечи, моментов времени подшихтовки и выдачи расплава на конвейер.

Учитывая то обстоятельство, что число факторов в процессе велико, в процесс плавки постоянно вносятся возмущения, и он происходит в условиях неопределенности исходных данных, точность принятия оптимальных решений крайне мала даже в том случае, если плавильщик имеет очень большой практический опыт. Одним из вариантов решения данной проблемы может быть разработка системы поддержки принятия решений при управлении процессами электроплавки, основанная, например, на математических моделях, связывающих химический состав сплава и его свойства. Технология получения таких моделей в многомерном факторном пространстве по малой выборке данных на основе искусственной ортогонализации описана в работах [11-14]. Применение полученных при этом решений может быть использовано также для задания конечного состояния в задаче оптимального управления электродуговой плавкой. В качестве математического описания объекта управления могут быть использованы кинетические уравнения, технология получения коэффициентов которых описана в работе [15].

3. Цель и задачи исследования

Целью исследования является постановка задачи оптимального управления металлургическими процессами электродуговой плавки чугуна и получение решения данной задачи.

Для достижения цели исследований необходимо решение следующих задач: обоснование выбора математического описания объекта управления, обоснование выбора начального и конечного состояния

процесса, нахождение оптимального управления процессами плавки.

4. Поиск оптимального управления электродуговой плавкой чугуна

Химический состав чугуна, полученный сразу после расплавления шихты, может быть выбран в качестве начального состояния процесса. Вследствие протекания окислительно-восстановительных процессов на границах раздела фаз «расплав – шлак» (рис. 3), химический состав начинает меняться. При выплавке чугунов марок СЧ 20 – СЧ 30 ГОСТ1412-85, применяемых сегодня преимущественно для отливок машиностроения, особенно важным является управление содержанием углерода и кремния в чугуне. Значительный угар углерода в электродуговом процессе зачастую приводит к тому, что расплав перед выдачей на конвейер приходится науглероживать.

С другой стороны, углерод в чугуне может участвовать в реакции $2[C] + (SiO_2) = [Si] + 2CO$. Направление протекания и скорость этой реакции зависит от отношения $[Si]/[C]^2$ и температуры [16], поэтому при интенсивном науглероживании расплава количество кремния в нем может расти. Таким образом, имеет место корреляция содержания в чугуне углерода и кремния.

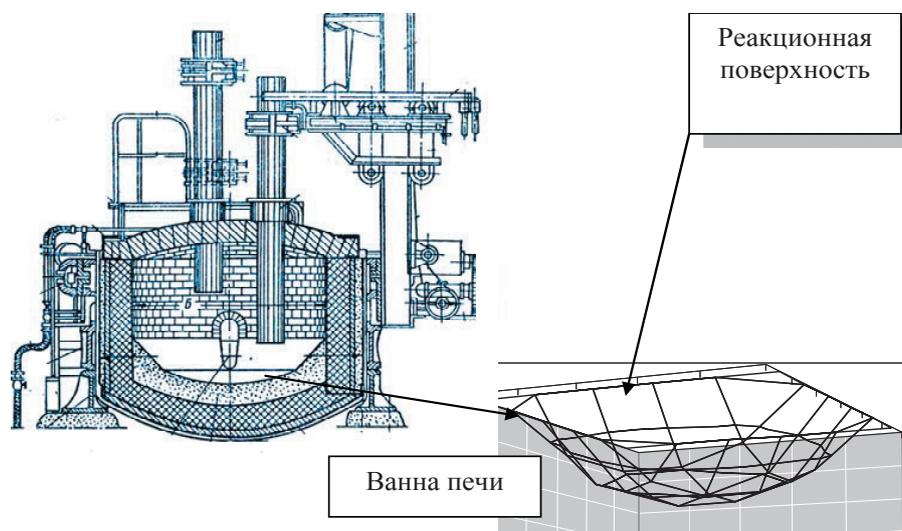


Рис. 3. Внутренний профиль ванны электродуговой печи и реакционная поверхность «расплав – шлак»

Задача управления процессом может быть представлена как задача о быстродействии: определить оптимальное управление u_{opt} , переводящее процесс за минимальное время из начального состояния $x_i(t^{(0)}) = x_i(0) = x_i^{(0)}$ в конечное, расположенное на поверхности $f^{(k)}(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$. Данная поверхность представляет собой аналитическое описание, связывающее содержание элементов химического состава в чугуне с требуемым уровнем свойств, полученная на основе математических моделей «состав – свойство» [11-14].

Для решения поставленной задачи может быть использован принцип максимума Понтрягина [17-18]. Имея зависимость содержания кремния от содержания углерода, и уравнение скорости окислительно-восстановительных реакций, в которых участвуют эти элементы, может быть рассчитано оптимальное управление процессом науглероживания расплава. Математическое описание процесса в данном случае имеет вид:

$$\frac{dx_1}{dt} = K(a_0 + a_1x_2), \quad \frac{dx_2}{dt} = bu, \quad (1)$$

где x_1 – содержание кремния в чугуне, x_2 – содержание углерода в чугуне, a_0, a_1 – коэффициенты зависимости содержания кремния от содержания углерода в расплаве, u – управление, b – некоторая константа, K – константа скорости химического процесса, протекающего в объеме расплава и на границе поверхности раздела фаз «расплав – шлак».

Конечное состояние описывается уравнением:

$$f^{(k)}(x_1, x_2) = x_1 - \xi x_2 = 0, \quad (2)$$

где ξ – коэффициент, характеризующий необходимое соотношение содержания углерода и кремния в чугуне, обусловленное конкретными требованиями к его качеству.

На величину управляющего воздействия наложены ограничения:

$$-U \leq u \leq U. \quad (3)$$

Управление процессом науглероживания осуществляется включением привода перемещения электродов для их погружения в расплав при отключенном трансформаторе печи.

Гамильтониан имеет вид:

$$H = \lambda_1 K(a_0 + a_1x_2) + \lambda_2 bu. \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений для функций λ_1 и λ_2 имеет вид:

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x_1} \equiv 0, \quad \frac{\partial \lambda_2}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -\lambda_1 Ka_1. \quad (5)$$

Граничные условия для функций λ_1 и λ_2 на конце траектории имеют вид:

$$\lambda_1(t^{(k)}) = q \frac{\partial f^{(k)}}{\partial x_1} = q, \quad \lambda_2(t^{(k)}) = -q\xi, \quad (6)$$

где q – некоторое постоянное число.

После интегрирования системы уравнений (5) могут быть определены значения функций $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$:

$$\lambda_1(t) = C_1, \quad \lambda_2(t) = -Ka_1 C_1 t + C_2. \quad (7)$$

Полагая, что момент времени $t^{(k)}$ соответствует попаданию процесса в конечное состояние, и он известен, из граничных условий (6) могут быть определены постоянные интегрирования C_1 и C_2 :

$$C_1 = q, \quad C_2 = q(Ka_1 t^{(k)} - \xi). \quad (8)$$

Из (8) могут быть найдены значения функций $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$:

$$\lambda_1(t) = q, \quad \lambda_2(t) = q(Ka_1 t^{(k)} - \xi - Ka_1 t). \quad (9)$$

Из (4) следует, что

$$u_{\text{opt}}(t) = U \operatorname{sgn} \lambda_2(t), \quad (10)$$

где $\operatorname{sgn} \lambda_2(t)$ – функция знака для $\lambda_2(t)$.

Так как функция $\lambda_2(t)$ является линейной и, следовательно, может только один раз менять свой знак при изменении t , может быть сделан вывод о том, что оптимальное управление для исследуемого процесса, описываемого системой (1) при наличии ограничений вида (3), является кусочно-постоянной функцией от t , обладающей не более, чем одной точкой переключения с одного предельного значения в неравенствах (3) на другое.

Уравнения (1) могут быть проинтегрированы:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= (Ka_0 + Ka_1 C_3)t + Ka_1 bu \frac{t^2}{2} + C_4 \\ x_2(t) &= but + C_3 \end{aligned} \quad (11)$$

Постоянные интегрирования могут быть найдены из начальных условий:

$$C_3 = x_2^{(0)}, \quad C_4 = x_1^{(0)}. \quad (12)$$

Момент переключения управления $t^{(s)}$ может быть определен из выражения (9) подстановкой $\lambda_2(t^{(s)}) = 0$:

$$t^{(s)} = t^{(k)} - \frac{\xi}{Ka_1}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что переключение управления будет лишь тогда, когда из данного состояния системы нельзя попасть на линию конечных значений, задаваемую прямой (2) в координатах x_1-x_2 , за время

$$t^{(k)} \leq \frac{\xi}{Ka_1}. \quad (14)$$

Уравнение линии переключения может быть найдено из уравнения (2) путем подстановки в него (11):

$$x_1^{(s)} = -\frac{a_0}{a_1} \xi + \frac{1}{2} \frac{b \xi^2}{Ka_1} u. \quad (15)$$

Оптимальное управление посредством науглероживания позволяет регулировать содержание основных элементов химического состава. Если перевод системы из начального состояния в конечный невозможен за время, определяемое условием (14), решение проблемы обеспечения литейного конвейера качественным расплавом может быть найдено следующим образом. Известно, что изменение температуры расплава изменяет скорость окислительно-восстановительных реакций. Связь температуры и

скорости химического процесса определяется уравнением Аррениуса:

$$K = A e^{-\frac{E_a}{RT}}, \quad (16)$$

где A – предэкспоненциальный множитель, определяемый экспериментально, E_a – энергия активации процесса, T – температура расплава.

Изменение температуры, например быстрое её увеличение, производится переключением ступеней напряжения трансформатора на больших печах или переключением обмотки трансформатора со «звезды» на «треугольник» на печах небольшой емкости. В общем случае математическое описание процесса нагрева ванны за счет изменения ступени напряжения имеет вид:

$$\frac{dT}{dt} = u, \quad (17)$$

где T – температура расплава в печи, u – управление.

Задача, как и в рассмотренном выше процессе управления процессом науглероживания, заключается в том, чтобы определить оптимальное управление $u(t)$, переводящее процесс за минимальное время из заданного начального состояния $T^{(0)}$ в конечное $T^{(k)}$, если диапазон возможных значений управляющего воздействия ограничен неравенством (3).

Гамильтониан для этой задачи имеет вид:

$$H = \lambda \dot{\varphi} = \lambda u. \quad (18)$$

Дифференциальное уравнение для функции λ имеет вид:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial T} \equiv 0. \quad (19)$$

Решение данного уравнения имеет вид:

$$\lambda(t) = C_1 = \text{const}. \quad (20)$$

С учетом этого, гамильтониан принимает вид:

$$H = C_1 u. \quad (21)$$

Оптимальное управление не зависит от t и определяется знаком постоянной интегрирования C_1 : если $C_1 > 0$, то оптимальным управлением будет $u_{\text{опт}} = U$, если $C_1 < 0$, оптимальным будет управление $u_{\text{опт}} = -U$, т.е. оптимальное управление имеет вид:

$$u_{\text{опт}}(t) = U \text{sgn} C_1. \quad (22)$$

Подставляя выражение (22) в (17), получаем:

$$\frac{dT}{dt} = U \text{sgn} C_1. \quad (23)$$

Учитывая, что правая часть дифференциального уравнения (23) не зависит от времени, оно может быть проинтегрировано:

$$T = U \text{sgn} C_1 t + C_2. \quad (24)$$

Постоянные интегрирования находим из начальных условий:

$$C_2 = T^{(0)}. \quad (25)$$

Из условия для конечной точки $T^{(k)}$ при $t = t^{(k)} = 0$ получаем $T^{(k)} = U \text{sgn} C_1 t^{(k)} + T^{(0)}$, следовательно

$$C_1 = \text{sgn} (T^{(k)} - T^{(0)}). \quad (26)$$

Следовательно, время, затрачиваемое на переход из начального состояния в конечное при оптимальном управлении, может быть определено следующими образом:

$$\frac{|T^{(k)} - T^{(0)}|}{U t^{(k)}} = 1. \quad (27)$$

Оптимальное управление может быть получено подстановкой (26) в (22):

$$u_{\text{опт}} = U \text{sgn} (T^{(k)} - T^{(0)}). \quad (28)$$

Оптимальная траектория процесса в этом случае имеет вид:

$$x = \left[U \text{sgn} (T^{(k)} - T^{(0)}) \right] t + T^{(0)}. \quad (29)$$

Для расчета оптимального управления необходимо знать начальное и конечное состояния $T^{(0)}$ и $T^{(k)}$. $T^{(0)}$ – значение температуры в начальный момент времени, соответствующий моменту отбора первой пробы на химический анализ, $T^{(k)}$ – такое значение температуры, которое обеспечивает необходимую скорость химического процесса для доведения содержания i -го химического элемента до заданного.

5. Выводы

1. На основе рассмотрения электродуговой плавки чугуна как управляемого процесса показано, что при наличии кинетических уравнений, описывающих скорости химических процессов в расплаве чугуна и на границе раздела фаз «расплав – шлак», возможна постановка задачи синтеза систем управления не только электрическими режимами, но и технологическими факторами, определяющими качество получаемого сплава. Это позволяет, в отличие от существующего подхода к синтезу систем управления электродуговой плавкой, решать задачу эффективного управления качеством чугуна по выбранным критериям качества.

2. Показано, что в качестве вектора состояния процесса управления электродуговой плавкой чугуна может быть вектор, компоненты которого – суть значения переменных состояния – содержания элементов химического состава чугуна. При этом результаты химического анализа, взятого после расплавления шихты или после определенного времени

выдержки расплава в печи до выдачи его на конвейер, выбираются в качестве начального состояния, описывающего процесс.

3. Значения переменных состояния, описывающих конечное состояние процесса управления, находятся как решение оптимизационной задачи определения химического состава, обеспечивающего максимальные показатели свойств чугуна. Последнее определяется на основании математических моделей «состав – свойство», получаемых по малой выборке нечётких

данных, характерной для реальных производственных условий, реализацией технологии искусственной ортогонализации.

4. Полученное в общем виде оптимальное управление процессом науглероживания расплава и нагрева расплава обеспечивает возможность такого управления процессом плавки, при котором за минимальное время осуществляется получение чугуна регламентированного оптимального химического состава.

Литература

1. Строганов А.И. Дуговые электропечи [Текст] / А.И. Строганов, Г.Н. Сергеев и др. М.: Металлургия, 1972. – 288 с.
2. Глишков Г. М. Проектирование систем контроля и автоматического регулирования металлургических процессов [Текст] / Г. М. Глишков, Маковский В.А. и др. М.: Металлургия, 1986. – 352 с.
3. Мосиондз К. И. Оценка энергетических характеристик действующих электропечей с применением математической статистики [Текст] / К.И. Мосиондз, М.Р. Русаков, И.Ю. Петрович, Ю.А. Чумаков, И.Г. Ермаков. // Электromеталлургия. – 2003. – №12. – С.19-21.
4. Жучков В.И. Энергетические параметры и конструкция рудовосстановительных электропечей [Текст] / В.И. Жучков, В.Л. Розенберг, К.С. Елкин, Б.И. Зильберг, – Челябинск: Металлургия, 1994. – 192 с.
5. Попов А.Н. Руднотермические печи выпрямленного тока как ресурсосберегающие агрегаты [Текст] / А.Н. Попов, С.М. Нехамин, М.А.Фридман, В.И. Щербинин и др. // Электromеталлургия. – 1998. – № 1. – С.11-16.
6. Легович Ю.С. Система автоматизированного управления промышленной руднотермической электропечью для выплавки кремния [Текст] / Ю.С. Легович., В.Г. Лебедев, С.М. Нехамин, В.А. Пронина // Электromеталлургия. – 1998. – № 3. – С. 39-47.
7. Ефремов А.Ю. Проектирование системы автоматизированного управления выплавкой кристаллического кремния [Текст] / А.Ю. Ефремов, В.Г. Лебедев, Ю.С. Легович, С.М. Нехамин, В.А.Пронина // Автоматизация проектирования. – 2000. – № 1-2. – С. 33-39.
8. Нехамин С.М. Плавка кремния в руднотермической печи на выпрямленном токе [Текст] / С.М. Нехамин, М.А. Фридман, В.И. Щербинин, А.В. Котюк и др. // Цветные металлы. – 2000. – № 2. – С.60-63.
9. Нехамин С.М. Автоматизация вакуумно-дугового переплава с использованием персональных компьютеров [Текст] / С.М. Нехамин, С.В. Мулин, Ю.С. Легович, М.А. Клссельман, Е.Т. Кураев // Сталь. – 2000. – № 10. – С.62-67.
10. Нехамин С.М. Компьютерное управление режимом электродуговых печей - ресурс их эффективной работы [Текст] / С.М. Нехамин, Л.А. Волохонский, А.Б. Котюк, М.А. Фридман // Электromеталлургия. – 2002. – №3. – С.24-27.
11. Серая О.В. Оценивание параметров уравнения регрессии в условиях малой выборки / Серая О.В., Дёмин Д.А. // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків: Технологічний Центр, 2009. - №6/4(42).2009. – С. 14-19.
12. Раскин Л.Г. Искусственная ортогонализация пассивного эксперимента в условиях малой выборки нечетких данных / Раскин Л.Г., Дёмин Д.А. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. - №1(80). - С.20-23.
13. Дёмин Д.А. Метод обработки малой выборки нечетких результатов ортогонализованного пассивного эксперимента / Д.А. Дёмин, Т.И. Каткова. // Вісник Інженерної Академії. – Киев: Інженерна Академія України, 2010. - №2.2010. – С. 234-237.
14. Серая О.В. Оценка представительности усеченных ортогональных подпланов плана полного факторного эксперимента / Серая О.В., Дёмин Д.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. – Київ: Інститут системних досліджень, 2010, - №3. – с.84-88.
15. Демин Д.А. Моделирование кинетики химсостава чугуна при плавке в электродуговой печи // Вісник національного технічного університету „ХПІ”. – Харків: НТУ «ХПІ», 2005. - №27. - С.41-46.
16. Шумихин В.С. Высококачественные чугуны для отливок [Текст] / В.С. Шумихин, В.П. Кутузов, А.И. Храменков и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 222с.
17. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский и др. – М.: Физматгиз, 1961. – 382 с.
18. Бояринов А. И. Методы оптимизации в химической технологии [Текст] / А. И. Бояринов, В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1975. – 576 с.