┏-

УДК 66.021.3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ РІДИНИ В ГАЗОДИСПЕРСНОМУ ПОТОЦІ РОТОРНОГО МАСООБМІННОГО АПАРАТА

С.О. Конєв

Аспірант* Контактный тел.: (0542) 68 77 45, 095-123-27-57

E-mail: atillas@ukr.net

Д.О. Лазненко

Кандидат технічних наук, доцент, керівник наукового центру

Центр прикладних екологічних досліджень* Контактний тел.: (0542) 68-77-45, 050-407-04-73 E-mail: laznenko@ukr.net

А.М. Юнда

Кандидат фізико-математичних наук, доцент Кафедра моделювання складних систем** Контактний тел.: 050-906-82-99 E-mail: anyu35@gmail.com

С.В. Сидоренко

Кандидат технічних наук, старший викладач* Контактний тел.: (0542) 68-77-45, 050-407-04-72 E-mail: sid.serg.v@gmail.com *Кафедра прикладної екології** **Сумський державний університет вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007

ретичних досліджень руху диспергованої рідини в протитечійному газорідинному потоці роторного масообмінного апарата. Отримані залежності для розрахунку траєкторії руху краплі в роторі апарату. Співставлення теоретичних результатів з експериментальними даними показало адекватність отриманої математичної моделі

-0

D-

В статті приведено результати тео-

Ключові слова: роторний масообмінний апарат, математична модель

В статье приведены результаты теоретических исследований движения диспергированной жидкости в противоточном газожидкостном потоке роторного массообменного аппарата. Получены зависимости для расчета траектории движения капли в роторе аппарата. Сопоставление теоретических результатов с экспериментальными данными показало адекватность полученной математической модели

Ключевые слова: роторный массообменный annapam, математическая модель

The article includes the results of theoretical studies of motion dispersed liquid flow in countercurrent gas-liquid flow of mass transfer rotary machine. Dependences for calculating the trajectory of the drops in the rotor are obtained. The comparison of theoretical results with experimental data shows the adequacy of the obtained mathematical model

Keywords: mass transfer rotary machine, mathematical model

1. Вступ

Результати досліджень, приведені в статті, відносяться до процесів масообміну в газорідинних системах, які широко використовуються в хімічних, природоохоронних, харчових, фармацевтичних та інших виробництвах.

Перспективним шляхом інтенсифікації процесів масообміну в системі газ-рідина є накладання на взаємодіючі фази зовнішніх силових полів. Організація масообмінних процесів в полі відцентрових сил є прикладом застосування такого принципу та реалізується в роторних масообмінних апаратах (РМА).

2. Постановка проблеми

На сьогоднішній день розроблено широкий ряд конструкцій РМА. При цьому слід зазначити, що в останні роки багато уваги різних дослідників, як українських так і закордонних, приділяється конструкції протитечійного РМА з перфорованим ротором, встановленим на валу в середині циліндричного корпусу. Всередині ротора розміщується контактний пристрій, в якому здійснюється взаємодія фаз (рис. 1).



Рис. 1. РМА з перфорованим ротором: 1 — ротор; 2 — контактний пристрій; 3 — патрубок подачі рідини; 4 — кришка ротора; 5 — кришка корпуса; 6 — патрубок подачі газу; 7 — патрубок виходу газу; 8 — корпус; 9 — патрубок відводу рідини В залежності від конструкції контактного пристрою взаємодія фаз може здійснюватися в різних режимах: плівковий режим, режим диспергування рідини, комбіновані режими.

Рідина подається до центральної частини ротора через патрубок подачі рідини та диспергується на внутрішньому кільцевому елементі, виготовленому з сітки. Під дією відцентрової сили рідина рухається в апараті від внутрішньої частини контактного пристрою до периферії.

Газова фаза подається до апарату через тангенційно встановлений на корпусі патрубок і рухається від периферії до центру контактного пристрою. При цьому напрямок введення газу співпадає з напрямком обертання ротору в апараті. Таким чином в цілому по апарату забезпечується протитечійний режим контакту фаз.

3. Цілі статті

В статті розглядається задача моделювання руху диспергованої рідини в порожньому роторі. Вирішення такої задачі є першим етапом при створенні математичної моделі взаємодії фаз в контактному пристрої апарата, з врахуванням впливу контактних елементів.

Задача вирішувалася шляхом математичного моделювання руху краплі в порожньому роторі РМА та перевірки отриманих теоретичних залежностей експериментальним шляхом.

4. Викладення основного матеріалу статті

Рідина подається через патрубок на диспергуючий кільцневий елемент контактного пристрою. На цьому елементі відбувається формування дисперсної фази. Під дією відцентрової сили краплі рідини відриваються з поверхні кільцевого елемента і рухаються до периферії ротора.

Газова фаза після подачі через патрубок залучається до обертального руху. Швидкість руху газу в середині ротора має дві складові – радіальну та колову. В роботах [1, 2] показано, що залежність збільшення колової складової швидкості газу по радіусу близька до закону збереження моменту імпульсу. В свою чергу, зменшення вільного перерізу ротора, згідно закону нерозривності призводить до зростання радіальної складової швидкості газу. Тобто загальна швидкість руху газу зростає від периферії до центру пропорційно зростанню кожної складової.

Характер руху краплі після відриву від внутрішньої поверхні кільцевого елемента визначається початковими умовами та співвідношенням між силами інерції та опору середовища. Це вплив сил інерції, сили опору газової фази, сили тяжіння та сили Архімеда. Останні дві складові надмалі в порівнянні з іншими, тому надалі для спрощення теоретичного описання знехтуємо їх впливом.

Математичний опис руху краплі в роторі РМА виконуємо в нерухомій системі координат (пов'язаній з корпусом апарата).

Рух краплі в умовах двофазного потоку ускладнений впливом газової фази. Визначення розподілу швидкостей краплі по ротору і побудова траєкторії її руху з урахуванням дії газу являє складну задачу, що потребує вирішення. Шляхом її розв'язання є диференційний опис у вигляді системи рівнянь, в якій врахований вплив газу на рух краплі.

Траєкторія руху крапель визначається співвідношенням радіальної та колової складових її швидкості. Швидкість руху краплі визначається як векторна сума відповідної радіальної та колової швидкості.

Рівняння руху краплі, виходячи з вищенаведених факторів, що діють на краплю, буде мати вигляд

$$-C_{x}\frac{\rho W_{\text{відн.}}\vec{W}_{\text{відн.}}}{2}S = m\dot{\vec{w}} , \qquad (1)$$

де S =
$$\frac{\pi d^2}{4}$$
 – переріз краплі;
 $\vec{w}_{\text{відн.}} = \vec{w} - \vec{w}_{g}$ – швидкість краплі відносно газу;

 $\vec{w} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\phi}\vec{e}_{\phi} - aбсолютна швидкість краплі в по$ $лярних координатах (<math>\vec{e}_r; \vec{e}_{\phi}$ – відповідні одиничні вектори)

$$\vec{w_g} = -\frac{w_{r_0}R}{r}\vec{e}_r + \frac{\omega R^2}{r}\vec{e}_{\phi}$$
 – швидкість газу в полярних

координатах, м/с;

- w_в початкова радіальна швидкість газу, м/с;
- R зовнішній радіус ротора, м;
- ω кутова швидкість обертання ротора, рад/с;
- С_х коефіцієнт опору краплі.

Питання про коефіцієнт опору краплі С_х в газовому середовищі вирішується достатньо давно [3-12]. Нами для визначення С_х обрана залежність Л.С.Клячко [12], яка в діапазоні 0,1<Re<10³ дає достатньо точне співпадіння з експериментом, а при 3<Re<400 відхилення складає менше 2%

$$C_{x} = \frac{24}{R_{e}} + \frac{4}{R_{e}^{1/3}},$$
 (2)

де
$$R_e = \frac{\rho_l w_{\text{відн.}} d}{\eta}$$
 – число Рейнольдса,

 ρ_1 – густина краплі, кг/м³;

d – діаметр краплі, м;

η – в'язкість газу, Па·с;

w_{відн.} – швидкість краплі відносно газу, м/с.

Значення абсолютної швидкості краплі, записане в полярних координатах буде мати вигляд

$$\dot{\vec{w}} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_{\phi}$$
(3)

Рівняння руху краплі, виходячи із рівняння (3) з урахуванням (1) та (2), після ряду перетворень матиме вигляд

$$(\ddot{\mathbf{r}} - \mathbf{r}\dot{\phi}^{2})\vec{\mathbf{e}}_{r} + (\mathbf{r}\ddot{\phi} + 2\dot{\mathbf{r}}\dot{\phi})\vec{\mathbf{e}}_{\phi} + \left\{ C_{1} + C_{2} \left(\left(\dot{\mathbf{r}} + \frac{C_{3}}{r}\right)^{2} + \left(\mathbf{r}\dot{\phi} - \frac{C_{4}}{r}\right)^{2} \right)^{1/3} \right) \times , \qquad (4)$$
$$\times \left(\left(\dot{\mathbf{r}} + \frac{C_{3}}{r}\right)\vec{\mathbf{e}}_{r} + \left(\mathbf{r}\dot{\phi} - \frac{C_{4}}{r}\right)\vec{\mathbf{e}}_{\phi} \right) = 0$$

де

$$C_{1} = \frac{3\pi\eta d\rho}{\rho_{1}m} = \frac{3\eta\pi d\rho}{\rho_{1}\frac{1}{6}\pi d^{3}\rho_{1}} = \frac{18\eta\rho}{(\rho_{1}d)^{2}},$$

$$C_{2} = \frac{\pi\rho\eta^{1/3}d^{5/3}}{2\rho_{1}^{1/3}m} = \frac{\pi\rho\eta^{1/3}d^{5/3}}{2\rho_{1}^{1/3}\frac{1}{6}\pi d^{3}\rho_{1}} = \frac{3\rho\eta^{1/3}}{(\rho_{1}d)^{4/3}},$$

$$C_{3} = w_{r_{0}}R,$$

$$C_{4} = \omega R^{2}$$

З (4) отримуємо систему диференційних рівнянь другого порядку

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\phi}^{2} + \left(C_{1} + C_{2}\left(\left(\dot{r} + \frac{C_{3}}{r}\right)^{2} + \left(r\dot{\phi} - \frac{C_{4}}{r}\right)^{2}\right)^{1/3}\right)\left(\dot{r} + \frac{C_{3}}{r}\right) = 0; \\ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + \left(C_{1} + C_{2}\left(\left(\dot{r} + \frac{C_{3}}{r}\right)^{2} + \left(r\dot{\phi} - \frac{C_{4}}{r}\right)^{2}\right)^{1/3}\right)\left(r\dot{\phi} - \frac{C_{4}}{r}\right) = 0 \end{cases}$$
(5)

Систему (7) вирішуємо чисельно з початковими умовами:

- процес проходить в стаціонарному режимі $\frac{\partial}{\partial \tau} = 0$

- рух газу в контактному елементі відбувається в двомірній площині $\frac{\partial}{\partial z} = 0$, $w_z = 0$;

- рух потоку є вісесиметричним
$$\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$$
 .

- $\phi(0) = 0$,
- $r(0) = r_0 (r_0 внутрішній радіус ротора),$
- $\dot{r}(0) = 0, \dot{\phi}(0) = \omega.$

Отриманий математичний опис дозволив визначити вектори швидкості рідини (рис. 2) та розрахувати траєкторії руху краплі в роторі РМА. Результати розрахунків траєкторій для декількох робочих режимів приведені на рис. 3. Хоча математичне моделювання виконувалося в нерухомій системі координат, в практичному плані часто зручніше оперувати рухомою системою (пов'язаною з ротором). Тому наведені на рис. 3 результати представлені в обох системах відліку.

При розрахунках використовувалася полярна система координат. Для зручності на рис. 2 та рис. 3 отримані результати показані при відліку кута за годинниковою стрілкою та повороті початку відліку на 90⁰.

Підтвердження адекватності отриманої математичної моделі та її чисельного рішення проводилося експериментальним шляхом на лабораторному стенді. Ротор лабораторного РМА має розміри: зовнішній діаметр 200 мм, внутрішній діаметр 40 мм, ширина 30 мм. Конструкція лабораторного стенду дозволяє регулювати швидкість обертання ротору в діапазоні 0 – 4000 об/хв.

Визначення траєкторій краплин рідини у роторному апараті проводили за допомогою спеціально виготовленого пристрою, встановленого в середині ротора (рис. 4). На внутрішній частині пристрою жорстко закріплена трубка для подачі фарбувального елемента, яка обертається разом з ротором.

З метою компенсації неоднорідності початкових умов входу краплин рідини на вихідному кінці трубки додатково встановлювався пористий наконечник. На периферії ротора розміщено волокнистий матеріал з низьким коефіцієнтом опору для створення рівномірного поля швидкості газу на вході.





Фарба подавалася в трубку яка має пористий наконечник, на поверхні якого відбувалося диспергування.

На паперовій підкладці в середині ротора після проведення експерименту залишалися сліди крапель, за якими можливо охарактеризувати траєкторії руху дисперсної фази при фіксованих параметрах витрати газу (G), швидкості обертання (ω) та відповідно діаметру краплин (d_{κ}). Розмір краплин визначався за допомогою попередньо проведеної фотозйомки. Отримані характеристики дисперсної фази відповідають результатам досліджень, наведених в роботі [2].



Рис. 3. Графічне зображення траєкторії краплі діаметром 0,0003 м при витраті газу 0,02 м³/с і різних швидкостях обертання: 1,4 — 200 рад/с; 2,5 — 150 рад/с; 3,6 — 100 рад/с. Траєкторії 1-3 побудовані в обертовій системі відліку, траєкторії 4-6 — в нерухомій; 3 — диспергуючий кільцневий елемент контактного пристрою



Рис. 4. Зовнішній вигляд пристрою для дослідження траєкторії руху рідини: 1 — основа контактного елемента з паперовою підкладкою; 2 — сітка з чарунками великого розміру; 3 — патрубок для подачі фарби; 4 — пористий наконечник; 5 — шар легкопроникного волокнистого матеріалу

Для декількох режимів роботи апарата експериментально отримані траєкторії руху крапель. На рис. 5 представлені результати при витраті газу G=0,2 м³/с, та кутовій швидкості обертання ротора ω = 200 рад/с. Суцільними лініями показані розрахункові траєкторії за чисельним рішенням рівняння (5). Співставлення теоретичних та експериментальних даних показує достатньо високу ступінь співпадіння, що підтверджує коректність отриманої теоретичної моделі.



Рис. 5. Експериментально отримані траєкторії руху краплі при G=0,2 м³/с, ω = 200 рад/с. Суцільні лінії – траєкторії, розраховані за системою рівнянь (7) для наступних діаметрів краплі: 1 – d_к=0,0005 м; 2 – d_к=0,0004 м; 3 – d_к=0,0003 м; 4 – d_к=0,0002 м; 5 – d_к=0,0001 м

5. Висновки

Отримана математична модель руху краплі з урахуванням впливу газу надає можливість визначити її радіальну та кутову швидкості, а отже, її траєкторію та час перебування у зоні контакту.

Це у свою чергу дозволяє визначати кількість утримуваної рідини у об'ємі контактного пристрою, дає змогу аналізувати поверхню контакту дисперсної фази та відповідні масообмінні показники роботи РМА.

Література

- Лазненко, Д. О. Відцентровий масообмінний апарат. Гідродинаміка газової фази в роторі [Текст] / Д. О. Лазненко, В. Г. Неня, А. М. Юнда, С. В. Сидоренко // Хімічна промисловість України. – 2011. – № 3. – С. 20– 24.
- Сидоренко, С.В. Гідродинаміка та масообмін в диспергуючому контактному пристрої відцентрового масообмінного апарата [Текст] : дис. ... кандидата техн. наук: 05.17.08 / Сидоренко Сергій Вікторович. – Суми, 2011. – 179 с.
- Прандтль, Л. Гироаэромеханика [Текст] / Л. Прандтль. – М.: ГИТТЛ, 1951. – 575с.
- Ламб, Г. Гидродинамика [Текст] / Г. Ламб. М.: ОГИЗ, 1947. – 690 с.
- Клеймен, П. Влияние турбулентности на коэффициент сопротивления сферических частиц при сверхкритическом режиме течения [Текст] / П. Клеймен, А. Говин // Процессы и аппараты хим. пр-ва. – 1969. – №34. – С. 15–19.
- Kafkova, D. L'influence du mouvement oscillatoire d'un fluide sur mouvement d'une particule spherique / D. Kafkova, R. Smutek // Acta techn. CSAV. – 1969. – V.14, №5. – P. 610-629.
- Tanaka, Z. New aproximate equation of drag coefficient for spherical particles/ Z. Tanaka, K.Jinoya // J. Chem. Engng. Japan. – 1970. – V. 3., № 2. – P. 261-262.
- Лышевский, А.С. Изменение коэффициента сопротивления жидких капель [Текст] / А.С. Лышевский // Известия вузов. – 1964. – №6 – С. 75-81.
- Шупяцкий, А.Б. Форма и скорость падения водяных и дождевых капель [Текст] / А.Б. Шупяцкий // Известия АН СССР. – 1959.– № 5. – С 24-27.
- Адамов, Г.А. Общая формула сопротивления при относительном движении частиц и среды [Текст] / Г.А. Адамов // Известия АН СССР. – Металлургия и топливо. – 1961. – №6. – С. 168-178.
- Rumpf, H. Über das Ansetzen fein verteiler Stoffe an den wänden von Strommungs Kanälen / H. Rumpf // Chem. Ingr. Techn. – 1953. – Bd. 25., № 6. – S. 317-327.
- Клячко, Л.С. Уравнение движения пылевых частиц в пылеприемных устройствах [Текст] / Л.С. Клячко // Отопление и вентиляция. – 1934. – № 4. – С. 27-32.