

*Визначено аналітичний вигляд кінетики вологовмісту, густини, теплопровідності, теплоємності, розподілення потужності внутрішніх джерел теплоти всередині ФЄ як функцій координат, часу та температури сушильного агента. Отримано аналітичний вид функції розподілення потужності дисипативних структур*

*Ключові слова: дисипативна структура, ЗТП-сушіння*

*Определен аналитический вид кинетики влагосодержания, плотности, теплопроводности, теплоемкости, распределения мощности внутренних источников теплоты внутри ФЕ как функции координат, времени и температуры сушильного агента. Получен аналитический вид функции распределения мощности диссипативных структур*

*Ключевые слова: диссипативная структура, СТП-сушка*

*The analytical appearance of kinetics of moisture content, density, thermal conductivity and capacity, power distribution of internal heat sources in FC as a function of coordinates, time and temperature of drying agent are determined. The analytical appearance of power distribution function of dissipative formations is received*

*Keywords: dissipative formation, MHT-drying*

## ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛЕННЯ ПОТУЖНОСТІ ДИСИПАТИВНИХ СТРУКТУР ВСЕРЕДИНІ ФЄ ПІД ЧАС ЗТП- СУШІННЯ

**М.І. Погожих**

Доктор технічних наук, професор, завідуючий кафедрою\*

Контактний тел.: (057) 349-45-86

E-mail: drpogozhikh@mail.ru

**А.О. Пак**

Кандидат технічних наук, доцент\*

Контактний тел. (057) 349-45-86

E-mail: pak\_andr@mail.ru

**М.В. Жеребкін**

Здобувач

\*Кафедра енергетики та фізики

Харківський державний університет харчування та торгівлі

вул. Клочківська, 333, м. Харків, Україна

Контактний тел. (057) 349-45-86

E-mail: Zherebkin.maxim@gmail.com

### Вступ

В Харківському державному університеті харчування та торгівлі розроблено спосіб гідротермічної обробки круп з використанням принципів сушіння змішаним теплопідводом (ЗТП-сушіння), де кінцевою продукцією є швидковідновлювані каші [1].

Уникнення періодичності процесу виробництва швидковідновлюваних каш та його висока енергоефективність обумовлені особливостями ЗТП-сушіння [2].

Для пояснення особливостей характеру процесу зневоднювання під час ЗТП-сушіння [2] використовується теорія, розроблена І. Пригожиним, який для систем віддалених від рівноваги ввів поняття дисипативних структур. Такі структури можуть виникати й існувати тільки в системах, що обмінюються енергією й масою із зовнішнім середовищем за межами стійкості. Якщо ж структура в результаті флуктуацій виникне в ізольованій системі, то ентропія в системі в цілому зростає, що приведе до деградації самої системи й зникненню структури або нового її стану з мінімумом виробництва ентропії. Утворення дисипа-

тивних структур супроводжується зміною механічної енергії структури або системи в цілому: виникає видимий макроскопічний рух або впорядкування цього руху.

Теорія І. Пригожина дозволяє припустити існування потенційних механізмів самоорганізації таких дисипативних структур. Умовами для таких механізмів є: віддалення від рівноваги; нестійкість системи поблизу стаціонарного стану; флуктуації; відкритість системи по потоках енергії й маси.

Дисипативні структури дозволяють ефективно розсіювати «високоякісну» енергію сушильного агента за рахунок фазових перетворень води, що в першому наближенні визначається зниженням температури відпрацьованого сушильного агента. Під час ЗТП-сушіння під утворенням дисипативних структур розуміється розвиток поверхні випару за рахунок збільшення пористості матеріалу, який зневоднюється [2] всередині функціональної ємності (ФЄ), а сам процес по суті є перетворенням теплоти з високим потенціалом (температура сушильного агента) у теплоту з

низьким потенціалом (температура відпрацьованого сушильного агенту).

**Завдання статті**

В роботі [2] було знайдено аналітичний вигляд функції розподілення площі випаровування, завдання яке було поставлено в даній роботі – знайти розподілення потужності таких дисипативних структур всередині ФЄ в процесі сушіння та в залежності від температури сушильного агента.

**Виклад основного матеріалу дослідження**

Рівняння теплопровідності для матеріалу, що зневоднюється, з урахуванням утворення дисипативних структур буде мати вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{k}{\rho c} \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) + \frac{1}{\rho c} f_i + \frac{1}{\rho c} f_d, \quad (1)$$

де  $T$  – температура;  $\tau$  – час;  $k$ ,  $c$  і  $\rho$  – коефіцієнт теплопровідності, теплоємність і густина матеріалу, відповідно;  $f_i$  – функція розподілення потужності внутрішніх джерел теплоти всередині ФЄ;  $f_d$  – функція розподілення потужності дисипативних структур.

У даному рівнянні температура, коефіцієнт теплопровідності, теплоємність і густина матеріалу, функції розподілення внутрішніх та дисипативних джерел теплоти є функціями координат і часу.

Рівняння (1) можна перетворити наступним чином:

$$f_d = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} - k \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) - f_i. \quad (2)$$

Вирішуючи рівняння (2) відносно шуканої  $f_d$  існує можливість знайти її як функцію координат та часу. Для вирішення даного завдання необхідно знайти аналітичний вигляд кінетик температури та вологовмісту як функцій координат, часу та температури сушильного агента, а також зміну густини, теплопровідності та теплоємності з часом. Аналітичний вигляд перерахованих функцій можна отримати шляхом знаходження апроксимаційних функцій для численних експериментальних даних, отриманих для досліджуваної сировини.

При знаходженні аналітичного виду вищеперерахованих функцій та визначення виду функції (2) розглядалась плоска задача. Пояснюється це наступними припущеннями. Під час досліджень використовували ФЄ, що має форму паралелепіпеду з характерними розмірами  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  (Рис.1). Характерні розміри  $l_1$  та  $l_2$  були принаймні на порядок більші ніж  $l_3$ . Масообмінні зазори розміщені на гранях  $l_1 \times l_2$ , а грань  $l_3 \times l_2$  перпендикулярна до руху сушильного агента. Для отримання кінетики температури сировини під час ЗТП-сушіння вздовж кожної осі всередину ФЄ, товщина якої була 20 мм розміщали термопари на відстані 5 мм одна від одної.

В ході експериментальних досліджень встановлено, що перепад температур вздовж осі  $Oy$  за постійних

значень координат  $z$  та  $x$  не суттєвий. Найбільша різниця температур спостерігається на початковому етапі сушіння під час прогріву ФЄ, при цьому вона не перебільшує 10%.

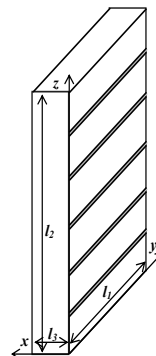


Рис. 1. ФЄ в формі паралелепіпеду

Той же самий результат отриманий і під час дослідження різниці температур вздовж осі  $Oz$ . Пояснюється отримане тим, що, оскільки, масообмінні зазори розміщені на гранях  $l_1 \times l_2$ , тобто в площині  $Oy \times Oz$ , то поглиблення зони випару, завдяки якому мають місце суттєві перепади температур під час ЗТП-сушіння, відбувається в напрямку осі перпендикулярної даній площині, тобто вздовж осі  $Ox$ . Перепади ж температури вздовж осей  $Oy$  та  $Oz$  обумовлені коефіцієнтом теплопровідності сировини у ФЄ і виникають лише під час її підігріву.

Таким чином, далі було зроблено припущення, що вздовж осей  $Oy$  та  $Oz$  перепад температур не суттєвий і залежність кінетики температури сировини від координат досліджувалась лише вздовж осі  $Ox$ .

В роботі [3] було знайдено аналітичний вид кінетики температури, як функції тривалості сушіння, координати та температури сушильного агента. Кінетика температури має вигляд:

$$T(\tau, x, T_{d.a.}) = \left( 1 - \exp(-\tau^2 \cdot a_0(x, T_{d.a.})) \right) \cdot a_1(x, T_{d.a.}) + a_2(x, T_{d.a.}) \cdot \exp\left( -\frac{(\tau - a_3(x, T_{d.a.}))^2}{a_4(x, T_{d.a.})} \right), \quad (3)$$

де  $T_{d.a.}$  – температура сушильного агента;  $x$  – координата;  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  – функції координат та температури сушильного агента, знайдені за експериментальними даними.

Першим етапом роботи є знаходження вологовмісту як функції координат, часу та температури сушильного агента. Кінетику вологовмісту сировини під час ЗТП-сушіння за різної температури сушильного агента описує функція виду:

$$w_{T_{d.a.}}(\tau) = w_0 \cdot \exp(-b_{T_{d.a.}} \cdot \tau^2), \quad (4)$$

де  $w_0$  – початковий вологовміст;  $b_{T_{d.a.}}$  – апроксимаційний коефіцієнт. Оскільки під час досліджень використовувалась одна і та ж сировина, то початковий вологовміст для всіх зразків однаковий, і функції

кінетики вологовмісту (4) за різної температури сушильного агента відрізняються лише значеннями апроксимаційного коефіцієнту  $b_{T_{d.a.}}$ , який є функцією температури сушильного агента.

Під час же визначення аналітичного виду функції, що описує кінетику вологовмісту в залежності від відстані від поверхні ФЄ, виникають труднощі з визначенням вологовмісту у визначених об'ємах всередині ФЄ. Тому для даних досліджень була використана наступна методика. Роботами з дослідження ЗТП-процесу показано [1, 4], що температура матеріалу в цьому процесі має кілька характерних ділянок, що істотно відрізняють даний спосіб сушіння від інших теплових способів. Типовість таких термограм дає можливість проведення якісного аналізу, тобто може бути використана для реєстрації та опису характеру ЗТП-процесу.

Для визначення аналітичного виду функції, яка описує кінетику вологовмісту в залежності від відстані від поверхні ФЄ, вважається, що внутрішні елементарні об'єми сировини у ФЄ досягають кінцевого вологовмісту пізніше, ніж ті, які знаходяться під поверхнею. Тривалість досягнення відповідним об'ємом сировини кінцевого вологовмісту визначається за кінетикою температури відповідного шару. Тривалість, за якої температура сировини досягає значення температури сушильного агента, нами вважалась тривалістю зневоднення даного об'єму сировини, в якому розміщена термопара.

Необхідно відмітити, що оскільки масообмінні зазори ФЄ знаходяться лише на гранях з характерними розмірами  $l_1 \times l_2$ , тобто в площині  $Oy \times Oz$ , то можна припустити, що зміна вологовмісту за координатами відбувається лише вздовж осі  $Ox$ . Таким чином, далі досліджується вологовміст шарів сировини всередині ФЄ, елементарна товщина яких змінюється вздовж даної осі  $Ox$  (Рис.1).

З кінетик температури (Рис.2) шарів сировини всередині ФЄ видно, що тривалість досягнення кінцевого вологовмісту шару що знаходиться посередині характерного розміру  $l_3$  ( $l_3=20$  мм), тобто на відстані 10 мм від поверхні ФЄ, дорівнює тривалості сушіння; на відстані 5 мм – 0,96 відн.од. від загальної тривалості сушіння; під поверхнею ФЄ (на відстані 0 мм) складає 0,9 відн.од.

Далі, виходячи із тривалості зневоднення відповідного шару, будується за функцією

$$w_x(\tau) = w_0 \cdot \exp(-b_x \cdot \tau^2) \quad (5)$$

кінетика вологовмісту в залежності від відстані від поверхні ФЄ, представлена на рис.3.

Кінетика вологовмісту по іншу сторону від середини ФЄ вздовж характерного розміру  $l_3$ , тобто на відстані від поверхні, що знаходиться в інтервалі від 10 до 20 мм, має такий же характер як в інтервалі від 10 до 0 мм, оскільки масообмінні зазори зроблені з обох сторін ФЄ (як на поверхні з координатою вздовж осі

$Ox$  рівною 0 мм, так і на поверхні з координатою 20 мм вздовж тієї ж осі). Функції кінетики вологовмісту (5) за різної відстані від поверхні ФЄ відрізняються лише значеннями апроксимаційного коефіцієнту  $b_x$ , який є функцією координати  $x$ .

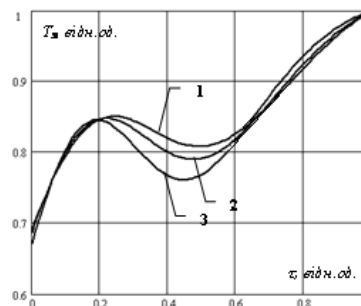


Рис.2. Кінетика температури сировини всередині ФЄ під час ЗТП-сушіння на різній відстані від поверхні, мм: 1 – 0; 2 – 5; 3 – 10

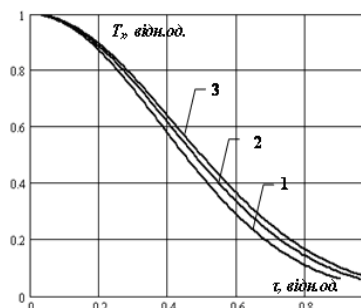


Рис.3. Кінетика вологовмісту за різної відстані від поверхні ФЄ, мм: 1 – 0; 2 – 5; 3 – 10

Функції (4) та (5) мають однаковий вид, але відрізняються набором аргументів: аргументами функції (4) є час та температура сушильного агента, а функції (5) – час та відстань від поверхні. Якщо навести відповідну кореляцію між коефіцієнтами  $b_{T_{d.a.}}$  та  $b_x$ , то

для них можна отримати спільну функцію  $b(x, T_{d.a.})$ , яка буде залежати, як від координати, так і від температури сушильного агента. Тоді вологовміст сировини у ФЄ під час ЗТП-сушіння буде мати вид:

$$w(\tau, x, T_{d.a.}) = w_0 \cdot \exp(-b(x, T_{d.a.}) \cdot \tau^2) \quad (6)$$

Отримана функція необхідна для знаходження аналітичного вигляду таких величин, як коефіцієнт теплопровідності, теплоємність і густина сировини, та функції розподілення потужності внутрішніх джерел теплоти всередині ФЄ, оскільки вони визначаються вологовмістом сировини і, як наслідок, є функціями часу, координат та температури сушильного агента.

Теплоємність сировини складається з суми теплоємностей її складових – сухих речовин сировини ( $c_{s.s.}$ ), повітря в її порах та між частинками сировини ФЄ ( $c_a$ ) і води ( $c_w$ ):

$$c = c_{s.s.} + c_a + c_w \quad (7)$$

Оскільки теплоємність води значно більша за теплоємність сухих речовин та повітря, то далі вважалось, що теплоємність сировини визначається теплоємністю води яку вона утримує, тобто пропорційна вологовмісту сировини:

$$c \approx c_w = c_{wat} \cdot w(\tau, x, T_{d.a.}), \quad (8)$$

де  $c_{wat}$  – теплоємність води.

Густина сировини також є сумою густини сухих речовин, вологи та повітря:

$$\rho = \frac{m_{s.s.}}{V_{FC}} + \frac{m_a}{V_{FC}} + \frac{m_w}{V_{FC}} \quad (9)$$

Оскільки густина води та сухих речовин значно більші за густину повітря, та враховуючи, що  $m_w = m_{s.s.} \cdot w(\tau, x, T_{d.a.})$ , далі вважалось, що густина сировини визначається за формулою:

$$\rho \approx \frac{m_{s.s.}}{V_{FC}} \cdot (1 + w(\tau, x, T_{d.a.})) = \rho_{s.s.} \cdot (1 + w(\tau, x, T_{d.a.})) \quad (10)$$

де  $\rho_{s.s.}$  – густина сухих речовин.

Теплопровідність сировини теж являє собою суму теплопровідностей сухих речовин сировини ( $k_{s.s.}$ ), повітря ( $k_a$ ) та вологи ( $k_w$ ):

$$k = k_{s.s.} + k_a + k_w \quad (11)$$

Теплопровідність вологи пропорційна добутку коефіцієнта теплопровідності води на її вологовміст:

$$k_w \sim \lambda_w \cdot w(\tau, x, T_{d.a.}) \quad (12)$$

а теплопровідність повітря – добутку коефіцієнту теплопровідності повітря на масову частку повітря у ФЄ  $w_a$ :

$$k_a \sim \lambda_a \cdot w_a(\tau, x, T_{d.a.}) \quad (13)$$

Масова частка повітря у ФЄ є функцією часу, координат та температури сушильного агента, оскільки в процесі сушіння кількість повітря всередині ФЄ збільшується через те, що повітря заміщує видалену вологу. Таким чином, кінетика масової частки повітря визначається кінетикою вологовмісту:

$$w_a(\tau, x, T_{d.a.}) = w_{0a} + w_0 - w(\tau, x, T_{d.a.}) \quad (14)$$

де  $w_{0a}$  – початковий вміст повітря у ФЄ, тобто до сушіння.

Функція розподілення потужності внутрішніх джерел теплоти всередині ФЄ має суттєве значення, наприклад, при переході енергії хімічних реакцій або електричних полів в теплову. Виходячи з цього, під час ЗТП-сушіння вплив внутрішніх джерел теплоти можна вважати не суттєвим, а функцію  $f_1(\tau, x, T_{d.a.})$  – рівною нулю.

Таким чином, встановлено аналітичний вид всіх функцій, що входять до рівняння (2). Далі після підстановки у рівняння (2) виразів (6), (8), (10), (11) та (14) було отримано аналітичний вид функції розподілення потужності дисипативних структур всередині ФЄ під час ЗТП-сушіння  $f_d(\tau, x, T_{d.a.})$ . Функція  $f_d(\tau, x, T_{d.a.})$  за-

надто громіздка для наведення в тексті, тому наведені її графіки в залежності від температури сушильного агента (Рис.4) та відстані від поверхні ФЄ (Рис.5).

На рис.4 представлені кінетика температури сировини та потужності дисипативних структур на

глибині 10 мм за температури сушильного агента 40, 100 та 140°C. З наведених кривих видно, що максимум розподілення припадає на мінімум температури. Оскільки під утворенням дисипативних структур мається на увазі збільшення площі випаровування, то утворення таких дисипативних структур сприяє збільшенню інтенсивності випаровування вологи, в результаті чого зменшується температура сировини.

Необхідно відмітити: за збільшення температури також збільшується максимум розподілення, тобто збільшується максимум функції  $f_d(\tau, x, T_{d.a.})$ , що

відображається на тривалості зневоднення – тривалість зневоднення за температури 140°C менша за тривалість сушіння за температури сушильного агента 40°C.

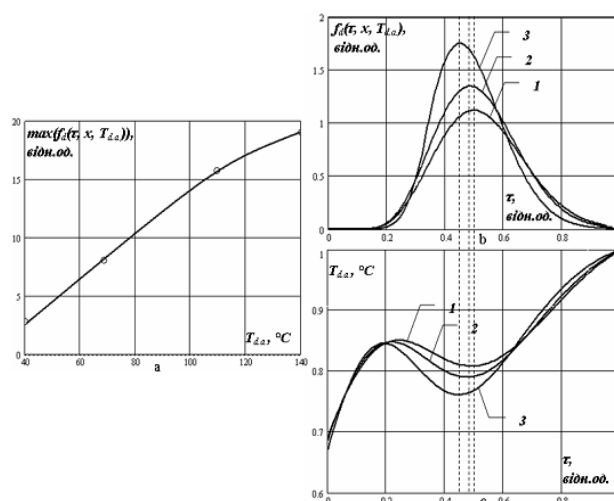


Рис.4. Значення максимуму функції  $f_d(\tau, x, T_{d.a.})$  в залежності від температури сушильного агента (а) та кінетика температури сировини (б) і потужності дисипативних структур (с) в центрі ФЄ за різної температури сушильного агента, °C: 1 – 40; 2 – 100; 3 – 140

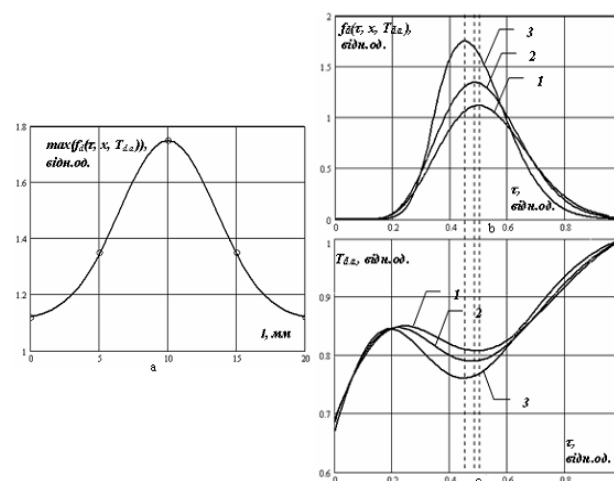


Рис.5. Максимум функції розподілення в залежності від товщини ФЄ (а) та кінетика температури сировини (б) і потужності дисипативних структур (с) за температури сушильного агента 100°C на різній відстані від поверхні ФЄ, мм: 1 – 0; 2 – 5; 3 – 10

З рис.5, на якому наведено кінетику температури сировини та потужності дисипативних структур на різній відстані від поверхні ФЄ, видно, що інтенсивність випаровування тим більша, чим ближче координата до середини ФЄ, оскільки значення мінімуму температури менше для координати 10 мм. З характеру функції розподілення  $f_d(\tau, x, T_{d.a.})$  витікає той же результат: мак-

симум для координати 10 мм має найбільшу величину і, як наслідок інтенсивність випаровування в центрі ФЄ повинна бути максимальною, знижуючись за наближення до поверхні.

Отримані теоретичні результати співпадають та пояснюють результати експериментальних досліджень. Таким чином, розроблену математичну модель для розвитку дисипативних джерел теплоти можна вважати допустимою для описання таких особливостей ЗТП-сушіння як характерний мінімум кінетики температури та розвинення пористості в процесі зневоднення.

---

## Висновки

---

Проведено постановку задачі зі знаходження функції розподілення потужності дисипативних структур з використанням рівняння теплопровідності.

Визначено аналітичний вигляд кінетики температури та вологовмісту, густини, теплопровідності, теплоємності як функцій координат, часу та температури сушильного агенту.

Отримано аналітичний вид функції розподілення потужності дисипативних структур з використанням рівняння теплопровідності. Відзначено, що розроблену математичну модель для розподілення потужності дисипативних структур можна вважати допустимою для описання таких особливостей ЗТП-сушіння як характерний мінімум кінетики температури та розвинення пористості в процесі зневоднення.

Роботу виконано в рамках держбюджетної науково-дослідної роботи №06-11-13Б «Наукові обґрунтування енергоефективних процесів харчової промисловості».

---

## Література

1. Установка для гидротермической обработки и сушения крупы [Текст] : пат. №48230 Украина, МПК А 23 L 3/00. / Черевко О.І., Погожих М.І., Цуркан М.М., Жеребкін М.В., Пак А.О.; заявник та патентовласник ХДУХТ. – Опубл. 10.03.2010 Бюл. №5 – 4 с.
2. Погожих, Н. И. Научные основы теории и техники пищевого сырья в массообменных модулях [Текст] : дис. ... доктора техн. наук / Н. И. Погожих. – Харьков, 2002. – 331 с.
3. Погожих, М. І. Математична модель кінетики температури сировини під час ЗТП-сушіння / М.І. Погожих, А.О. Пак, М.А. Чеканов, М.В. Жеребкін; Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ». – 2011. – № 43. – С. 7-12
4. Пак, А. О. Розробка процесу сушіння плодово-ягідної сировини змішаним тепlopідводом зі штучним пороутворенням [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / А. О. Пак. – Харьков, 2008. – 153 с.